

**Державна служба України з надзвичайних ситуацій
Національний університет цивільного захисту України**

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК
КУРС ЛЕКЦІЙ З ДИСЦИПЛІНИ
«ФІЗИКА»**

Черкаси 2025

Навчальний посібник ««курс лекцій» з дисципліни «Фізика»» створений відповідно до навчального плану викладення загальної фізики закладів вищої освіти України і призначений для курсантів та студентів очної форми навчання першого (бакалаврського) рівня вищої освіти (спеціальності К8«Пожежна безпека» та К10 «Цивільна безпека»). До кожної теми додаються питання для само опрацювання та задачі. В додатках наведені основні довідникові дані у вигляді таблиць. В. М. Нуянзін, Я. В. Змага – Черкаси: НУЦЗ України, 2025. – 290.

Упорядники:

- к.т.н., доц. Віталій НУЯНЗІН;
- к.т.н., доц. Яна ЗМАГА.

Рецензенти:

Доктор технічних наук, професор Валентина КОМЯК

Кандидат технічних наук, доцент Андрій ШВИДЕНКО

Розглянуто та рекомендовано на засіданні кафедри фізико-математичних дисциплін протокол № 8 від 19.04.2025 року

Затверджено методичною радою університету протокол № 7 від 27.04.2025 року

Затверджено вченою радою університету протокол №.....

Зміст

Передмова	4
Курс вивчення загальнообов'язкової дисципліни «Фізика»	5
Розділ 2. Механіка	9
Розділ 3. Молекулярна фізика і термодинаміка	28
Розділ 4. Електрика і магнетизм	37
Розділ 5. Оптика і атомна фізика	51
Розділ 6. Атомна фізика	59
Додатки	64
Література	69
Періодична таблиця елементів	71

Передумова

Фізика – природнича наука, яка досліджує загальні властивості матерії та явищ у ній, а також виявляє загальні закони, які керують цими явищами. Це наука про закономірності природи в широкому сенсі цього слова.

Тому навчальний посібник створено на основі курсу фізики, що викладається у закладах вищої освіти і зокрема у Національному університеті цивільного захисту України. У зв'язку з цим, він призначений для курсантів та студентів, що проходять підготовку для Міністерства внутрішніх справ України в цілому, та Державної служби України з надзвичайних ситуацій, зокрема. Опанування курсу фізики згідно з навчальними планами відбувається протягом одного навчального року, тому обсяг матеріалу викладений локанічно та лише з тих тем які необхідні для засвоєння наступних навчальних компетентностей. З огляду на це, в даному навчальному посібнику, викладений курс лекцій, без доведення законів та виведень формул та складних математичних викладок. У той же час, матеріал викладений таким чином, щоб фізику в межах навчальної дисципліни можна було вивчити за даним навчальним посібником без застосування інших джерел, тобто змістовий склад є достатнім.

Розділи розбиті на параграфи з вказаними темами які розглядаються, кожний із яких за обсягом матеріалу відповідає лекції тривалістю двох академічних годин. Для самоконтролю якості засвоєння матеріалу після кожного параграфу наведені контрольні питання і задачі.

Особливу увагу в даному підручнику присвячено питанням фізичних явищ та процесі які забезпечую професійні знання та оволодіння навчальною компетентністю. Крім того сучасний стан боротьби нашої країни за незалежність, визначає напрям вивчення спеціальних знань з фізики для розуміння процесів, що забезпечують оборонну здатність України.

В кінці навчального посібника винесені довідникові дані у вигляді таблиць, що дає змогу використовувати навчальний посібник у повному циклі викладення дисципліни, а саме для проведення практичних занять та для розрахунків фізичних величин при виконанні лабораторних робіт.

РОЗДІЛ 1

ФІЗИКА У ПРОФЕСІЙНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ

У даному розділі розглянуто питання використання знань з фізики для професійної діяльності працівників ДСНС та військових.

Військова справа тісно пов'язана з фізикою. Щоб досконало оволодіти навичками роботи з військовою технікою, треба вивчити основні закони фізики. Адже саме їх врахування дає чітке і ефективне виконання військових задач. Отже сьогодні ми говоримо про фізику у військовій справі.

Під час війни використовують: засоби нападу; засоби захисту; засоби розвідки; засоби управління.



Засоби нападу

Взявши вперше в руки вогнепальну зброю, перше запитання, яке приходить на думку: «Що заставляє кулю рухатись?». І тут доречним буде згадати основні поняття і закони фізики.

1. Виконання роботи

Під час пострілу з рушниці сила тиску порохових газів виконує роботу - переміщує кулю вздовж ствола, швидкість кулі при цьому збільшується.

2. Закон збереження енергії.

Під час пострілу відбувається процес дуже швидкого перетворення одного виду енергії в інший. Хімічна енергія пороху під час його згоряння переходить у теплову енергію, яка, своєю чергою, перетворюється в механічну енергію руху системи «куля - порохові гази - ствол».

3. Закон збереження імпульсу, реактивний рух.

Під час пострілу автомат отримує швидкість у стільки разів меншу від швидкості кулі, у скільки разів маса автомата більша за масу кулі.

4. Рух тіла під кутом до горизонту.

Якщо розглянути траєкторію руху кулі - це парабола. Викривлення траєкторії відбувається внаслідок дії на кулю двох сил - сили тяжіння та сили опору повітря.

5. Вологість.

Постріл може взагалі не відбутися. Таке явище називається осічкою. Однією з її причин може бути підвищена вологість.

6. Звукові явища.

При пострілі утворюється ударна хвиля, яка є джерелом звуку.

7. Теплові двигуни.

Вогнепальна зброя – це один із видів теплових двигунів.



Рис. 1.1. Станковий протитанковий гранатомет СПГ-9

1. Оптичний приціл - геометрична оптика

2. Гладкоствольна зброя- ракета в стволі не обертається закон збереження моменту імпульсу.

3. При пострілі з гранатомета газу, що утворюється від згоряння порохового заряду, викидають гранату з каналу ствола, а частина порохових газів відводиться назад через сопло – реактивний рух.

Чому перед пострілом солдати присідають на землю та закривають вуха руками?

Пояснення: Під час пострілу утворюються звукові хвилі з великою амплітудою коливань, що можуть травмувати барабанні перетинки або викликати болісні відчуття. Від них людина захищається, закриваючи вуха руками. Віддача ствола викликає коливання, що поширюються в землі. Присідаючи людина збільшує стійкість свого тіла (оскільки зменшується висота розташування центру мас) і зменшує можливість отримання травми при падінні.

Ще одним з видів засобів нападу є HIMARS, «Іскандер», Ураган, Нептун, в яких використовуються як керовані так і некеровані ракети. Знаючи правила складання сил і три закони Ньютона і закон збереження імпульсу можна розрахувати яку максимальну відстань може полетіти ракета HIMARS. Адже всі ракети літають, прискорюючи продукти згоряння

палива в один бік, а решту ракети — в інший. (реактивний рух). Тож, знаючи масу одного та іншого, можна розрахувати максимальну дальність польоту.

Ядерна зброя – зброя масового ураження. Вибух відбувається за рахунок вивільнення великої кількості атомної енергії в наслідок ланцюгової реакції поділу ядер урану і плутонію. Може нанести ударну, температурну та опромінюючу дію.



Рис. 1.2. Приклад систем нападу

Засоби захисту

Маскування - оптика, фізіологія зору.

Швидкість та прохідність – механіка

Броня-динаміка, закони збереження

Перехоплення засобів ураження – оптика, механіка, радіоелектроніка.

V-подібну форму нижньої частини корпусу для розсіювання енергії вибуху, а також спеціальні крісла з амортизацією, закріплені у місцях, що зазнають меншого впливу від вибухових навантажень.



Рис. 1.3. Принципи роботи розмінування

Основний елемент мінно шукача — датчик, який складається з однієї або декількох котушок індуктивності. Передаюча котушка випромінює електромагнітні хвилі, які створюють в металевому предметі вихрові струми, а ті в свою чергу — вторинне (відображене, зустрічне) е/м поле. В результаті «відповідної реакції» змінюється магнітна індукція поля приймальної котушки. Ця зміна реєструється за допомогою електроніки, і прилад певним

чином повідомляє користувача — наприклад, подає звуковий або світловий сигнал. (явище електромагнітної індукції та звукові явища)



Рис. 1.4 Протитанковий ракетний комплекс Javelin

Ракета комплексу «Javelin» має інфрачервону головку самонаведення в ньому реалізований принцип «вистрілив-забув», де після пуску ракета самостійно корегує траєкторію свого польоту на 2,5 км. (оптичне наведення, теплове захоплення та введення цілі ракетою).

Український протитанковий ракетний комплекс ПТРК “Стугна”.

Комплекс оснащений напівавтоматичною системою наведення за лазерним променем. Також можливе дистанційне керування ракетою по телевізійному каналу із закритої позиції (спеціально підготовленого укриття).

Засоби розвідки

Засоби розвідки поділяються: оптичні, тепловізійні, радіочастотні (радары), радіаційні.



Рис. 1.5 Військовий бінокль

Очі армії: бінокль, перископ, стереотруба, артилерійська бусоль, лазерний ціле вказівник, прилади нічного бачення, тепловізори, безпілотні літальні апарати.

Всім відомо, що прилади нічного бачення використовуються при низькій освітленості або при її повній відсутності. Зі шкільного курсу фізики відомо, що зір людини не універсальний і що людське око «бачить» тільки певне випромінювання. Також фізика говорить про те, що будь-яка поверхня

володіє прекрасною властивістю – вона може відбивати будь-яке випромінювання. Саме цю властивість поверхні і використовує прилад нічного бачення, перетворюючи і додаючи яскравості відбитому випромінюванню, яке звичайне людське око просто не бачить. Щоб збільшити коефіцієнт підсилення світла застосовують фото катоди на арсенідігалію (фотоефект). Бачимо в зелених кольорах. Цей відтінок обраний з умови максимальної чутливості людського ока і мінімальної напруги для психіки.



Рис. 1.6. Оптичний приціл

Тепловізор – вловлюють лише випромінювання, які виходять від нагрітих тіл.

Принцип дії тепловізора базується на перетворенні випромінювання інфрачервоного спектру в видимий діапазон світлового випромінювання. Переваги тепловізора в тому, що він бачить крізь димову завісу і туман, коли навіть військові прилади нічного бачення відмовляють геть.

БПЛА оснащений двигуном внутрішнього згорання, дистанційне керування- електромагнітні хвилі.

Радіoeлектронна розвідка (РЕР)- виявлення цілей за допомогою радіочастотного електромагнітного випромінювання.

Радіoeлектронна боротьба (РЕБ)- придушення засобів зв'язку та дистанційного керування противника за допомогою радіочастотного електромагнітного випромінювання.

Засоби управління

Маємо пункти керування, в яких теж використовуються електромагнітні хвилі.

Тільки вдале поєднання засобів нападу, засобів захисту, засобів розвідки та засобів управління створить ефективну зброю.

РОЗДІЛ 2

МЕХАНІКА

У даному розділі ми розглянемо питання що присвяченні вивченню руху тіла. Оскільки механіка має велике самостійне значення як основа для ряду технічних наук, то і глибоке вивчення механіки дає підґрунття для вивчення термодинамічних властивостей тіл, що є невідомою професійною складовою знань рятувальників та пожежних. Тому в основі даного розділу: основні поняття в кінематиці, кінематика поступального та обертального руху, динаміка поступального та обертального руху, сила та силові рухи, робота і енергія, закони збереження, коливальний рух, гідродинаміка.

§ 2.1. Кінематика

1. Предмет і задачі фізики.

Фізика є однією з фундаментальних природничих наук, утворюючи принципову основу для багатьох суміжних природничих і технічних наук. Вона вивчає, з одного боку, найбільш загальні властивості матерії і закони її руху та взаємодії окремих її різновидів між собою, а з іншого – найбільш елементарні (первинні) властивості та закони матеріального світу.

Фізику можна умовно поділити на класичну та сучасну (квантову) фізику. Класичною фізикою називається система фізичних знань, створена до початку XX сторіччя. В основі класичної фізики лежать закони механіки, сформульовані Ісааком Ньютоном.

У кінці XIX сторіччя розвиток фізики виявив деякі протиріччя, які неможливо було пояснити на основі класичної фізики. Для їх пояснення були створені нові теорії, які лягли в основу нової фізики. Найбільш значний вплив на сучасну фізику справили 2 теорії: квантова механіка та теорія відносності, творцями яких були, відповідно, Нільс Бор та Альберт Ейнштейн. Ці теорії дозволили ліквідувати протиріччя між теорією та експериментом, а також передбачити ряд нових властивостей матерії. Це обумовило бурхливий розвиток фізики у XX сторіччі і стало головною передумовою науково-технічного прогресу.

Але сучасна фізика не перекреслила всі здобутки класичної теорії. І в наші дні класична фізика продовжує широко застосовуватись для науково-технічних розрахунків. Змінилось лише те, що накладені певні обмеження на її застосування. Вона втрачає свою вірність при розгляді процесів у світі мікрочастинок (атоми, молекули, елементарні частинки) та при наближенні швидкості руху тіл до швидкості світла. В цих випадках необхідно

застосовувати сучасні теорії. Проте, у практичній діяльності такі процеси, як правило, не зустрічаються, а тому для фахівців найбільш актуальною є система знань класичної фізики.

2. Механіка. Кінематичні рівняння руху

Механіка – це наука, яка вивчає закономірності *механічного руху* фізичних тіл та причини, які породжують або змінюють цей рух.

Механічний рух – це зміна з часом взаємного розміщення тіл або їх частин.

Механіка поділяється на 3 основні частини: 1) кінематика, 2) динаміка, 3) статика.

Кінематика вивчає закономірності руху тіл, не розглядаючи причин, які його породжують.

Динаміка вивчає закони руху тіл з врахуванням причин, які породжують або змінюють цей рух.

Статика вивчає закони рівноваги системи тіл. Оскільки закони рівноваги впливають із законів руху, то статику можна розглядати, як частину динаміки.

Для опису руху тіл у механіці, як і в інших розділах фізики, користуються *фізичними моделями*. *Фізична модель* – це ідеалізований, спрощений опис умов задачі, коли відкидається все другорядне або мало суттєве і залишається лише те, що є головним для даної задачі. Застосування фізичних моделей дозволяє більш просто сформулювати математичну основу даної задачі і отримати результат у вигляді строгого кількісного закону або рівняння.

Однією з найпростіших фізичних моделей є *матеріальна точка*, тобто *тіло з певною масою, розмірами якого в даній задачі можна знехтувати*. Наприклад, вивчаючи рух планет по орбітах навкруг Сонця, їх можна вважати матеріальними точками.

Інша важлива фізична модель – *абсолютно тверде тіло*. Це таке тіло, *яке не змінює в процесі руху свою форму і розміри*.

Рух абсолютно твердого тіла завжди можна представити, як комбінацію поступального і обертального рухів.

Поступальний рух – це такий рух, при якому кожна пряма лінія, пов'язана з рухомим тілом, залишається паралельною самій собі.

Обертальний рух – це рух, при якому всі точки тіла рухаються по колах, центри яких лежать на одній прямій, що називається віссю обертання.

Кінематичні рівняння руху.

Для опису руху тіла необхідно вказати, по відношенню до якого іншого тіла відбувається цей рух, тобто вказати *систему відліку*.

Система відліку – це система координат, пов'язана з деяким іншим фізичним тілом, по відношенню до якого розглядається рух даного тіла.

Рух одного і того ж тіла відносно різних систем відліку може мати різний характер. Наприклад, людина, що сидить у автомобілі, рухається разом з автомобілем відносно землі, але в той же час нерухома відносно автомобіля.

Рух кожної матеріальної точки відбувається у просторі та часі. Тому для опису руху точки необхідно знати, в яких місцях простору вона знаходилась і в які моменти часу вона займала те або інше положення.

Для визначення положення точки необхідно визначити її координати в системі відліку. Найбільш поширеною є *декартова система координат* (рис. 2.1).

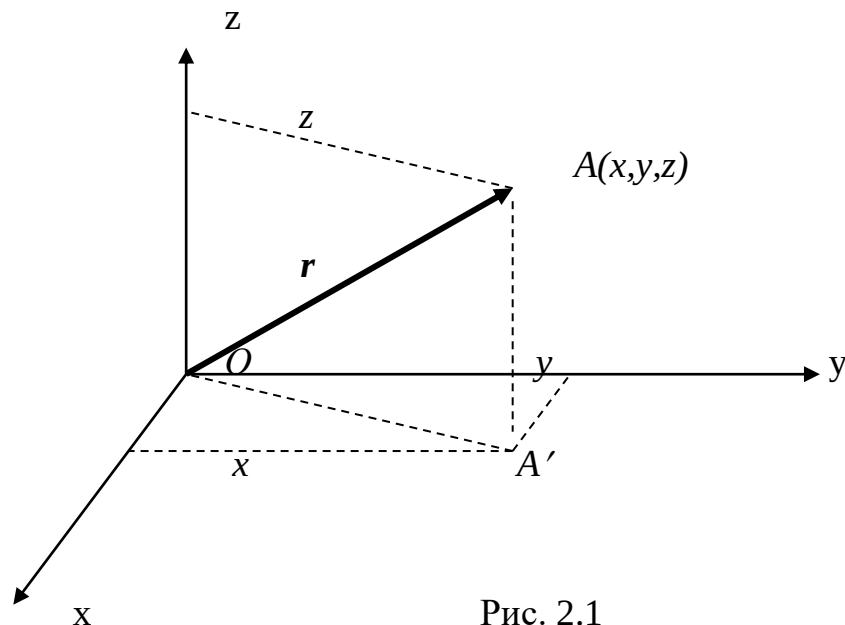


Рис. 2.1

Під час руху точки її координати x , y , z змінюються. Якщо визначити їх залежність від часу у вигляді системи трьох рівнянь

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t), \end{cases} \quad (2.1.)$$

то тим самим будуть задані *кінематичні рівняння руху* матеріальної точки.

Задання трьох декартових координат можна замінити заданням одного *радіус-вектора*, проведеного з початку координат в дану точку (рис. 2.1):

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (2.2.)$$

Оскільки векторні величини широко застосовуються в математичному апараті фізики, слід нагадати основні правила при операціях з ними.

3. Вектори та операції з ними.

Векторами називаються величини, що характеризуються числовим значенням і напрямком та які складаються за правилом паралелограма.

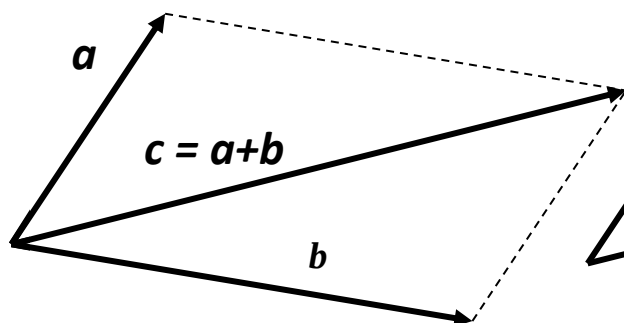


Рис. 2.2(а)

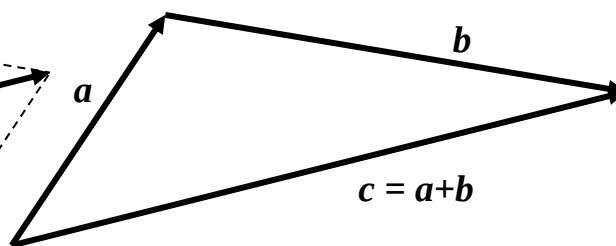


Рис. 2.2(б)

Величини, не зв'язані з напрямком у просторі, називаються скалярами. Числове значення вектора називається його *модулем*. При графічному зображенні вектора у вигляді стрілки її довжина пропорційна модулю вектора. У тексті та на рисунках вектор позначається літерою, зображеною жирним шрифтом (див. рис. 2.2(а)) або такою ж літерою звичайним шрифтом, але зі стрілкою над нею. Наприклад, згідно з рис. 2.2(б):

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Модуль вектора (який по суті є скаляром) позначається тією ж літерою звичайного шрифту без стрілки. Всі скалярні величини також позначаються літерами звичайного шрифту.

На практиці замість правила паралелограма для складання векторів часто користуються правилом трикутника, яке дає той самий результат (рис. 2.3).

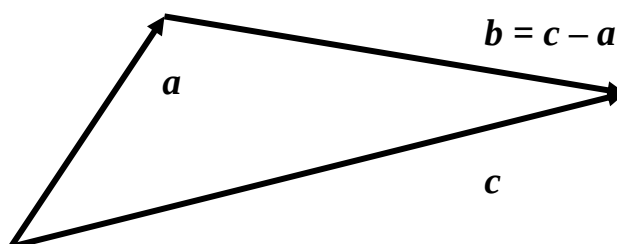


Рис. 2.3

Різницею двох векторів $\vec{c}$ і $\vec{a}$ є такий вектор $\vec{b}$, який у сумі з вектором $\vec{a}$ дає вектор $\vec{c}$ (рис. 2.3): $\vec{c} - \vec{a} = \vec{b}$

Для того, щоб геометрично побудувати різницю двох векторів, необхідно за допомогою паралельного перенесення векторів розташувати їх так, щоб були суміщені початки цих векторів. Тоді вектор, проведений із кінця від'ємника в кінець зменшуваного, дорівнює різниці цих векторів.

Вектор $\vec{a}$ можна помножити на скаляр A . В результаті множення отримаємо новий вектор $\vec{b}$, модуль якого в $|A|$ разів більший, ніж a . Напрямок вектора $\vec{b}$ або співпадає з напрямком $\vec{a}$ (якщо $A > 0$), або протилежний йому (якщо $A < 0$).

Враховуючи це, будь-який вектор $\vec{a}$ можна представити у вигляді :

$$\vec{a} = a \cdot \vec{e}_a,$$

де $\vec{e}_a$ – вектор, модуль якого дорівнює 1, а напрямок співпадає з напрямком вектора $\vec{a}$. Такий вектор називається *ортом* вектора $\vec{a}$. Можна визначити також і орти координатних осей (одиничні вектори в напрямку кожної з осей). У випадку декартової системи координат її орти мають спеціальні позначення: $\vec{i}$ – орт осі x , $\vec{j}$ – орт осі y , $\vec{k}$ – орт осі z .

Нехай деякий вектор $\vec{a}$ утворює у просторі кут α відносно осі x . Опустимо перпендикуляри з початку і кінця вектора на вісь (Рис. 2.4) і визначимо відстань вздовж осі між ними :

$$a_x = a \cdot \cos \alpha$$

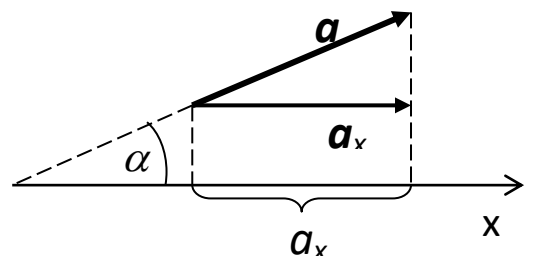


Рис. 2.4

Скалярна величина, визначена таким чином, називається *проекцією* вектора $\vec{a}$ на вісь x . Вона може бути позитивною ($\alpha < 90^\circ$), негативною ($\alpha > 90^\circ$) або дорівнювати нулю ($\alpha = 90^\circ$), в залежності від значення $\cos \alpha$.

Будь-який вектор в декартовій системі координат може бути представлений через орти координатних осей і проекції на ці осі:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

Проекцію вектора на вісь не слід плутати із *складовою вектора* вздовж цієї осі $\vec{a}_x$ (Рис. 2.4), яка по суті є не скаляром, а вектором і дорівнює добутку проекції вектора на вісь на орт цієї осі.

Кожний вектор можна задати за допомогою 3-х скалярних величин – координат радіус-вектора. Відповідно, кожне векторне рівняння можна рівноцінно замінити трьома скалярними і навпаки (наприклад, див. (2.1) і (2.2)).

Два вектори можна перемножувати між собою двома способами – скалярно і векторно.

Скалярний добуток двох векторів – це скаляр, чисельно рівний добуткові модулів цих векторів на косинус кута між ними (рис. 2.5):

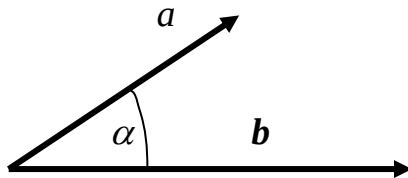


Рис. 2.5

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \alpha. \quad (2.3.)$$

Векторний добуток двох векторів – це вектор, модуль якого дорівнює добуткові модулів цих векторів на синус кута між ними, а напрямком якого співпадає з напрямком перпендикуляра до площини, в якій лежать обидва вектори, і визначається за правилом правого гвинта (рис. 2.6):

$$\begin{aligned} \vec{c} &= [\vec{a}, \vec{b}] \\ c &= a \cdot b \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.4.)$$

Правило правого гвинта в даному випадку формулюється таким чином:

Якщо розмістити гвинт вздовж нормалі до площини, в якій знаходяться вектори, що перемножуються, й обернути його в напрямку від першого вектора до другого, то поступальний рух гвинта при цьому вкаже позитивний напрямок нормалі (див. рис. 2.6).

Згідно з цим правилом, якщо поміняти місцями вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ у формулі (2.4), то напрямок вектора $\vec{c}$ зміниться на протилежний. Необхідно зазначити, що векторний добуток двох векторів (вектор $\vec{c}$) має певні властивості, які відрізняють його від звичайних векторів (векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$). Внаслідок цього вектори такого типу, напрямком

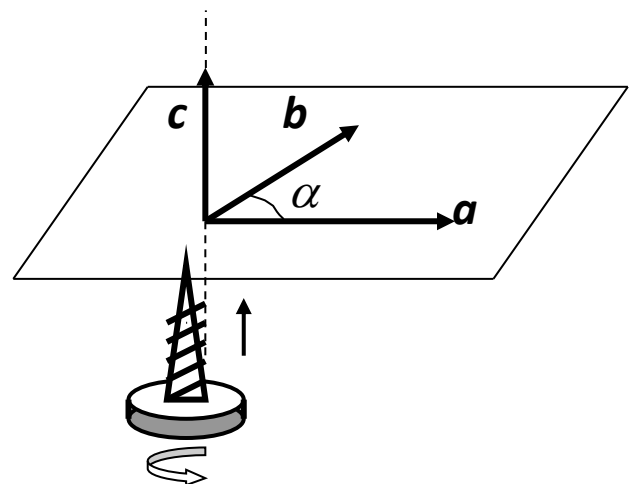


Рис. 2.6

яких визначається за правилом правого гвинта, називаються *псевдовекторами* (або *аксіальними векторами*).

Для символічного позначення операцій множення векторів застосовуються: при скалярному множенні – крапка між позначеннями векторів (див. (2. 3)), при векторному множенні – позначення векторів через кому, взяті в квадратні дужки (див. (2. 4)).

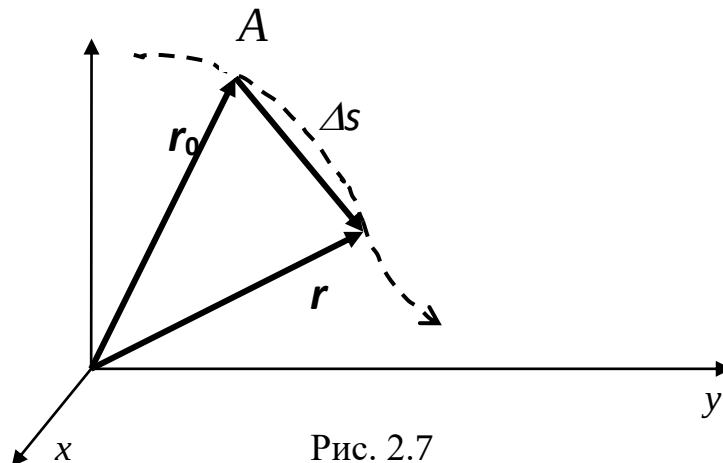
§ 2.2. Кінематика поступального й обертального руху

1. Переміщення та швидкість.

Розглянемо рух точки вздовж деякої траєкторії (рис. 2.7, пунктир). За деякий проміжок часу Δt положення точки змінилось від A до B . Довжина криволінійної ділянки траєкторії AB , пройденої матеріальною точкою, називається довжиною шляху Δs . Вектор $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ (приріст вектора $\vec{r}_0$) називається *переміщенням* матеріальної точки.

Переміщення – це вектор, який сполучає початкову і кінцеву точки траєкторії.

На відміну від переміщення, довжина шляху є скаляром (оскільки внаслідок кривизни траєкторії неможливо однозначно визначити її напрямок).



Довжина шляху і переміщення у системі одиниць СІ вимірюються у *метрах* (m). Час вимірюється у *секундах* (s). Метр і секунда належать до основних одиниць системи СІ.

При прямолінійному русі вектор переміщення співпадає з відповідною ділянкою траєкторії, і модуль переміщення Δr дорівнює довжині

шляху Δs (за умови, що під час руху його напрямок не змінюється на протилежний).

Для характеристики руху матеріальної точки вводиться векторна величина – *швидкість*, якою визначається, з одного боку, темп зміни положення точки у просторі, а з іншого – напрямок її руху в даний час.

Вектором середньої швидкості називається відношення приросту радіус-вектора матеріальної точки до проміжку часу:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} . \quad (2.5.)$$

Напрямок вектора середньої швидкості співпадає з напрямком вектора переміщення. Середня швидкість є характеристикою руху протягом тривалого проміжку часу Δt .

Примітка. Слід відрізняти середню швидкість (вектор) і середнє значення модуля швидкості. Якщо перша з цих величин визначається за формулою (1), то друга – за формулою:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} . \quad (2.6.)$$

Їх модулі співпадають за умови прямолінійного руху в одному напрямку.

Для визначення швидкості руху в даний момент часу користуються *миттєвою швидкістю*. Миттєвою швидкістю називається гранична величина, до якої прямує середня швидкість при необмеженому зменшенні проміжку часу Δt :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (2.7.)$$

Таким чином, миттєва швидкість – це векторна величина, яка дорівнює першій похідній від радіус-вектора рухомої точки по часу.

Оскільки при зменшенні Δt модуль вектора переміщення прямує до довжини пройденого шляху $\Delta r \rightarrow \Delta s$, то модуль миттєвої швидкості:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} . \quad (2.8.)$$

Якщо виконується умова $v = const$, то рух називається *рівномірним*. Для рівномірного руху:

$$s = v \cdot t, \quad (\text{при } v = \text{const}). \quad (2.9.)$$

Примітка. Формулу $s = v \cdot t$ можна застосовувати лише для рівномірного руху!

У системі СІ швидкість вимірюється в *метрах за секунду (м/с)*.

Вектор миттєвої швидкості має напрям, що співпадає з граничним напрямом січної до траєкторії, проведеної вздовж вектора $\Delta \vec{r}$, при $\Delta r \rightarrow 0$ (рис. 2.8). Тому *вектор швидкості спрямований по дотичній до траєкторії*. Саме тому миттєва швидкість є істинною для даної точки траєкторії.

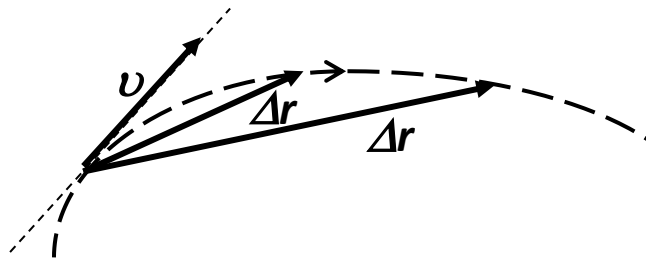


Рис. 2.8

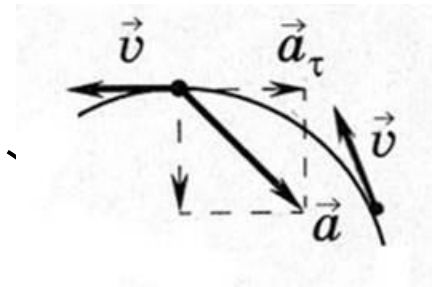


Рис. 2.9

Отже, миттєва швидкість – це вектор, який, в залежності від характеру руху, може змінюватися з часом як по модулю, так і за напрямком.

2. Тангенціальне та нормальне прискорення.

Розглянуті вище переміщення і швидкість є кінематичними характеристиками руху. Ще однією кінематичною характеристикою руху є *прискорення*.

Якщо швидкість характеризує зміну в часі вектора переміщення, то прискорення таким же чином характеризує зміну в часі вектора швидкості. При цьому, як і у випадку вектора швидкості, слід дати визначення *середнього і миттєвого прискорень*.

Середнє прискорення – це відношення приросту вектора швидкості до проміжку часу:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad (2.10.)$$

де $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$, $\vec{v}_0$ – початкова швидкість, $\vec{v}$ – швидкість через час Δt (рис. 2.9).

При необмеженому зменшенні проміжку часу вектор середнього прискорення прямує до деякого граничного значення, яке називається *миттєвим прискоренням* (або просто *прискоренням*):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (2.11.)$$

Для *прямолінійного рівноприскореного руху* $\vec{a} = \text{const}$, а тому $\vec{a} = \langle \vec{a} \rangle$, і співвідношення (2.10.) можна написати у проекції на напрямок руху в скалярному вигляді:

$$\Delta v = a \cdot \Delta t, \quad \text{або:}$$

$$v = v_0 + a \cdot t, \quad (2.12.)$$

Звідси знайдемо:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad (2.13.)$$

Примітка. Слід пам'ятати, що співвідношення (2.12.) і (2.13.) справедливі лише при $a = \text{const}$.

Повертаючись до загального випадку криволінійного руху, із співвідношення (2.11.) сформулюємо визначення:

Прискорення – це векторна величина, яка дорівнює першій похідній від вектора швидкості по часу або другій похідній від радіус-вектора по часу.

З рис. 2.9 можна зрозуміти, що вектор $\Delta \vec{v}$ (а отже, і вектор $\vec{a}$) залежить від зміни вектора швидкості як за модулем, так і за напрямом. Розкладемо його на дві складові $\Delta \vec{v}_\tau$ і $\Delta \vec{v}_n$:

$$\Delta \vec{v} = \Delta \vec{v}_\tau + \Delta \vec{v}_n. \quad (2.14.)$$

При цьому модуль вектора Δv_τ визначається співвідношенням:

$$\Delta v_\tau = v - v_0 = \Delta v, \quad (2.15.)$$

тобто він визначає зміну швидкості *по модулю* за час Δt .

Друга складова $\Delta \vec{v}_n$ зумовлена *поворотом* вектора швидкості під час руху точки і зв'язана, таким чином, із кривизною траєкторії руху.

Якщо підставити (2.14.) у (2.1.), загальний вектор прискорення можна розділити на дві складові – *тангенціальне* і *нормальне* прискорення:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \quad (2.16.)$$

Тангенціальне прискорення визначає темп зміни швидкості за модулем:

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_\tau}{\Delta t}. \quad (2.17.)$$

Модуль тангенціального прискорення (враховуючи (2.10.)):

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad (2.18.)$$

або

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (2.19.)$$

Отже, модуль тангенціального прискорення дорівнює похідній від модуля швидкості по часу.

Примітка. У випадку $a_\tau = \text{const}$ можна використовувати формули (2.16.) і (2.17.) не лише для прямолінійного, але й для криволінійного руху, підставляючи в ці формули модуль тангенціального прискорення.

Напрямок вектора тангенціального прискорення – вздовж дотичної до траєкторії (тобто або співпадає з напрямком вектора швидкості (прискорений рух), або протилежний йому (сповільнений)).

Нормальне прискорення визначає темп зміни вектора швидкості за напрямком:

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t}. \quad (2.20.)$$

Простими геометричними побудовами можна довести, що його модуль:

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (2.21.)$$

де R – радіус кривизни траєкторії в даній точці.

Вектор нормального прискорення $\vec{a}_n$ завжди є перпендикулярним до вектора $\vec{a}_\tau$ (чим і зумовлена його назва), тобто він спрямований до центру кривизни траєкторії. Тому його називають також *доцентровим прискоренням*.

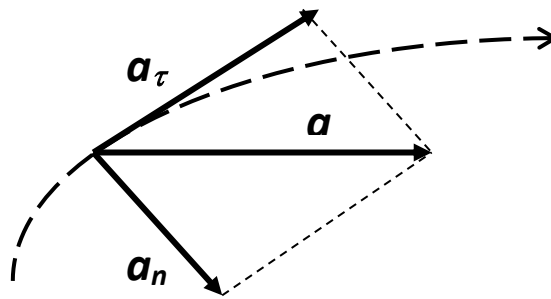


Рис 2.10

Отже, згідно з (2.16.), *повне прискорення* є векторною сумою тангенціального та нормального прискорень, які завжди спрямовані взаємно перпендикулярно (рис. 2.10). За теоремою Піфагора:

$$a^2 = a_{\tau}^2 + a_n^2. \quad (2.22.)$$

У системі СІ прискорення вимірюється у *метрах на секунду в квадраті* (м/с^2). Розглянуті вище швидкість і прискорення називаються *лінійними* (на відміну від *кутових*, які розглядаються у наступному пункті лекції).

3. Кінематика обертального руху

Розглянемо тверде тіло, яке обертається навколо нерухомої осі. Тоді кожна його точка рухається по коловій траєкторії, радіус якої дорівнює відстані від точки до осі.

Розглянемо рух деякої точки тіла A , що обертається по колу радіуса R із центром в точці O (рис. 2.11). За певний проміжок часу Δt точка A повернеться на деякий кут $\Delta\varphi$. Цей кут є однаковим для всіх точок даного твердого тіла і називається *кутом повороту*.

Кутовою швидкістю називається величина, яка визначає кут повороту тіла, що обертається, за одиницю часу.

Середня кутова швидкість визначається формулою:

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (2.23.)$$

Граничне значення цієї величини при зменшенні проміжку часу Δt називається *миттєвою кутовою швидкістю* (або просто *кутовою швидкістю*):

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (2.24.)$$

тобто це похідна від кута повороту по часу.

Лінійна швидкість руху точки A по коловій траєкторії (вектор $\vec{v}$) спрямована по дотичній до кола, а її модуль згідно з (2.7.):

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \cdot \Delta \varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R\omega \quad (2.25.)$$

В цьому рівнянні враховано, що пройдений за час Δt шлях (довжина дуги кола) обчислюється за формулою $\Delta s = R \cdot \Delta \varphi$.

Отже, зв'язок між кутовою та лінійною швидкостями:

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (2.26.)$$

Якщо $\omega = const$, то обертання називається *рівномірним*. При рівномірному обертанні середня кутова швидкість дорівнює миттєвій, і співвідношення (2.22.) можна написати у вигляді:

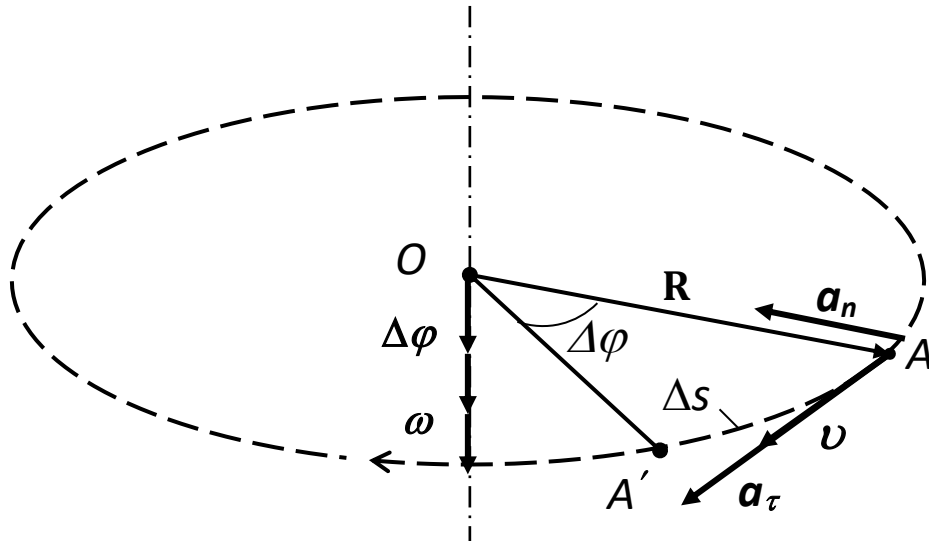


Рис. 2.11

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad (2.27.)$$

В цьому випадку обертальний рух можна охарактеризувати *періодом обертання* T .

Період обертання – це час, за який тіло здійснює повний оберт навколо осі.

Оскільки при цьому $\Delta t = T$, $\Delta\varphi = 2\pi$, то з (2.24.) маємо:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (2.28.)$$

або

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Число повних обертів тіла за одиницю часу називається частотою обертання:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi},$$

звідки

$$\omega = 2\pi \nu. \quad (2.29.)$$

Одиницею вимірювання частоти в системі СІ є *герц* (Гц) – один оберт за секунду. Його розмірність – с^{-1} .

Якщо обертання є нерівномірним (кутова швидкість змінюється з часом), то *характеристикою темпу зміни кутової швидкості є кутове прискорення*.

Кутове прискорення визначає приріст кутової швидкості за одиницю часу.

Середнє кутове прискорення:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \quad (2.30.)$$

Миттєве кутове прискорення – граничне значення цієї величини при $\Delta t \rightarrow 0$, тобто похідна від кутової швидкості по часу:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \quad (2.31.)$$

При рівномірному обертанні (для $\omega = \text{const}$) $\varepsilon = 0$.

Якщо $\varepsilon = \text{const}$ (рівноприскорене обертання), то миттєве кутове прискорення дорівнює його середньому значенню.

Кожна точка тіла, що обертається, має, крім кутового, також і *лінійне прискорення*, складові якого (тангенціальне і нормальне прискорення) були визначені вище.

Між модулями лінійного та кутового прискорень існує певний зв'язок.

Тангенціальне прискорення:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \quad (2.32.)$$

Нормальне прискорення:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R \quad (2.33.)$$

Ці формули, разом із формулою (2.19.), визначають зв'язок між лінійними та кутовими величинами під час обертання. Вони часто використовуються під час розв'язування задач, а тому їх необхідно запам'ятати:

$$\begin{aligned} v &= \omega R, \\ a_\tau &= \varepsilon R, \\ a_n &= \omega^2 R. \end{aligned} \quad (2.34.)$$

З урахуванням цих співвідношень повне прискорення (див. попередню лекцію):

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \quad (2.35.)$$

Необхідно зазначити, що кутові величини (кут повороту, кутова швидкість, кутове прискорення) не є скалярами. Це вектори, але вектори особливого типу, які називаються *аксіальними векторами* (або *псевдовекторами*). Їх напрямок співпадає з напрямком осі обертання і визначається правилом правого гвинта (рис. 2.12.). Напрямки векторів $\Delta\vec{\varphi}$ і $\vec{\omega}$ завжди співпадають. Напрямок вектора $\vec{\varepsilon}$ може співпадати з ними (якщо обертання прискорюється) або бути протилежним (якщо обертання сповільнюється).

Співвідношення (2.34.), які визначають зв'язок між кутовими і лінійними величинами, написані для модулів векторів.

У системі СІ одиницями вимірювання кутових величин є: кута повороту – *радіан (рад)*, кутової швидкості – *радіан за секунду (рад/с)*, кутового прискорення – *радіан на секунду в квадраті (рад/с²)*. Оскільки радіан є додатковою одиницею системи СІ, то кут повороту вважається безрозмірною величиною. Тому розмірність кутової швидкості і кутового прискорення іноді записують, відповідно, як s^{-1} і s^{-2} .

§2.3. Динаміка поступального руху

1. Закони Ньютона. Імпульс.

В основі динаміки лежать 3 закони Ньютона, сформульовані ним у кінці XVII сторіччя. Ці закони є результатом узагальнення великої кількості дослідних фактів, і критерієм їх вірності є вірність тих теорій, які створені на їх основі і які з великою точністю підтверджувались на практиці на протязі близько 2 сторіч, до кінця XIX сторіччя. Виявлені пізніше відхилення від цих законів стосуються лише явищ, пов'язаних із мікрочастинками, та при швидкостях руху, що наближаються до швидкості світла. У всіх інших випадках ньютонівська (класична) механіка залишається вірною і продовжує широко застосовуватись на практиці.

І закон Ньютона формулюється таким чином:

матеріальне тіло при відсутності взаємодії з іншими тілами зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху.

По-іншому такий стан можна назвати рухом зі сталою швидкістю (прискорення дорівнює нулю). Отже, І закон Ньютона можна сформулювати ще й так:

за відсутності взаємодії з іншими тілами швидкість матеріального тіла залишається сталою.

Властивість тіл зберігати свою швидкість називається *інертністю*, і, відповідно до цього, І закон Ньютона називається також *законом інерції*.

Цей закон виконується не в кожній системі відліку. Наприклад, він не виконується у системах відліку, які рухаються прискорено відносно інших систем. Тому системи відліку, в яких І закон Ньютона виконується, називаються *інерціальними*, а всі інші – *неінерціальними*.

Отже, стан руху тіла (його швидкість) в інерціальній системі відліку може змінитись лише внаслідок дії на нього інших тіл. В результаті такої дії змінюється швидкість тіла, тобто воно набуває прискорення.

Практика свідчить про те, що при однаковій дії різні тіла набувають різних прискорень. Наприклад, буксир легко відведе від пристані малий човен, але йому знадобиться набагато більше часу, щоб зробити те ж саме з великим кораблем.

Отже, прискорення тіла залежить не лише від величини дії на тіло, але й від деякої характеристики самого тіла. Така характеристика називається *масою* тіла. Як буде визначено нижче, від маси залежить також і гравітаційна взаємодія тіл. *Маса тіла – це фізична величина, яка визначає кількісно інерційні та гравітаційні властивості тіла.*

У системі СІ одиницею маси є *кілограм (кг)*. Це – одна з основних одиниць системи СІ.

Взаємодія тіл, що змінює їх стан руху, характеризується ще однією фізичною величиною, яка називається *силою*. Це векторна величина, оскільки вона має не лише числове значення, але й напрямок. Крім прискорення тіла, дія сили може проявлятися також у деформуванні тіла.

Сила – це векторна величина, що є мірою механічної дії на тіло з боку інших тіл, в результаті якої тіло набуває прискорення або змінює свою форму.

У системі СІ одиницею сили є *ньютон (Н)*:
$$1\text{Н} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}.$$

Фізичні дослідження виявили, що при дії різних сил на одне й те саме тіло його прискорення пропорційне величині сили: $a \sim F.$

Якщо ж однаковою силою діяти на тіла різної маси, то їх прискорення обернено пропорційне їх масі: $a \sim 1/m.$

Ці закономірності об'єднані у II законі Ньютона:

прискорення тіла пропорційне діючій на тіло силі, співпадає з нею за напрямком і обернено пропорційне масі тіла:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (2.36.)$$

або

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}. \quad (2.37.)$$

Важливим параметром, що характеризує рух тіла, є його *імпульс*.

Імпульсом тіла (або *кількістю руху*) називається векторна величина, яка дорівнює добутку маси тіла на його швидкість:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Рівняння II закону Ньютона можна написати також у такій формі:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (2.38.)$$

тобто

сила, що діє на тіло, дорівнює першій похідній від імпульсу тіла по часу.

Згідно з (3), приріст імпульсу тіла внаслідок дії сили дорівнює добутку сили на проміжок часу, протягом якого вона діяла:

$$d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt. \quad (2.39.)$$

II закон Ньютона фактично включає в себе й I закон як частковий

випадок. Справді, з (2.32.) у випадку $\vec{F} = 0$ отримаємо $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$, або $\vec{v} = \text{const}$, що співпадає з формулюванням I закону Ньютона.

При розв'язуванні задач у механіці широко застосовується принцип незалежності дії сил:

якщо на матеріальну точку діють одночасно кілька сил, то кожна з них надає точці прискорення незалежно від дії інших сил.

Цей принцип дозволяє розкласти одну силу на дві або кілька складових і розглядати їх дію незалежно одна від одної. Наприклад, можна розкласти силу на нормальну і тангенціальну складові відносно траєкторії матеріальної точки і визначати відповідні прискорення. Цей же принцип дозволяє дійти висновку, що у випадку одночасної дії на певне тіло кількох сил для визначення повного прискорення тіла необхідно застосувати формулу (1), в якій $\vec{F}$ – це рівнодіюча всіх сил, що діють на тіло (тобто їх векторна сума).

Примітка. При розв'язуванні задач із фізики необхідно пам'ятати, що *повне прискорення тіла визначається рівнодіючою всіх сил, які діють на тіло.* Тому при складанні рівнянь на основі II закону Ньютона у всіх випадках *добуток маси тіла на його прискорення дорівнює векторній сумі всіх діючих на тіло сил.* Нерозуміння цього закону призводить до поширеної помилки, коли рівняння складається на основі II закону Ньютона з урахуванням лише однієї з кількох діючих сил.

У III законі Ньютона розглядається взаємодія двох тіл. У ньому стверджується, що дія одного тіла на інше завжди викликає протилежну дію у відповідь (рис. 2.12):

при взаємодії двох матеріальних точок на кожну з них діє сила, спрямована вздовж прямої, що з'єднує ці точки. Ці сили є рівними по модулю і протилежними за напрямком:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \quad (2.37.)$$

Цей закон є застосовним не лише до матеріальних точок, але й до будь-яких інших тіл, адже кожне з них можна розглядати як певну комбінацію матеріальних точок.

При застосуванні III закону Ньютона слід завжди пам'ятати, що дві сили $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, про які йде мова, прикладені до різних тіл.

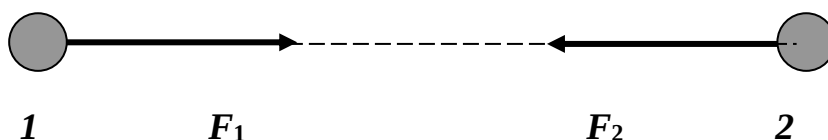


Рис. 2.12

Примітка. При розв'язуванні фізичних задач від векторних рівнянь необхідно переходити до алгебраїчних рівнянь за допомогою їх проектування на осі, які вибираються довільним чином.

2. Сили та силові поля

Всі сили, що діють у природі, можна звести до фундаментальних взаємодій 4 типів: 1) гравітаційна; 2) електромагнітна; 3) сильна (внутрішньоядерна); 4) слабка (процеси розпаду деяких елементарних частинок).

Ці фундаментальні взаємодії є першоосовою всіх сил. Характерним для них є те, що сили передаються на відстань за допомогою відповідних *силових полів*, безперервно розподілених у просторі і залежних від просторових координат.

Але в механіці розглядаються й інші сили, які впливають на стан руху і взаємодії макроскопічних тіл. До таких сил належать, наприклад, сили тертя, сили пружної деформації та деякі інші. Вони не є фундаментальними, оскільки в їх основі лежать сили взаємодії між атомами та молекулами речовини, зумовлені електромагнітною взаємодією.

Отже, пружні сили і сили тертя мають електромагнітне походження. Але для аналізу стану руху тіл у механіці зручніше виділити ці сили в окремі класи взаємодій макроскопічних тіл, визначити відповідні закони і використовувати їх для аналізу стану і руху цих тіл.

Розглянемо деякі приклади сил та пов'язані з ними кількісні співвідношення.

A) Гравітаційні сили

З астрономічних спостережень відомо, що планети Сонячної системи обертаються по еліптичних орбітах навколо Сонця, Місяць обертається навколо Землі, а ряд інших планет також мають супутники, які обертаються навколо них. За даними спостережень з великою точністю розраховані орбіти всіх небесних тіл.

З викладеного вище відомо, що під час руху по криволінійній траєкторії тіло має нормальне прискорення. Згідно ж із II законом Ньютона, наявність прискорення свідчить про наявність сили, яка є причиною цього прискорення.

Свого часу Ньютон теоретично проаналізував дані астрономічних спостережень і дійшов висновку, що небесні тіла повинні рухатися саме так лише в тому випадку, якщо будь-які два тіла взаємно притягуються з силою, величина якої

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.38.)$$

де m_1 і m_2 – маси тіл, r – відстань між ними, G – деякий коефіцієнт, який називається *гравітаційною сталою*:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Цей закон дістав назву закону всесвітнього тяжіння. Він формулюється таким чином:

будь-які два тіла взаємно притягуються з силою, пропорційною добутку їх мас і обернено пропорційною квадрату відстані між ними.

Закон всесвітнього тяжіння є універсальним і виконується для всіх тіл, незалежно від їх мас, розмірів і хімічного складу. Явище взаємного притягнення тіл, зумовлене цим законом, називається *гравітацією*. Гравітаційна взаємодія між тілами здійснюється за допомогою *гравітаційного поля*. Це поле вільно поширюється у просторі і діє на будь-якій відстані.

Гравітаційне поле є прикладом *силового поля*, тобто такого просторового поля, яке дозволяє тілам здійснювати силову взаємодію не за

рахунок безпосереднього контакту, а на відстані. Як було зазначено вище, у природі існує 4 типи фундаментальних силових полів, і гравітаційне поле є одним із них.

Поблизу Землі на кожне тіло масою m , згідно з (6), діє *сила тяжіння*. Розрахунки показують, що на точкову масу m , розміщену від центру Землі на відстані $r = R + h$ (h – висота тіла над поверхнею Землі, R – радіус Землі), діє така сама сила, як і в тому випадку, коли вся маса Землі M сконцентрована в її центрі (тобто гравітаційне поле Землі еквівалентне полю матеріальної точки тієї самої маси):

$$F = G \frac{mM}{(R + h)^2} . \quad (2.39.)$$

Якщо тіло знаходиться на поверхні Землі, то $h = 0$ і сила тяжіння:

$$F = G \frac{mM}{R^2} . \quad (2.40.)$$

Згідно з II законом Ньютона, ця сила повинна зумовлювати певне прискорення тіла a , пов'язане з нею співвідношенням $F = m a$.

Із дослідів Галілея відомо, що $a = g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Отже, поблизу поверхні Землі на кожне тіло масою m діє спрямована вертикально вниз сила тяжіння:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} . \quad (2.41.)$$

Підставляючи цю величину в формулу (2.40.), отримаємо:

$$mg = G \frac{mM}{R^2} ,$$

звідки

$$g = G \frac{M}{R^2} . \quad (2.42.)$$

З цього співвідношення, знаючи g , G і R , можна розрахувати масу Землі M .

Для тіла, піднятого на висоту h , прискорення вільного падіння, згідно з (2.42.), буде визначатися формулою:

$$g = G \frac{M}{(R + h)^2} . \quad (2.43.)$$

Сила тяжіння поблизу поверхні Землі діє на кожне тіло завжди, і вона визначається співвідношенням (2.43.). Якщо тіло не перебуває у стані вільного падіння, а стримується певною опорою або підвісом, то сила, з якою воно, внаслідок сили тяжіння, діє на опору або підвіс, називається *вагою* тіла.

Сила тяжіння і вага не завжди є однаковими. Наприклад, вони не співпадають, якщо опора або підвіс рухаються прискорено відносно Землі.

Б) Деформація тіл

Деформація – це зміна форми твердого тіла внаслідок дії на нього зовнішніх сил.

Це явище тією чи іншою мірою властиве будь-якому твердому тілу, тобто абсолютно твердих тіл у природі не існує.

Деформація називається пружною, якщо після припинення дії зовнішніх сил тіло відновлює початкові розміри і форму.

Деформація, яка зберігається після припинення дії на тіло зовнішніх сил, називається пластичною.

В залежності від напрямку дії деформуючих сил, розглядають такі види деформацій: розтягнення або стискання, зсув, згин, кручення.

Як приклад деформації «розтягнення–стискання», розглянемо стрижень довжиною l і діаметром d , який деформується діючими на його кінці вздовж осі стрижня протилежно спрямованими силами $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, рівними за модулем, тобто $F_1 = F_2 = F$ (рис. 2.14).

Внаслідок дії сил довжина стрижня стала рівною $l + \Delta l$. Зміна розміру тіла Δl називається його *абсолютною деформацією*, а її відношення до початкового розміру $\Delta l/l$ – *відносною деформацією*.

Оскільки при деформуванні тіла зазнають змін не лише поздовжній, але й поперечний розміри, то відносну деформацію визначають для обох розмірів:

а) поздовжня деформація:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} ;$$

б) поперечна деформація:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d} ,$$

де d – початковий діаметр стрижня, Δd – приріст діаметру.

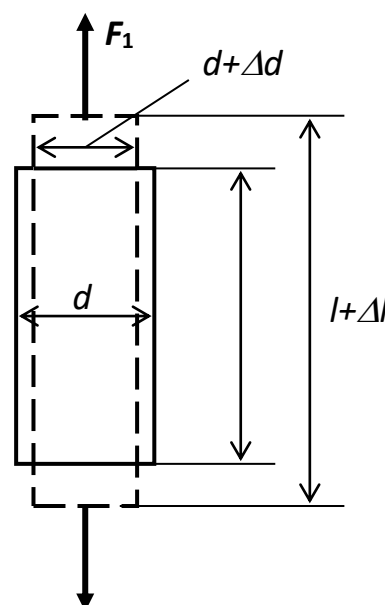


Рис. 2.13

Зрозуміло, що Δl і Δd мають протилежні знаки, а тому протилежні знаки мають також і величини ε і ε' . З досліджень відомо, що між цими величинами у межах, поки деформація залишається пружною, має місце пряма пропорційна залежність:

$$\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon,$$

де μ – коефіцієнт Пуассона, величина якого залежить від властивостей матеріалу.

При деформуванні матеріалу сила, що діє на одиницю площі поперечного перерізу тіла, називається *механічним напруженням*:

$$\sigma = \frac{F}{S}, \quad (2.44.)$$

де S – площа поперечного перерізу тіла, F – сила, що діє перпендикулярно до площини перерізу.

Дослідним шляхом встановлено, що *в межах, коли деформація тіла не перевищує певну критичну величину і залишається пружною, механічне напруження пропорційне величині деформації*:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (2.45.)$$

де E – модуль Юнга, який є характеристикою пружних властивостей речовини при деформації розтягнення або стискання. З останнього співвідношення можна визначити, що *модуль Юнга теоретично дорівнює механічному напруженню при $\varepsilon = 1$, тобто при такій деформації, коли розмір тіла збільшується вдвічі*.

З вищевикладених формул знайдемо:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{ES} = \frac{\Delta l}{l}.$$

З останнього рівняння:

$$F = k \cdot \Delta l, \quad (2.46.)$$

де $k = \frac{ES}{l}$ – коефіцієнт пружності (жорсткість) тіла. Отже, можна сформулювати наступний закон (закон Гука):

видовження тіла при деформації пропорційне величині деформуючої сили.

Слід сказати, що формула (2.46) – це теж по суті закон Гука, але написаний через інші фізичні величини.

Дослідженнями доведено, що закон Гука (абсолютна деформація пропорційна величині сили) є справедливим не лише для розтягнення-стискання, але й для інших видів деформацій у межах, поки їх можна вважати пружними.

Для визначення границь застосування закону Гука до певної речовини необхідно для тіла, виготовленого з цієї речовини, виконати експериментальні вимірювання для побудови *діаграми напружень* (залежності відносної деформації ε від механічного напруження σ). Приклад діаграми напружень наведено на рис. 2.16. Вона містить кілька характерних ділянок, границі яких визначають основні механічні параметри даної речовини.

На ділянці OA деформація змінюється у відповідності до закону Гука, тобто пропорційно до напруження. Найбільше механічне напруження σ_n , що відповідає цій ділянці, визначає *границю пружності* даної речовини. При подальшому зростанні механічного напруження його залежність від деформації є нелінійною, тобто закон Гука на цій ділянці (ділянка AB) не виконується. В речовині при цьому виникають необоротні пластичні деформації. При наближенні до точки B деформація зростає практично без зростання механічного напруження (явище *текучості* речовини). Механічне напруження σ_m що відповідає верхній границі цієї ділянки діаграми, називається *границею текучості* речовини. При $\sigma > \sigma_m$ (ділянка BC) відбувається руйнування тіла (розривання міжатомних зв'язків).

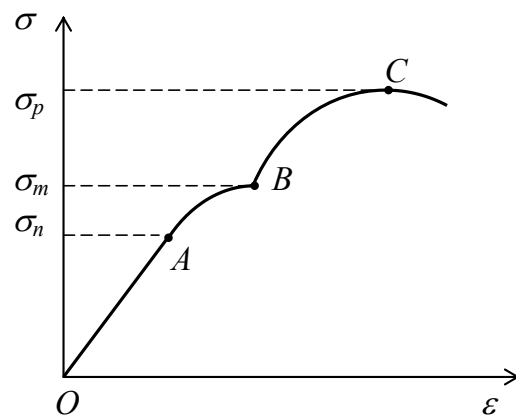


Рис. 3

Максимальне механічне напруження σ_p , що може бути досягнуте в тілі перед його остаточним руйнуванням, називається *границею міцності* речовини.

В) Сила тертя

Однією з найбільш широко розповсюджених є *сила тертя*. З досвіду відомо, що у більшості випадків тіло, приведене у стан руху з певною швидкістю, через деякий час зупиняється, якщо його рух не підтримується дією сил. Це стосується руху тіла у певному середовищі (рідкому або газоподібному) або руху відносно поверхні якогось іншого твердого тіла при

наявності механічного контакту з цією поверхнею. У даному розділі ми розглянемо саме цей останній випадок.

Причиною тертя при ковзанні однієї поверхні по іншій є мікронерівності поверхонь, що дотикаються. Для дуже гладких поверхонь певну роль відіграють також сили міжмолекулярної взаємодії.

Під час руху тіла сила тертя $\vec{F}_{mp}$ завжди має напрямок, протилежний напрямку вектора швидкості $\vec{v}$ (Рис. 2.15).

Модуль сили тертя пропорційний силі нормального тиску, з якою тіло тисне на поверхню. Згідно з III законом Ньютона, ця сила нормального тиску дорівнює по модулю силі реакції опори $\vec{N}$, з якою поверхня тисне на тіло. Звідси:

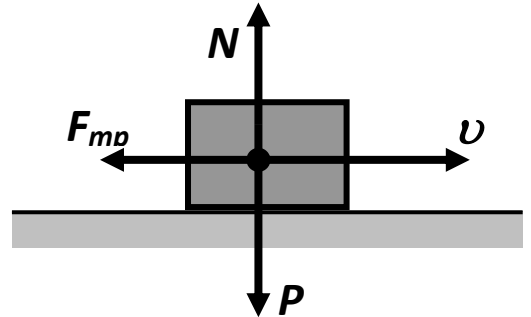


Рис. 2.15

$$F_{mp} = k \cdot N, \quad (2.47.)$$

де k – коефіцієнт тертя, який залежить від складу та стану речовини, стану поверхні та деяких інших чинників.

Якщо тіло знаходиться на похилій площині (рис. 2.16), то на нього діють ті ж самі сили (вага тіла, реакція опори і сила тертя), але під певними кутами, які залежать від кута нахилу похилої площини α .

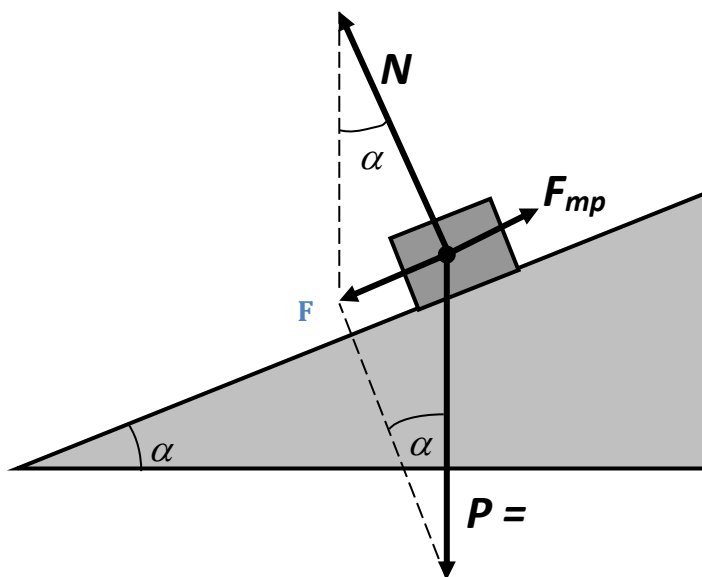


Рис. 2.16

Ковзання тіла вниз вздовж похилої площини буде відбуватися лише в тому випадку, коли векторна сума сили тяжіння і реакції опори перевищить по модулю силу тертя:

$$F \geq F_{mp}.$$

Оскільки

$$F = P \sin \alpha, \quad (2.48.)$$

$$F_{mp} = k N = k P \cos \alpha, \quad (2.49.)$$

то в граничному випадку (коли $F = F_{mp}$): $P \sin \alpha_0 = k P \cos \alpha_0$,

звідки: $k = \operatorname{tg} \alpha_0$, (2.50.)

тобто коефіцієнт тертя дорівнює тангенсу кута α_0 , при якому починається ковзання тіла по похилій площині.

§ 2.4. Динаміка обертального руху

1. Момент інерції

Визначені вище закони динаміки є справедливими для будь-якого руху матеріальної точки, в тому числі й обертального. Але в більшості випадків обертальний рух зручніше характеризувати іншими параметрами, порівняно з поступальним, оскільки це спрощує математичну форму фізичних рівнянь. Це добре видно вже на прикладі кінематики обертального руху (див. § 2.2), де замість векторів переміщення, лінійної швидкості й лінійного прискорення використовуються вектори кута повороту, кутової швидкості й кутового прискорення.

При вивченні динаміки обертального руху також зручно ввести ряд нових параметрів, які дозволяють спростити фізичні формули.

Одним із основних параметрів динаміки обертального руху є *момент інерції* тіла. Найбільш просто його визначення дається для матеріальної точки, яка обертається навколо осі.

Моментом інерції матеріальної точки відносно осі обертання з називається добуток маси цієї точки на квадрат її відстані від цієї осі (рис. 2.17):

$$J = m r^2. \quad (2.51.)$$

У випадку механічної системи, що складається з n матеріальних точок, її загальний момент інерції відносно певної осі дорівнює сумі моментів інерції всіх точок відносно цієї осі:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \quad (2.52.)$$

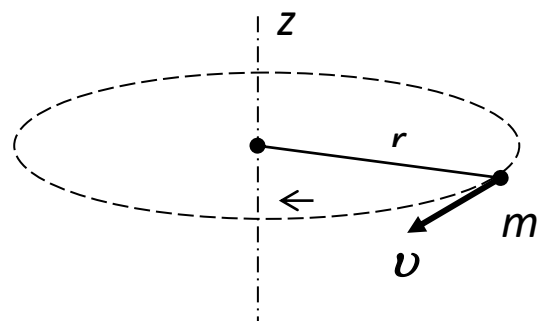


Рис. 2.17

тобто момент інерції має властивість *адитивності* (момент інерції цілого об'єкта дорівнює сумі моментів інерції його частин).

Якщо механічна система є суцільним твердим тілом, тобто коли маса розподілена у просторі безперервно в деякому об'ємі V , то сума в (2.52) переходить в інтеграл:

$$J = \int r^2 dm, \quad (2.53.)$$

де інтегрування ведеться по всьому тілу, а r – відстань даної точки тіла з елементом маси dm від осі обертання.

Найбільш просто інтегрування виконується для тіл, що мають осьову симетрію відносно осі обертання. Прикладами таких тіл є куля, циліндр, тонкий стрижень. Результати розрахунку їх моментів інерції за формулою (1.3) наведені нижче:

а) суцільна куля радіусом R (рис. 2.18а). Відносно осі z , що проходить через центр кулі, її момент інерції:

$$J = \frac{2}{5} mR^2; \quad (2.54.)$$

б) суцільний циліндр або диск радіусом R (рис. 2.18б). Момент інерції відносно осі симетрії:

$$J = \frac{1}{2} mR^2; \quad (2.55.)$$

в) прямий тонкий стрижень довжиною l (рис. 2.18в). Для осі, що проходить перпендикулярно стрижню через його середину:

$$J = \frac{1}{12} ml^2. \quad (2.56.)$$

У формулах (2.54 – 2.56) m – загальна маса всього тіла.

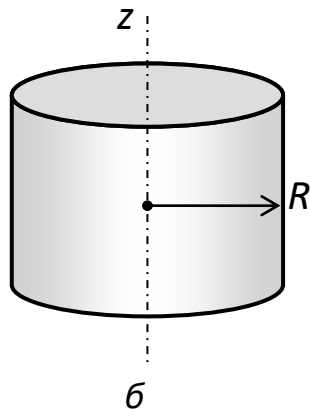
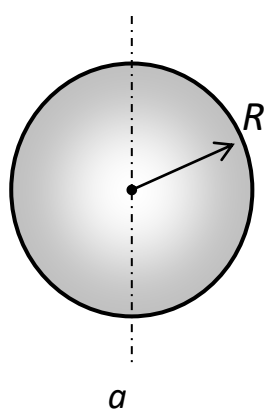


Рис. 218

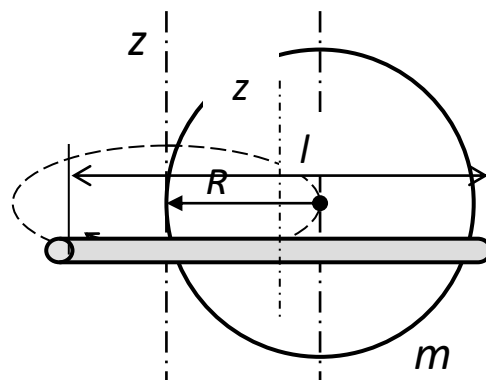


Рис. 2.19

При обертанні тіла навколо осі, що не проходить через його геометричний центр (центр мас), інтегрування за формулою (2.53.) є набагато складнішим. Обчислення в цьому випадку можна значно спростити, якщо скористатися теоремою Штейнера:

момент інерції тіла J відносно будь-якої осі обертання дорівнює моменту його інерції J_0 відносно паралельної осі, що проходить через його центр мас, плюс добуток маси тіла на квадрат відстані між осями (рис. 2.19):

$$J = J_0 + mr^2 \quad (2.57.)$$

Теорема Штейнера є особливо зручною для симетричних тіл, приклади яких наведено вище. Для кожного з них досить розрахувати момент інерції відносно осі симетрії, і тоді за допомогою теореми Штейнера можна

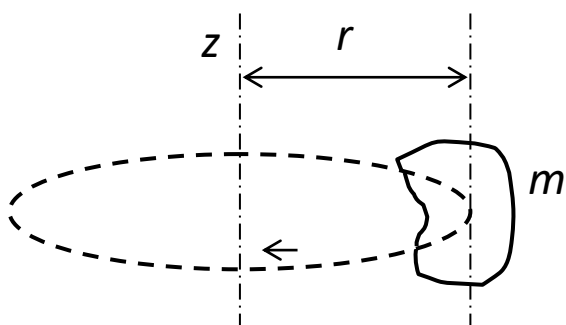


Рис. 2.20

легко визначити момент інерції цього тіла відносно будь-якої іншої паралельної осі.

Наприклад, для обертання кулі відносно осі z , дотичної до її поверхні (рис. 2.20):

$$J = J_0 + mR^2 = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2$$

Момент інерції визначає інерційні властивості механічної системи відносно обертального руху навколо певної осі, так само, як маса тіла визначає його інерційні властивості відносно поступального руху.

2. Момент сили

Іншим важливим параметром динаміки обертального руху є *момент сили*. Необхідність застосування саме цієї величини для врахування дії сили на обертальний рух тіла можна з'ясувати за допомогою такого простого

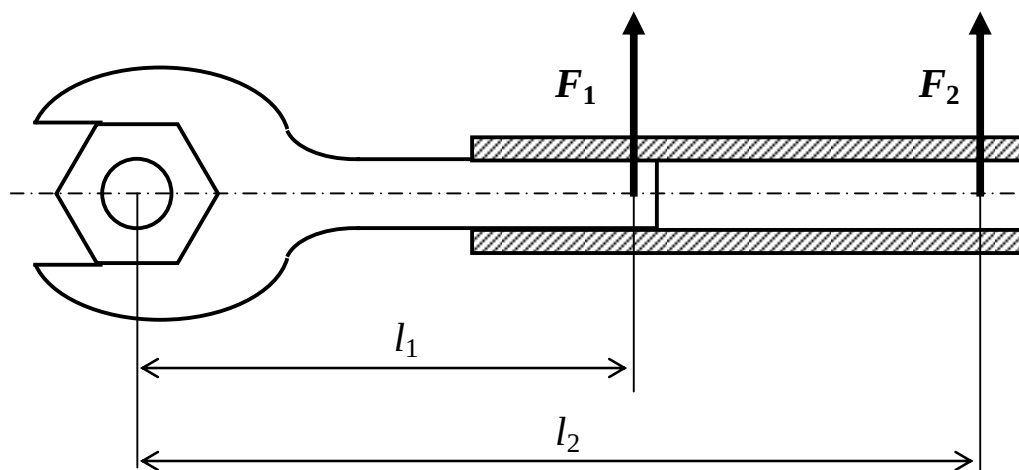


Рис. 1.5

прикладу. Нехай необхідно відкрутити гайку за допомогою гайкового ключа (рис. 2.21). У випадку, коли гайка велика й міцно затягнута, у людини може не вистачити сили для її відкручування. Життєвий досвід говорить про те, що в цьому випадку може стати в нагоді досить простий метод: гайковий ключ треба подовжити за допомогою надітої на нього труби. Тоді, прикладаючи таку саму силу ($F_2 = F_1$), але на більшій відстані від осі обертання гайки, можна зрушити з місця і зрештою відкрутити гайку.

Отже, в цьому випадку результат дії однакових за величиною і напрямком сил є різним, тому що різними є точки їх прикладення. Внаслідок цього змінюється плече сили l і, як наслідок, момент сили M . Визначальною величиною для результату дії в даному випадку є не сила (сили F_1 і F_2 однакові), а момент сили. Найпростішим (і доволі примітивним) визначенням для цієї величини є таке:

моментом сили відносно осі називається добуток модуля сили на її плече відносно цієї осі:

$$M = F l.$$

Плечем сили відносно осі називається відстань від осі до напрямку дії сили.

Для правильного визнач Рис. 2.21 или необхідно провести пряму лінію вздовж вектора сили і опустити на цю пряму перпендикуляр від осі.

В розглянутому прикладі плече $l_2 > l_1$, а тому $M_2 > M_1$, що дає змогу досягнути бажаного результату (відкрутити гайку).

Наведене вище визначення моменту сили є спрощеним, оскільки воно визначає лише модуль цієї величини і не визначає її напрямку. Насправді момент сили є аксіальним вектором.

В загальному випадку визначення моменту сили формулюється так.

Моментом сили $\vec{F}$ відносно нерухомої точки O називається фізична величина, яка визначається векторним добутком радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з точки O в точку

прикладення сили, на вектор сили $\vec{F}$

(рис. 2.22):

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Модуль моменту сили:

$$M = F r \sin \alpha = F l, \quad (2.59.)$$

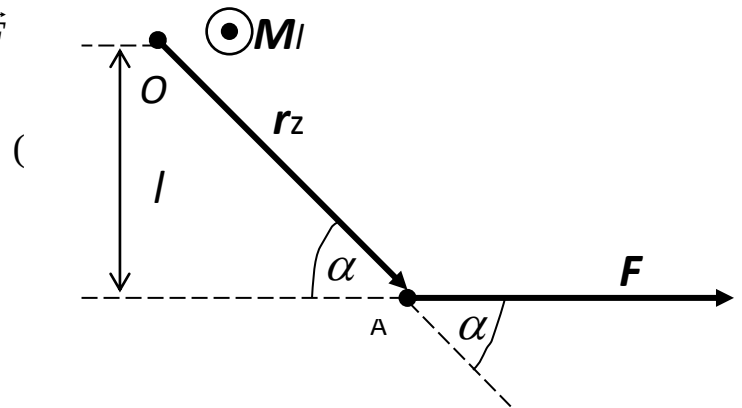


Рис. 2.22

де $l = r \sin \alpha$ – плече сили.

Згідно з визначенням, момент сили відносно точки є псевдовектором (аксіальним вектором), оскільки його напрямок визначається правилом правого гвинта (векторний добуток двох векторів). З цієї ж причини він завжди є перпендикулярним до площини, в якій лежать вектори $\vec{r}$ і $\vec{F}$ (вектор $\vec{M}$ на рис. 2.23 перпендикулярний до заштрихованої площини).

При обертанні механічної системи навколо осі для аналізу її руху необхідно визначити момент сили не відносно точки, а відносно осі обертання.

Моментом сили відносно нерухомої осі z називається вектор $\vec{M}_z$, який дорівнює складовій вздовж цієї осі вектора моменту сили $\vec{M}$, визначеного відносно довільної точки O даної осі (рис. 2.23).

З цього визначення можна зрозуміти, що від вибору точки O на осі

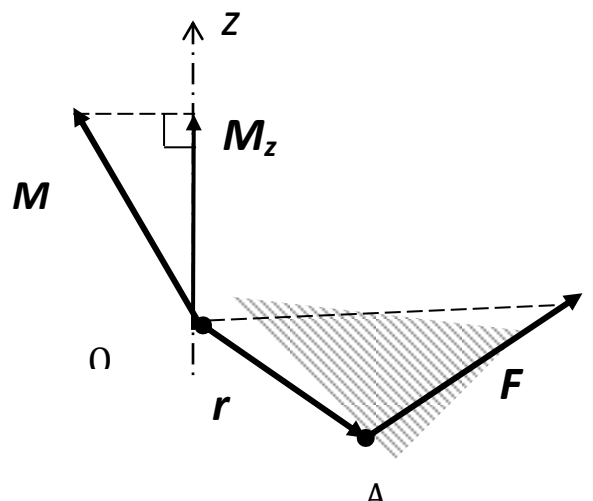


Рис.2.23

з величина $\vec{M}_z$ не залежить. Модуль цього вектора M_z дорівнює проекції вектора $\vec{M}$ на вісь z .

Розглянемо найпростіший випадок – обертання матеріальної точки масою m навколо осі z (рис. 2.24). При дії сили $\vec{F}$ вздовж дотичної до траєкторії матеріальна точка отримує тангенціальне прискорення, згідно з II законом Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

і кутове прискорення:

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{F}{mr} = \frac{Fr}{mr^2} = \frac{M_z}{J_z},$$

де M_z – момент сили $\vec{F}$ відносно осі z , J_z – момент інерції матеріальної точки відносно осі z .

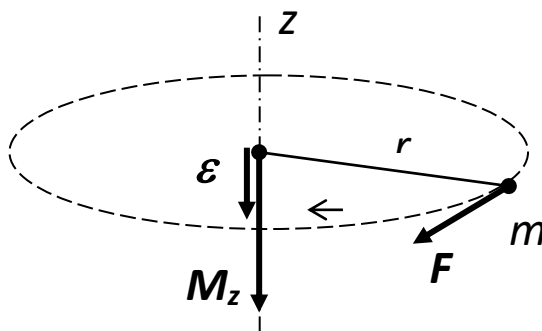


Рис. 2.24

Можна довести, що отриманий результат є справедливим і для більш загального випадку. Він отримав назву основного закону динаміки обертального руху, який можна сформулювати так:

кутове прискорення механічної системи дорівнює відношенню сумарного моменту всіх

сил, що діють на систему, до моменту інерції механічної системи відносно осі обертання:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_z}{J_z}. \quad (2.60.)$$

Або

$$\boxed{\vec{M}_z = J_z \vec{\varepsilon}} \quad (2.61.)$$

Це співвідношення називається основним законом динаміки обертального руху. Рівняння (2.36) за своєю формою співпадає з рівнянням II закону Ньютона (який є по суті основним законом динаміки поступального руху), якщо звернути увагу на те, що для обертального руху роль маси відіграє момент інерції тіла, роль сили – момент сили, а роль прискорення – кутове прискорення.

3. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу

У розділі «динаміка поступального руху» була розглянута фізична величина, яка називається імпульс (добуток маси тіла на його швидкість):

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Під час обертального руху аналогічну роль відіграє момент імпульсу. Як і для розглянутих раніше параметрів обертального руху (момент інерції, момент сили), він визначається відносно осі обертання.

Найбільш просто момент імпульсу визначається для матеріальної точки:

моментом імпульсу матеріальної точки відносно осі називається добуток модуля імпульсу цієї точки на її плече відносно цієї осі:

$$L = p \cdot l.$$

Плечем імпульсу відносно осі називається відстань від осі до напрямку вектора імпульсу.

Для правильного визначення плеча необхідно провести пряму лінію вздовж вектора імпульсу і опустити на цю пряму перпендикуляр від осі.

Наведене визначення моменту імпульсу є спрощеним, оскільки воно визначає лише модуль цієї величини і не визначає його напрямку. Насправді момент імпульсу є аксіальним вектором (як і момент сили).

В загальному випадку визначення моменту імпульсу формулюється так.

Моментом імпульсу матеріальної точки A відносно нерухомої точки O називається фізична величина, яка визначається векторним добутком радіус-вектора, проведеного з точки O в точку A , на імпульс матеріальної точки (рис. 2.25):

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = m[\vec{r}, \vec{v}] \quad (2.62)$$

Момент імпульсу – псевдовектор (аксіальний вектор), напрямок якого визначається напрямком руху правого гвинта при його обертанні від $\vec{r}$ до $\vec{p}$, згідно з визначенням векторного добутку.

Модуль вектора моменту імпульсу:

$$L = r p \sin \alpha = m v r \sin \alpha = p l,$$

де $l = r \sin \alpha$ - плече вектора $\vec{p}$ відносно точки O .

Моментом імпульсу відносно нерухомої осі z називається скалярна величина L_z , яка дорівнює проекції на цю вісь вектора моменту імпульсу, визначеного відносно довільної точки даної осі.

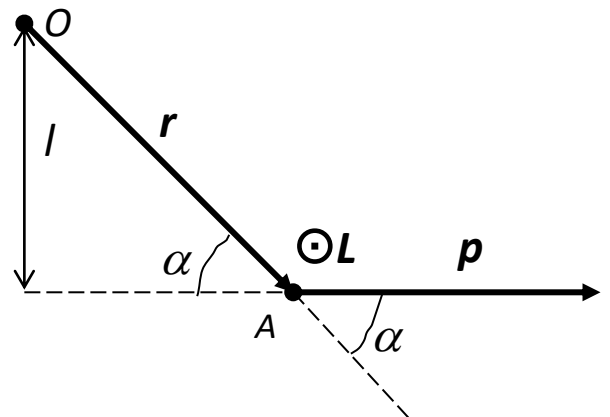


Рис. 2.25

При обертанні матеріальної точки навкруг певної осі z (рис. 2.26) її швидкість $\vec{v}$ і імпульс $\vec{p} = m\vec{v}$ є перпендикулярними до радіуса траєкторії r , тобто радіус є плечем вектора імпульсу, а момент імпульсу $\vec{L}$ спрямований вздовж осі, і його напрямок визначається правилом правого гвинта. Проекція цього вектора на вісь z (момент імпульсу відносно осі z)

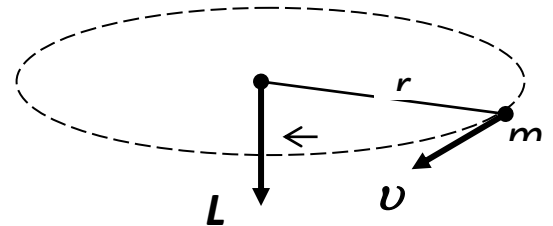


Рис. 2.26

$$L_z = mvr. \quad (2.63.)$$

При обертанні навколо осі абсолютно твердого тіла його можна представити, як суму матеріальних точок, а момент імпульсу цього тіла відносно осі є сумою моментів імпульсів усіх його точок:

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i. \quad (2.64.)$$

Оскільки, $v_i = \omega r_i$, то

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega, \quad (2.65.)$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі z (згідно з визначенням вище).

Отже, *момент імпульсу твердого тіла відносно осі дорівнює добутку моменту інерції тіла відносно цієї осі на його кутову швидкість обертання:*

$$L_z = J_z \omega. \quad (2.66.)$$

Якщо це співвідношення продиференціювати по часу, отримаємо:

$$\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z,$$

де використана формула основного закону динаміки обертального руху. Таким чином,

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z. \quad (2.67.)$$

Ми отримали ще одну форму основного закону динаміки обертального руху, який можна сформулювати таким чином:

похідна від моменту імпульсу твердого тіла відносно осі дорівнює сумарному моменту сил, що діють на тіло, відносно цієї осі.

У векторній формі:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (2.68.)$$

Якщо механічна система є замкненою, тобто якщо зовнішні сили відсутні (або взаємно скомпенсовані), то $\vec{M} = 0$.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0, \quad (2.69.)$$

або

$$\vec{L} = const \quad (2.70.)$$

Отриманий висновок має назву закону збереження моменту імпульсу: **момент імпульсу замкненої системи зберігається** (не змінюється з часом).

Це один з фундаментальних законів природи, справедливий не лише для класичної, але і для квантової механіки.

4. Умови статичної рівноваги

Визначимо умови, за яких абсолютно тверде тіло, що в початковий момент часу є нерухомим відносно певної інерціальної системи відліку, продовжує залишатися нерухомим і в наступні моменти часу.

Рух будь-якого твердого тіла, як було сказано вище, можна розкласти на два прості рухи: поступальний і обертальний. Динаміка цих рухів для будь-якої механічної системи визначається, відповідно, 2-м законом Ньютона і основним законом динаміки обертального руху, які можна записати у такій формі:

$$m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{зовніш.}}, \quad (2.70.)$$

$$J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \sum \vec{M}_{\text{зовніш.}}, \quad (2.71.)$$

де у правих частинах – векторні суми зовнішніх сил та моментів сил.

Якщо в початковий момент часу тіло є нерухомим, то це значить, що центр мас тіла є нерухомим, і воно не обертається, тобто $v_c = 0$ і $\omega = 0$. Для збереження цього стану необхідно, щоб ці обидві швидкості не змінювались, тобто щоб їх похідні дорівнювали нулю. Але з наведених вище рівнянь видно, що це виконується за умови, коли рівні нулю праві частини цих рівнянь:

$$\sum \vec{F}_{\text{зовніш.}} = 0; \quad (2.72.)$$

$$\sum \vec{M}_{\text{зовніш.}} = 0. \quad (2.73.)$$

Отже,

для того, щоб тіло залишалось у спокої, необхідно і достатньо виконання двох умов:

- 1) сума всіх зовнішніх сил, прикладених до тіла, повинна бути рівною нулю;
- 2) сумарний момент зовнішніх сил відносно будь-якої точки повинен бути рівним нулю.

Друге твердження здається на перший погляд не зовсім очевидним, але воно може бути строго доведене математично, якщо виконується відповідна умова.

5. Відповідність параметрів поступального та обертального рухів

Рівняння основного закону динаміки обертального руху $\vec{M}_z = J_z \vec{\varepsilon}$ за своєю формою співпадає з рівнянням II закону Ньютона (який по суті є основним законом динаміки поступального руху). Це дозволяє звернути увагу на те, що для обертального руху роль маси відіграє момент інерції тіла, роль сили – момент сили, а роль прискорення – кутове прискорення. Аналогію між параметрами поступального й обертального рухів можна продовжити на прикладі такого параметра, як імпульс $\vec{p} = m\vec{v}$. Його аналогом для обертального руху є момент імпульсу, який має такий же математичний зв'язок з аналогами маси (момент інерції) і швидкості (кутова швидкість): $\vec{L}_z = J_z \vec{\omega}$.

Така аналогія між математичними співвідношеннями поступального та обертального рухів дозволяє кожному з параметрів, що визначає поступальний рух механічної системи, поставити у відповідність певні параметри обертального руху. **Це відображено в Таблиці 1 в ДОДАТКАХ.**

§2.5. Механічні коливання

1. Гармонічні коливання

Коливаннями називаються рухи або процеси (руху або зміни стану), які характеризуються певною повторюваністю в часі.

В залежності від фізичної природи коливального процесу та «механізму» його збудження розглядають: *механічні коливання* (коливання маятників, струн, частин машин і механізмів, будівель, мостів та інших споруд, тиску повітря при поширенні у ньому звуку, морські хвилі та інше); *електромагнітні*: (коливання змінного електричного струму в колі,

коливання векторів $\vec{E}$ і $\vec{B}$ електричної напруженості та магнітної індукції змінного електромагнітного поля та ін.); *електромеханічні* (коливання мембрани телефону, дифузора електродинамічного гучномовця та ін.).

Система, яка здійснює коливання, називається *коливальною*.

Механічні коливання називаються *вільними*, якщо вони здійснюються за рахунок початкового запасу енергії без подальшої зовнішньої дії на коливальну систему.

Коливання називають періодичними, якщо значення всіх фізичних величин, що характеризують коливальну систему і змінюються при її коливаннях, повторюються через рівні проміжки часу. Найпростішим і разом з тим найбільш важливим прикладом вільних періодичних коливань є *гармонічні коливання*.

Гармонічними коливаннями називаються такі коливання, під час яких відхилення від положення рівноваги фізичної величини описується у часі законом синуса або косинуса:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (2.74.)$$

де x – відхилення величини, що коливається, від положення рівноваги; A – амплітуда коливань (максимальне відхилення від положення рівноваги); ω_0 – кругова (циклічна) частота; φ_0 – початкова фаза коливань.

Величина, яка стоїть у дужках під знаком косинуса:

$$\varphi_t = \omega_0 t + \varphi_0, \quad (2.75.)$$

називається *фазою коливань*. Фаза коливань визначає величину x , що коливається, у довільний момент часу t . Величина φ_0 – початкова фаза коливань, тобто значення φ_t в момент часу $t = 0$ початку відліку часу: $\varphi_0 = \varphi(0)$.

Гармонічні коливання можна зобразити графічно за допомогою вектора що обертається на площині. Для цього з початку координат O на площині проводять вектор $\vec{A}$ (Рис. 2.27), модуль якого дорівнює амплітуді A коливань і складає з віссю Ox кут $\varphi_t = \omega_0 t + \varphi_0$, який рівний фазі коливань у даний момент часу t . З плином часу кут φ збільшується так, що вектор $\vec{A}$ рівномірно обертається навколо точки O з кутовою швидкістю, яка дорівнює циклічній частоті коливань ω . Відповідно проекція вектора $\vec{A}$ на вісь Ox здійснює гармонічні коливання за законом

$$A_x = x = A \cos \varphi_t = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

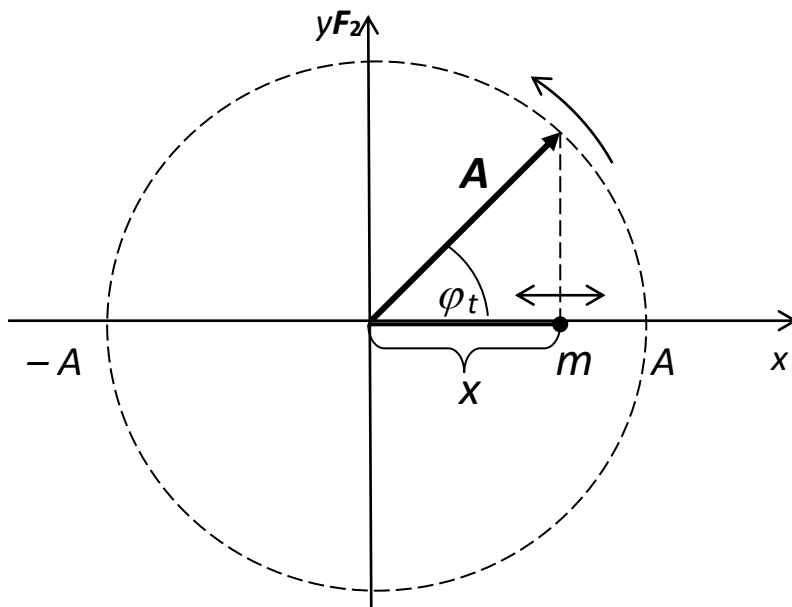


Рис. 2.27

Для визначеності будемо вважати, що x – це координата матеріальної точки масою m , що рухається вздовж осі x . (Але отримані нижче співвідношення здебільшого справедливі й для інших коливальних систем).

Із рівняння (2.74) видно, що $-A \leq x \leq +A$, тобто під час коливань рух матеріальної точки обмежений певними границями.

Кожне положення коливальної системи періодично повторюється через певний проміжок часу T . Час T , за який система здійснює одне повне коливання називається *періодом коливань*. За цей час, відповідно до властивості косинуса, фаза повинна змінитися на 2π :

$$\omega_0(t + T) + \varphi_0 = (\omega_0 t + \varphi_0) + 2\pi.$$

Звідси

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (2.76.)$$

Величина, обернена до періоду, називається *частотою* коливань (одиниця вимірювань – *герц* (Гц)) і визначає число коливань за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}. \quad (2.77.)$$

Між гармонічними коливаннями і рівномірним обертанням тіла навколо осі є багато спільного. Саме тому цілком подібними до наведених є

відповідні формули і визначення розділу «Кінематика обертального руху», і для позначень відповідних величин застосовуються ті ж самі літери. При цьому, як легко побачити, круговій частоті коливань відповідає кутова швидкість обертання тіла.

Якщо продиференціювати рівняння (2.74), отримаємо швидкість і прискорення матеріальної точки:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}), \quad (2.78.)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi) \quad (2.79.)$$

Отже, під час гармонічного коливання матеріальної точки її швидкість і прискорення також, як і координата, змінюються за законом косинуса. Але вони зміщені по фазі відносно координати, відповідно, на чверть- і півперіоду коливань ($\pi/2$ і π).

З другого співвідношення видно, що величина, яка коливається гармонічно, задовольняє диференціальне рівняння:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad (2.80.)$$

Яке називають диференціальним рівнянням гармонічних коливань.

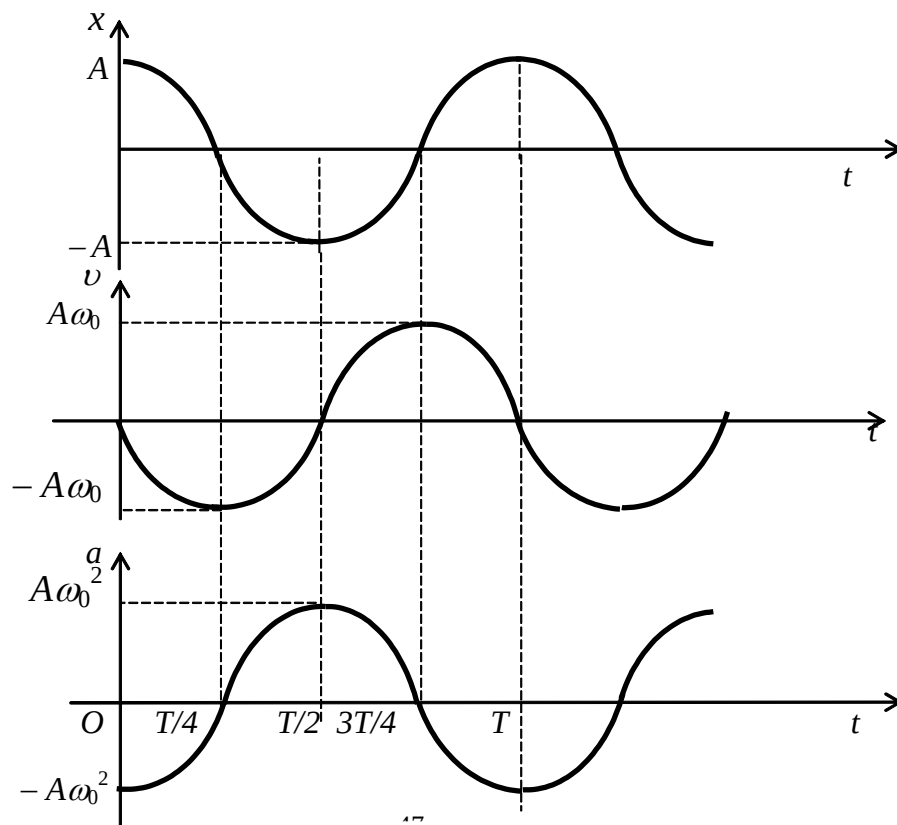


Рис. 2.28

Загальним розв'язком цього рівняння і буде рівняння (2.74)

Графіки залежностей $x(t)$, $v(t)$ і $a(t)$ наведено на рис. 2.28, де відображене відповідне зміщення фаз коливань (для визначеності графіки побудовані для випадку $\varphi_0 = 0$).

Знаючи прискорення, можна визначити силу, що діє на матеріальну точку масою m . Згідно з 2-м законом Ньютона:

$$F_n = ma = -m\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -m\omega_0^2 x. \quad (2.81.)$$

Сила F_n при розгляді коливального процесу має назву *повертаючої сили*, оскільки вона протилежна за знаком до координати x і завжди спрямована до положення рівноваги, тобто повертає матеріальну точку, коли вона відхилилась, і дорівнює нулю в положенні рівноваги. Згідно з (2.81), повертаюча сила у випадку гармонічних коливань пропорційна відхиленню точки x :

$$F_n = -k \cdot x. \quad (2.82.)$$

Коефіцієнтом пропорційності є величина

$$k = m \cdot \omega_0^2. \quad (2.83.)$$

Ця сила має таку ж залежність від x , як і сила пружної деформації, якщо жорсткість пружного тіла k .

Використовуючи отримані співвідношення, можна визначити енергію матеріальної точки під час коливань.

Кінетична енергія:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.84.)$$

Потенціальна енергія:

$$P = -\int_0^x F \cdot dx = m\omega_0^2 \int_0^x x \cdot dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.85.)$$

Повна енергія:

$$E = T + P = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} [\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \quad (2.86.)$$

Отже, кінетична і потенціальна енергії під час гармонічних коливань змінюються, але їх сума (повна енергія) залишається сталою. Тобто відбувається безперервне перетворення кінетичної енергії у потенціальну і

навпаки, але без зміни повної енергії. Це – ще один приклад виконання закону збереження енергії.

Маятники

Розглянемо найбільш типові приклади коливальних систем.

1) Пружинний маятник.

Під пружинним маятником розуміють вантаж масою m , закріплений на пружині, який може рухатись без тертя (рис. 2.29). Сила, що діє на вантаж, є силою пружної деформації пружини і визначається співвідношенням (2.82.):

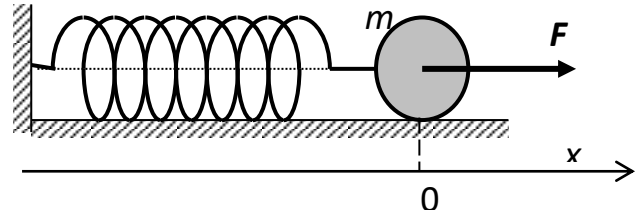


Рис. 2.29

$$F = -k \cdot x,$$

де k – жорсткість пружини, x – відхилення від положення рівноваги.

За 2-м законом Ньютона, ця сила дорівнює добутку маси вантажу на його прискорення:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx,$$

або

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0.$$

Порівнюючи це рівняння із загальним виглядом рівняння гармонічних коливань (10), визначимо циклічну частоту коливань пружинного маятника:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.87.)$$

та період коливань (з (2.29)):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.88.)$$

2) Математичний маятник.

Математичним маятником називається матеріальна точка масою m , підвішена на нерозтяжній невагомій нитці довжиною l (рис. 2.30а).

У стані рівноваги (нитка розміщена вертикально) вага матеріальної точки врівноважена силою натягу нитки. При відхиленні маятника від положення рівноваги на матеріальну точку діють ті самі дві сили, але

спрямовані не протилежно, а під кутом одна до одної, внаслідок чого їх сума не дорівнює нулю. Нескладний аналіз показує, що *при малому відхиленні* маятника від положення рівноваги (якщо кут $\alpha \ll 1 \text{ рад}$) на матеріальну точку діє рівнодіюча сила, пропорційна відхиленню і спрямована до положення рівноваги. Як було визначено вище, за цієї умови точка здійснює гармонічні коливання. Період цих коливань:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (2.89.)$$

де g – прискорення вільного падіння.

Залежність періоду коливань математичного маятника від прискорення вільного падіння g дозволяє використовувати його як доволі точний прилад для вимірювання g в різних точках земної кулі з метою досліджень будови Землі, пошуку корисних копалин тощо.

3) Фізичний маятник.

Фізичним маятником називається тверде тіло, яке під дією сили тяжіння здійснює коливання, обертаючись навкруг горизонтальної осі O , яка не проходить через центр мас тіла C (рис. 2.30б).

У положенні рівноваги тіла його центр мас знаходиться в одній вертикальній площині з віссю обертання (відрізок OC розміщений вертикально). При відхиленні від положення рівноваги виникає момент сил, що намагається повернути тіло до положення рівноваги, величина якого пропорційна відхиленню. Період малих коливань фізичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl_c}}, \quad (2.90.)$$

де J – момент інерції тіла відносно осі O , l_c – відстань від центра мас до осі обертання, m – маса тіла.

Порівняння формул (2.89) і (2.90) дозволяє прийти до висновку, що фізичний маятник здійснює гармонічні коливання з таким же періодом, як і математичний маятник, довжина якого дорівнює:

$$l_{\text{зв}} = \frac{J}{ml_c}.$$

Ця величина називається *зведеною довжиною* фізичного маятника.

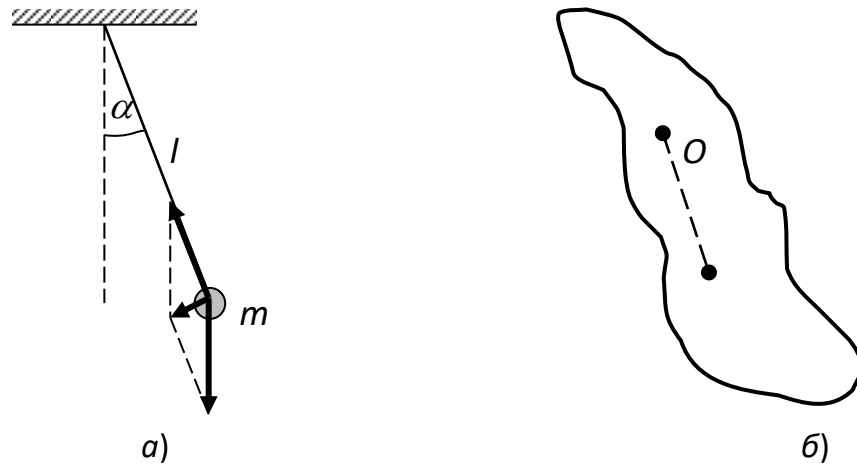


Рис. 2.30

2. Затухаючі коливання.

Розглянуті механічні коливальні системи є ідеалізованими фізичними моделями, оскільки в них не враховується тертя під час коливального руху. В реальній системі тертя завжди присутнє в тій чи іншій формі, а тому її механічна енергія не зберігається.

Якщо коливальна система з часом втрачає енергію коливань, то їх амплітуда поступово зменшується, і коливання в цьому випадку називаються *затухаючими*. Внаслідок тертя механічна енергія коливань перетворюється на внутрішню енергію системи та навколишнього середовища.

Найбільш типовим випадком є такий, коли сила тертя зумовлена опором зовнішнього середовища, причому вона пропорційна швидкості руху і спрямована протилежно вектору швидкості:

$$F_{mp} = -r \frac{dx}{dt},$$

де r – коефіцієнт опору. В цьому випадку рівняння II закону Ньютона для матеріальної точки масою m , яка здійснює коливання, має вигляд:

$$m\vec{a} = \vec{F}_n + \vec{F}_{mp},$$

де $\vec{F}_n$ – повертаюча сила. Підставляючи вирази для сил у правій частині і враховуючи, що прискорення – це друга похідна від координати по часу, отримаємо рівняння (в проекції на вісь x , уздовж якої здійснюється рух точки):

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - \frac{r}{m} \cdot \frac{dx}{dt}.$$

Величина ω_0 визначає власну частоту коливальної системи (частоту коливань за відсутності затухання). Величина

$$\delta = \frac{r}{2m}$$

називається *коефіцієнтом затухання*. З урахуванням цього позначення отримаємо рівняння руху матеріальної точки, що здійснює затухаючі коливання (*диференціальне рівняння затухаючих коливань*):

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.91.)$$

Розв'язком цього рівняння є вираз, подібний до рівняння гармонічних коливань, в якому зазнали змін амплітуда і циклічна частота:

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (2.92.)$$

де

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2. \quad (2.93.)$$

Амплітуда коливань зменшується з часом за законом:

$$A = A_0 e^{-\delta t}. \quad (2.94.)$$

Графік залежності координати від часу, згідно з (2.92), має вигляд рис. 2.31.

Внаслідок затухання амплітуда кожного наступного коливання менша за попередню, але відношення двох послідовних амплітуд $A(t)$ і $A(t+T)$, що знаходяться на відстані одного періоду коливань, є величина стала, яка називається *декрементом затухання*. Використовуючи вираз (2.94), маємо:

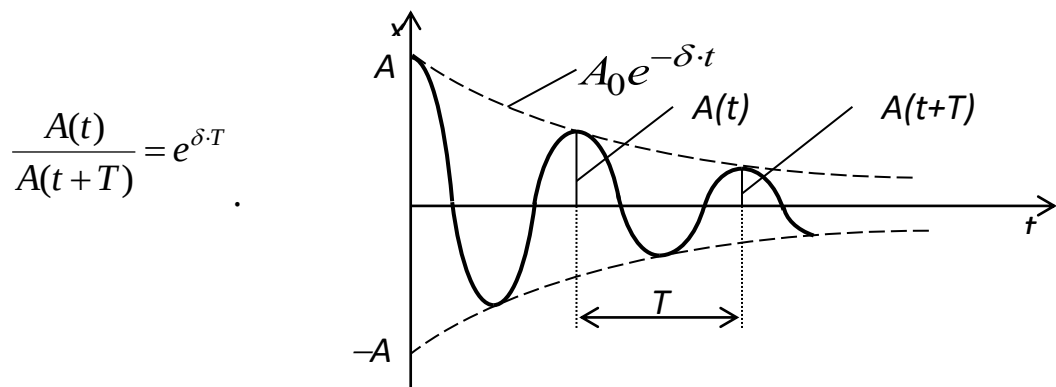


Рис. 2.31

Натуральний логарифм від цієї величини називається *логарифмічним декрементом затухання*:

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln e^{\delta \cdot T} \quad (2.95.)$$

або

$$\boxed{\theta = \delta T} \quad (2.96.)$$

Якщо взяти відношення не послідовних амплітуд, а таких, що проміжок часу між ними складає n періодів (проміжок часу nT), то аналогічно напишемо:

$$\frac{A(t)}{A(t+nT)} = e^{\delta \cdot n \cdot T}.$$

Логарифмуючи це співвідношення, знайдемо:

$$n \cdot \delta \cdot T = \ln \frac{A(t)}{A(t+nT)}.$$

Враховуючи (2.96), знайдемо формулу для експериментального визначення логарифмічного декременту затухання:

$$\theta = \frac{1}{n} \ln \frac{A(t)}{A(t+nT)} \quad (2.97.)$$

Якщо позначити $\tau = 1/\delta$ – *час релаксації* (час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в e разів), то з (2.97) знайдемо:

$$\theta = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e},$$

де N_e – число коливань за час релаксації τ .

Добротність коливальної системи характеризує швидкість втрат енергії системи під час затухаючих коливань і визначається формулою:

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E}, \quad (2.98.)$$

де E – енергія коливань в даний момент часу, ΔE – втрата енергії за один період коливань. Можна довести, що

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e.$$

Чим більшою є добротність коливальної системи, тим меншим є затухання коливань.

3. Вимушені коливання. Резонанс

Для підтримання незатухаючих коливань у реальних коливальних системах необхідно компенсувати втрати енергії, які відбуваються внаслідок тертя. Це можна здійснити за допомогою зовнішньої періодичної сили, яка діє синфазно (в такт) зі зміною координат системи. Наприклад, це відбувається в годинниковому механізмі, де незатухаючі коливання маятника підтримуються за допомогою спеціального анкерного механізму, що приводиться в дію за рахунок енергії стисненої пружини.

Коливання, що здійснюються під впливом зовнішньої періодичної сили, яка діє на коливальну систему, називаються вимушеними.

Залежність зовнішньої сили від часу може бути представлене певною періодичною функцією. Але за допомогою розкладу в ряд Фур'є будь-яку періодичну функцію можна представити у вигляді суми синусів та косинусів. Внаслідок цього достатньо розглянути коливання під впливом зовнішньої періодичної сили, яка змінюється з часом за гармонічним законом із частотою Ω .

$$F = F_0 \cos \Omega t.$$

Частота зовнішньої сили визначає і частоту коливань системи, тобто коливальна система здійснює вимушені коливання з частотою Ω . В загальному випадку ця частота Ω не співпадає з *власною частотою* коливальної системи ω_0 , яка визначає частоту *вільних* коливань системи, тобто коливань за відсутності зовнішньої періодичної сили і сили тертя.

З урахуванням повертаючої сили, сили тертя та зовнішньої періодичної сили 2-й закон Ньютона для матеріальної точки, що здійснює коливання, можна написати у такому вигляді:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -m\omega_0^2 x - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \Omega t,$$

або

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \Omega t. \quad (2.99.)$$

Це рівняння відрізняється від рівняння затухаючих коливань (18) лише виглядом правої частини. Розв'язком цього рівняння є гармонічне коливання з циклічною частотою Ω :

$$x = A(\Omega) \cos(\Omega t + \varphi_0). \quad (2.100.)$$

Амплітуда коливань залежить від частоти зовнішньої сили Ω і визначається таким співвідношенням:

$$A(\Omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2}} \quad (2.101.)$$

Зміна частоти зовнішньої сили Ω суттєво впливає на амплітуду коливань, що добре видно на графіку залежності $A(\Omega)$ (рис. 2.32). Цей графік має характерну форму кривої з максимумом (так звана «резонансна крива»), яка свідчить про те, що у вузькому діапазоні частот поблизу *резонансної частоти* $\Omega_{рез}$ амплітуда коливань різко зростає. При $\Omega = \Omega_{рез}$ вона досягає свого максимального значення $A_{рез}$.

Явище різкого підвищення амплітуди коливань при наближенні частоти зовнішньої сили до резонансної частоти коливальної системи називається резонансом.

Форма графіка (положення резонансної частоти, висота максимуму і ширина резонансної кривої) залежить також від коефіцієнту затухання δ . При

зростанні затухання максимум зменшується за висотою і зміщується у бік нижчих частот, а ширина кривої збільшується.

Величини *резонансної частоти* і *резонансної амплітуди* можна знайти, якщо проаналізувати на екстремум формулу (2.100.):

$$\Omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \quad (2.102.)$$

$$A_{рез} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \quad (2.103.)$$

В реальних системах, як правило, виконується умова $\delta^2 \ll \omega_0^2$, а тому $\Omega_{рез} \approx \omega_0$.

Явище резонансу відіграє значну роль як у природних явищах, так і в різноманітних технічних процесах, створених людиною. Зокрема, механічний резонанс в будівельних конструкціях може призвести до їх

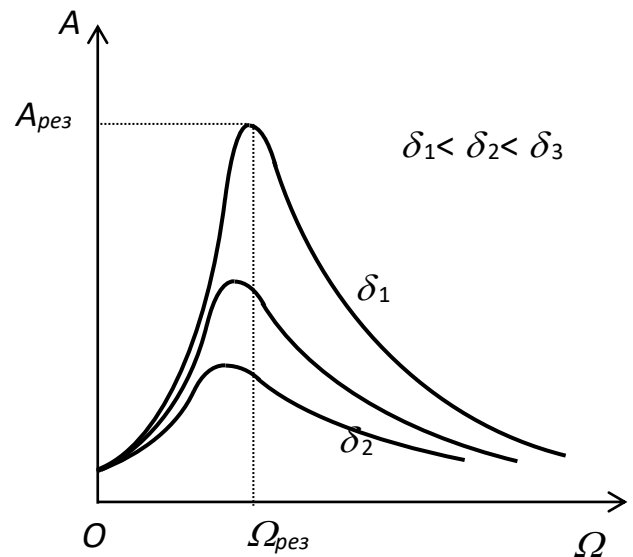


Рис. 2.32

руйнування, якщо на них подіяти періодичною силою відповідної частоти. Джерелом такої сили може бути металообробний станок, вентилятор та ін. Землетрус (коливання поверхні Землі) також викликає коливання будівель і може призвести до їх руйнування, якщо амплітуда коливань перевищить певну критичну величину. Тому під час конструювання будівель, споруд та обладнання необхідно виконувати дослідження їх резонансних властивостей і уникати наявності «гострих» резонансів з великими амплітудами коливань у максимумі.

§2.6. Робота і енергія

1. Робота сили, потужність, енергія

При переміщенні тіла під дією сили ця сила виконує роботу. Чим більшою є сила і чим більшою є величина переміщення тіла, тим більшою є і виконана силою робота.

Наприклад, для того, щоб підняти тіло масою m на певну висоту, необхідно виконати роботу силою, спрямованою вгору. Величина цієї сили повинна бути достатньою для того, щоб подолати силу тяжіння, тобто силу mg . При зростанні висоти зростає і виконана силою робота.

У найпростішому випадку, коли сила є сталою, рух є прямолінійним і напрямок сили співпадає з напрямком переміщення, *робота сили* – це добуток сили на переміщення:

$$A = F \cdot s. \quad (2.104.)$$

У більш загальному випадку, коли сила спрямована довільним чином, коли вона змінюється і коли рух не є прямолінійним, роботу можна визначити для нескінченно малого відрізка траєкторії тіла ds , якому відповідає елементарне переміщення $d\vec{r}$ (рис. 2.33):

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot ds \cdot \cos\alpha, \quad (2.105.)$$

де α – кут між напрямками сили $\vec{F}$ і переміщення $d\vec{r}$, ds – елементарний шлях (модуль вектора переміщення $d\vec{r}$).

Робота сили на елементарній ділянці траєкторії – це скалярний добуток сили на переміщення.

Як видно з (2.104.), робота – це алгебраїчна

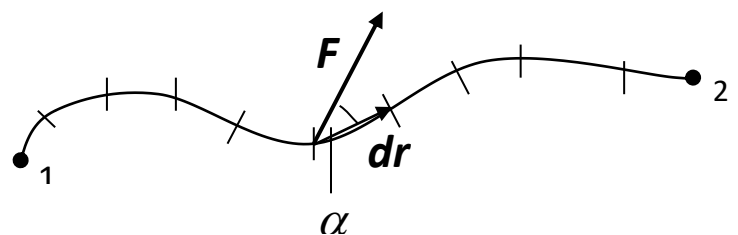


Рис. 2.33

величина, знак якої визначається знаком косинусу кута між векторами сили і переміщення.

Для обчислення роботи, виконаної силою $\vec{F}$ на шляху певної довжини від точки 1 до точки 2 (рис. 1), необхідно обчислити елементарні роботи dA на кожному елементарному відрізку ds цього шляху і потім знайти суму цих елементарних робіт, тобто обчислити інтеграл:

$$A = \int_1^2 dA = \int_1^2 F \cdot \cos \alpha \cdot ds \quad (2.106.)$$

Похідна від роботи по часу (тобто швидкість виконання роботи) називається *потужністю*:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (2.107.)$$

Таким чином, потужність дорівнює скалярному добутку сили на швидкість переміщення точки прикладення сили.

Одиницею вимірювання роботи в системі СІ є *джоуль*:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2.$$

Одиницею потужності є *ват*: $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}.$

2. Потенціальна енергія

В деяких випадках робота при переміщенні тіла в певному силовому полі не залежить від форми траєкторії (наприклад, траєкторії *а*, *б*, *в* (рис. 2.34)), а залежить лише від положення кінцевих точок траєкторії (точки 1 і 2). В цьому випадку силове поле, що діє у даному просторі, називається *потенціальним*, а сили, зумовлені даним полем, називаються *консервативними*.

Прикладом потенціального силового поля є поле сил тяжіння, тобто сили тяжіння є консервативними.

Розглянемо простий приклад. На тіло масою m поблизу поверхні

Землі діє сила тяжіння $\vec{F} = m\vec{g}$. При

переміщенні тіла в цьому силовому полі робота на елементарному переміщенні $\Delta\vec{r}$ (рис. 2.35):

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = mg \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = mg \cdot \Delta h$$

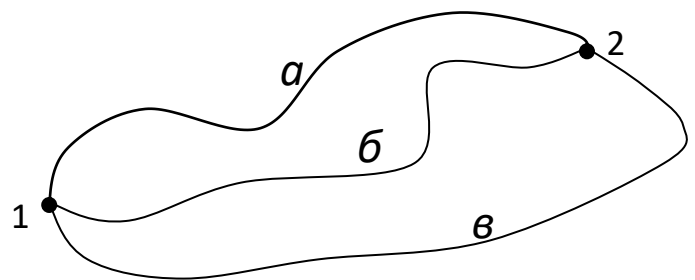


Рис.2.34

При переміщенні від точки 1 до точки 2 загальна робота дорівнює сумі елементарних робіт:

$$A = \sum \Delta A = mg \sum \Delta h = mg(h_1 - h_2)$$

тобто загальна робота не залежить від форми траєкторії, а лише від різниці рівнів точок 1 і 2. Таким чином, сила тяжіння є консервативною.

Якщо ж виконувана робота залежить від форми траєкторії, то сила, що її виконує, називається *дисипативною* (наприклад, сила тертя).

Отже, при переміщенні тіла у потенціальному силовому полі кожній точці простору можна поставити у відповідність певне значення деякої величини таким чином, що різниця цих значень для кінцевих точок траєкторії дорівнюватиме виконаній роботі. Ця величина називається *потенціальною енергією* тіла.

Потенціальною називається енергія механічної системи, зумовлена її взаємодією з певними силовими полями, яка залежить від просторового положення системи та її частин.

Таким чином, робота, виконана консервативними силами вздовж деякої траєкторії, дорівнює різниці потенціальних енергій початкової і кінцевої точок траєкторії (рис. 2.34):

$$A_{1,2} = P_1 - P_2. \quad (2.106.)$$

Наприклад, на основі формули (2.104) можна зробити висновок, що потенціальна енергія тіла масою m у полі сили тяжіння біля поверхні Землі дорівнює:

$$P = mgh. \quad (2.107.)$$

В той самий час, необхідно пам'ятати, що універсальної формули для потенціальної енергії не існує. У кожному випадку вона визначається властивостями відповідного силового поля, в якому перебуває механічна система.

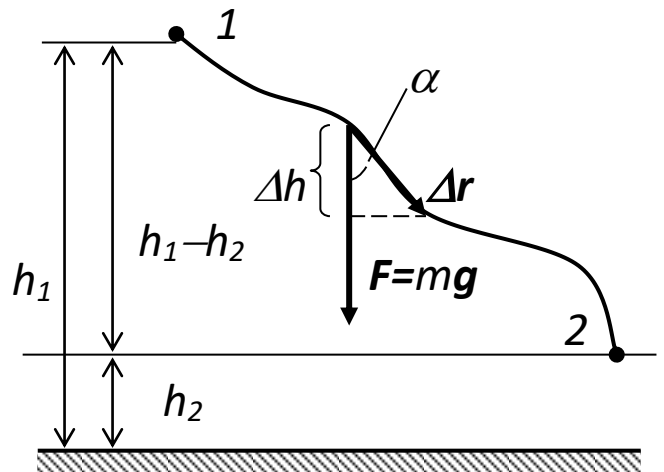


Рис. 2.35.

Прикладом може бути наведена вище потенціальна енергія тіла в полі сили тяжіння Землі (2.107).

Іншим прикладом є потенціальна енергія пружно деформованого тіла.

Визначимо роботу, яку виконує деформуюча сила під час пружного деформування тіла (в межах дії закону Гука).

Під час деформування тіла напрям сили і переміщення точки прикладання сили співпадають ($\cos\alpha = 1$), тому, згідно з (2.103), робота пружної деформації:

$$A = \int_0^{\Delta l} F dx, \quad (2.108.)$$

де x – проміжне значення видовження між 0 і Δl . При цьому, згідно з законом Гука:

$$F = kx. \quad (2.109.)$$

Примітка. Згідно з законом Ньютона, деформоване тіло діє на зовнішнє тіло, яке його деформує, з такою самою силою F , але протилежно спрямованою:

$$F = -kx.$$

Підставляючи дра рівняння і виконавши інтегрування, отримаємо:

$$A = \int_0^{\Delta l} kx \cdot dx = k \int_0^{\Delta l} x \cdot dx = \frac{kx^2}{2} \Big|_0^{\Delta l} = \frac{k(\Delta l)^2}{2}. \quad (2.110.)$$

Оскільки при деформуванні тіла ця робота йде на збільшення потенціальної енергії тіла, то отриманий вираз є потенціальною енергією пружно деформованого тіла:

$$\Pi = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2}. \quad (2.111.)$$

де k – коефіцієнт пружності (жорсткість) тіла, Δl – його абсолютна деформація.

Цей вираз отриманий для деформації типу «розтягнення–стискання». Для інших видів деформації вираз для потенціальної енергії деформації подібний за математичною формою, але містить інші параметри.

Оскільки робота виконується за рахунок зменшення потенціальної енергії, то приріст роботи на елементарній ділянці траєкторії дорівнює

зменшенню потенціальної енергії на цій ділянці, тобто вони протилежні за знаком:

$$dA = -d\Pi.$$

Звідси:

$$d\Pi = -\vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad (2.112.)$$

або

$$\Pi = -\int \vec{F} d\vec{r} + C, \quad (2.113.)$$

де потенціальна енергія визначається з точністю до деякої сталої C . Це означає, що початок відліку для потенціальної енергії можна вибрати довільно (наприклад, на рис. 2.34 рівень, який приймають за 0, вибирають довільно).

Якщо потенціальна енергія задана як функція просторових координат $\Pi = \Pi(x, y, z)$, то сила, що діє в певній точці простору, визначається, згідно з (2.113), співвідношенням:

$$\vec{F} = -\frac{d\Pi}{d\vec{r}} = -\text{grad}\Pi = -\left(\vec{i} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \Pi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \Pi}{\partial z}\right) \quad (2.114.)$$

Векторний оператор *grad* (*градієнт*) від певної скалярної функції визначає вектор, спрямований вздовж того напрямку в просторі, в якому ця функція зростає найбільш швидко, а його модуль дорівнює швидкості зростання цієї функції вздовж цього напрямку. Тобто *градієнт* – це *просторова похідна від скалярної функції*.

Якщо функція залежить лише від однієї координати, наприклад, від x , значення градієнту можна визначити приблизно, як відношення приростів функції $\Delta\Pi$ і координати Δx :

$$(\text{grad}\Pi)_x = \frac{d\Pi}{dx} \approx \frac{\Delta\Pi}{\Delta x} \quad (2.115.)$$

Згідно з (2.115), градієнт від потенціальної енергії тіла у потенціальному силовому полі визначає силу, що діє на це тіло в даній точці простору. Знак «–» говорить про те, що сила діє в напрямі, протилежному до градієнту, тобто в тому напрямі, в якому потенціальна енергія найбільш швидко зменшується. Отже, *сила, що діє на тіло в потенціальному полі сил, завжди спрямована до локального мінімуму потенціальної енергії*.

Якщо не обмежуватись одним тілом, а поширити цей висновок на механічну систему, то можна сформулювати загальний принцип (принцип мінімуму потенціальної енергії):

механічна система у стані рівноваги займає той стан, який має мінімальну по відношенню до найближчих станів потенціальну енергію.

Примітка. Цей принцип для його кращого розуміння можна пояснити на простому прикладі. М'яч, покладений на нерівну поверхню, знайде своє положення рівноваги у локальному мінімумі (заглибині), яка дозволить йому мати потенціальну енергію меншу, ніж у будь-якій із найближчих точок цієї поверхні).

Мінімум потенціальної енергії може бути не загальним, а локальним, тобто по відношенню до найближчої ділянки простору. У будь-якому разі – це той стан, у якому градієнт потенціальної енергії (а отже, і сила, що діє на тіло або систему) дорівнює нулю. Слід додати, що може бути також інший (нестійкий) стан рівноваги механічної системи, в якому потенціальна енергія має локальний максимум. Але прийти до цього стану під дією лише потенціального поля сил механічна система не може, оскільки ці сили завжди спрямовані не до локального максимуму, а в протилежному напрямі.

3. Кінетична енергія

Крім потенціальної енергії, зумовленої взаємодією механічної системи з певним силовим полем, вона може мати ще один вид механічної енергії, пов'язаної з рухом системи. Ця енергія називається *кінетичною*.

Визначимо залежність кінетичної енергії від параметрів руху тіла.

Запишемо для деякого тіла II-й закон Ньютона:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (2.116.)$$

Переміщення тіла:

$$\vec{v} dt = d\vec{r} \quad (2.117.)$$

Перемножимо ці два рівняння скалярно (ліву частину на ліву і праву – на праву):

$$m\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot dt = \vec{F} d\vec{r}$$

Перетворимо ліву частину цього рівняння:

$$m\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot dt = m\vec{v} d\vec{v} = m \cdot d\left(\frac{v^2}{2}\right) = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

Отже,

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (2.118.)$$

У лівій частині під знаком диференціала стоїть величина

$$T = \frac{mv^2}{2}, \quad (2.119.)$$

яка називається *кінетичною енергією* тіла.

Кінетичною називається енергія, яку механічна система має внаслідок свого руху.

У правій частині (2.118) – вже відомий нам вираз $\vec{F} \cdot d\vec{r}$, що дорівнює dA (роботі сили $\vec{F}$ на переміщенні $d\vec{r}$).

Отже, згідно з (2.119),

$$dT = dA,$$

Тобто при виконанні роботи над певним тілом на таку саме величину змінюється його енергія.

Робота – це величина зміни енергії.

Якщо відома енергія системи до виконання роботи і енергія після виконання роботи, то робота дорівнює різниці цих енергій. Це дозволяє в ряді випадків уникати складних розрахунків за формулою (2.113) і отримувати результат значно простіше.

Наприклад, тіло може набути потенціальної енергії в полі сили тяжіння за рахунок роботи, виконаної силою, що підіймає тіло на певну висоту. Але той самий результат можна отримати, якщо тіло рухалося з певною швидкістю, спрямованою вгору. Тоді воно підійметься на ту саму висоту без дії будь-яких сил, а лише за рахунок запасу кінетичної енергії, яка в кінцевому стані перетворюється на потенціальну.

Кінетична енергія визначається за формулою (2.112) для матеріальної точки, а також для будь-якого тіла, яке рухається поступально. У деяких випадках може бути корисною й інша формула для кінетичної енергії тіла, що рухається поступально – через імпульс тіла $p = mv$:

$$T = \frac{p^2}{2m}. \quad (2.120.)$$

У випадку *обертального руху* необхідно користуватися іншим співвідношенням. Розглянемо обертання матеріальної точки масою m по коловій траєкторії радіуса r навколо нерухомої осі z з кутовою швидкістю ω . Її кінетична енергія:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(\omega r)^2}{2} = \frac{(mr^2)\omega^2}{2} = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

де $J_z = mr^2$ – момент інерції матеріальної точки відносно осі обертання z .

Можна довести, що ця формула справедлива і для твердого тіла, що обертається навколо певної осі z :

$$T = \frac{J_z \omega^2}{2} . \quad (2.121.)$$

Якщо тіло одночасно бере участь і в поступальному, і в обертальному рухах (наприклад, циліндр, що скочується з похилої площини), то для визначення його загальної кінетичної енергії необхідно знайти суму кінетичних енергій кожного з цих рухів. При цьому при визначенні кінетичної енергії поступального руху слід розглядати рух центру мас тіла, а для визначення кінетичної енергії обертального руху – обертання навколо осі, що проходить через центр мас:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} . \quad (2.122.)$$

Отже, рух будь-якої механічної системи в потенціальному силовому полі характеризується енергіями 2 типів – *кінетичною* і *потенціальною*.

Як підсумок, можна дати такі визначення різних типів механічної енергії.

Потенціальною називається енергія механічної системи, зумовлена її взаємодією з певними силовими полями, яка залежить від просторового положення системи та її частин.

Кінетичною називається енергія, яку механічна система має внаслідок свого руху.

Сума кінетичної й потенціальної енергій називається повною механічною енергією системи:

$$E = T + П. \quad (2.123.)$$

Необхідно завжди пам'ятати, що робота, виконана над механічною системою, змінює її енергію на величину, що дорівнює виконаній роботі.

Робота дорівнює величині зміни повної енергії системи.

Цей висновок необхідно застосовувати при розв'язуванні багатьох задач.

§2.7. Закони збереження

1. Закон збереження імпульсу

Для виведення цього закону розглянемо *механічну систему*, тобто деяку сукупність матеріальних точок.

Нехай механічна система складається з n матеріальних точок (рис. 2.36), маси і швидкості яких дорівнюють, відповідно,

$$m_1, m_2, \dots, m_n$$

$$\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n.$$

Сили взаємодії між точками системи називаються *внутрішніми*. Сили, що діють на них ззовні, називаються *зовнішніми*.

Нехай на кожну з точок системи діють сили

внутрішні $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n$

і зовнішні $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$.

Необхідно мати на увазі, що кожна позначена таким чином внутрішня сила – це *рівнодіюча* взаємодії відповідної точки з іншими $(n-1)$ точками системи.

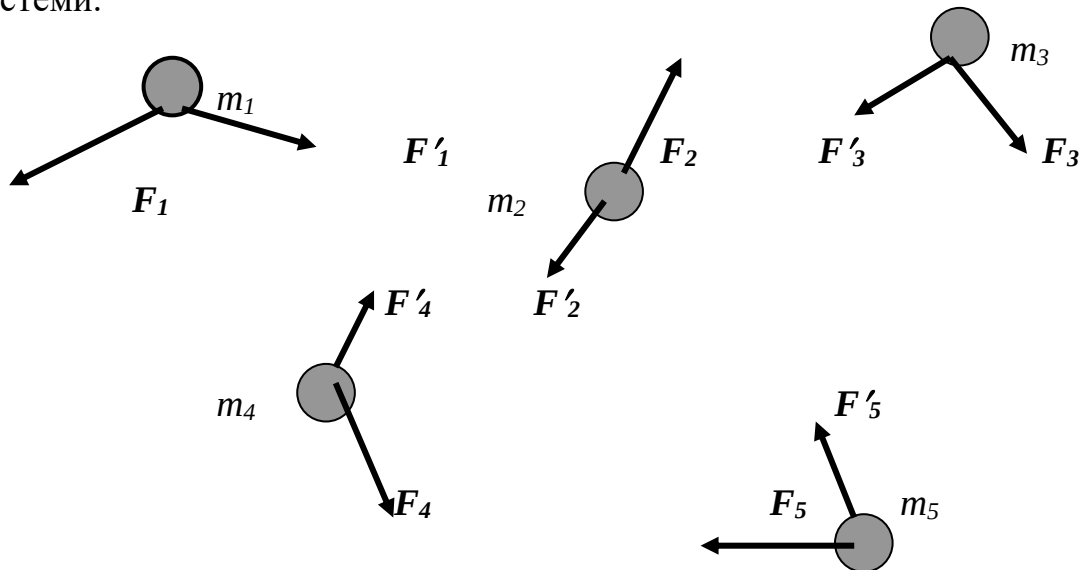


Рис. 2.36

Для кожного тіла запишемо II закон Ньютона:

$$\frac{d}{dt}(m_1 \vec{v}_1) = \vec{F}'_1 + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d}{dt}(m_2 \vec{v}_2) = \vec{F}'_2 + \vec{F}_2,$$

.....

$$\frac{d}{dt}(m_n \vec{v}_n) = \vec{F}'_n + \vec{F}_n.$$

Складаючи ці рівняння, отримаємо:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \dots + \vec{F}'_n + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (2.124.)$$

Сили внутрішньої взаємодії тіл системи (позначені штрихами) можна розбити на окремі компоненти попарної взаємодії цих тіл. Оскільки вони повинні відповідати III закону Ньютона, то, завдяки тому, що кожна така пара сил при їх складанні дає нуль, векторна сума всіх сил внутрішньої взаємодії дорівнює нулю:

$$\vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \dots + \vec{F}'_n = 0 \quad (2.125.)$$

Позначимо повний імпульс системи:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \quad (2.126.)$$

І отримаємо:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \quad (2.127.)$$

тобто:

похідна від імпульсу механічної системи по часу дорівнює векторній сумі зовнішніх сил, що діють на систему.

Розглянемо механічну систему, на яку не діють зовнішні сили.

Механічна система, на яку не діють зовнішні сили, називається замкненою.

В цьому випадку:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0, \quad (2.128.)$$

тобто для замкненої системи:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const} \quad (2.129.)$$

Це є математичний запис закону збереження імпульсу:

імпульс замкненої механічної системи зберігається (не змінюється з часом), які б процеси не відбувалися всередині системи.

Це один із фундаментальних законів природи, який виконується за будь-яких умов і не лише у рамках класичної механіки, але й у сучасній фізиці. Він стверджує, що тіла, які входять до складу замкненої механічної системи, можуть як завгодно взаємодіяти між собою, співударятися, змінювати свої імпульси, але загальний імпульс усієї замкненої системи при цьому не змінюється.

У ряді випадків для аналізу руху механічної системи корисно ввести поняття *центру мас* цієї системи. Положення центру мас визначається радіус-вектором

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}, \quad (2.130.)$$

де $\vec{r}_i$ – радіус-вектори окремих матеріальних точок системи (рис. 2.37), а m – маса всієї системи:

$$m = \sum_{i=1}^n m_i.$$

Якщо (2.130.) продиференціювати, отримаємо швидкість центру мас системи:

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\sum_{(i)} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{(i)} m_i \vec{v}_i}{m},$$

де в чисельнику, згідно з (2.126.), – імпульс системи $\vec{p}$. Звідси:

$$m\vec{v}_c = \vec{p}. \quad (2.131.)$$

Таким чином,

імпульс механічної системи дорівнює добутку її загальної маси на швидкість центру мас цієї системи.

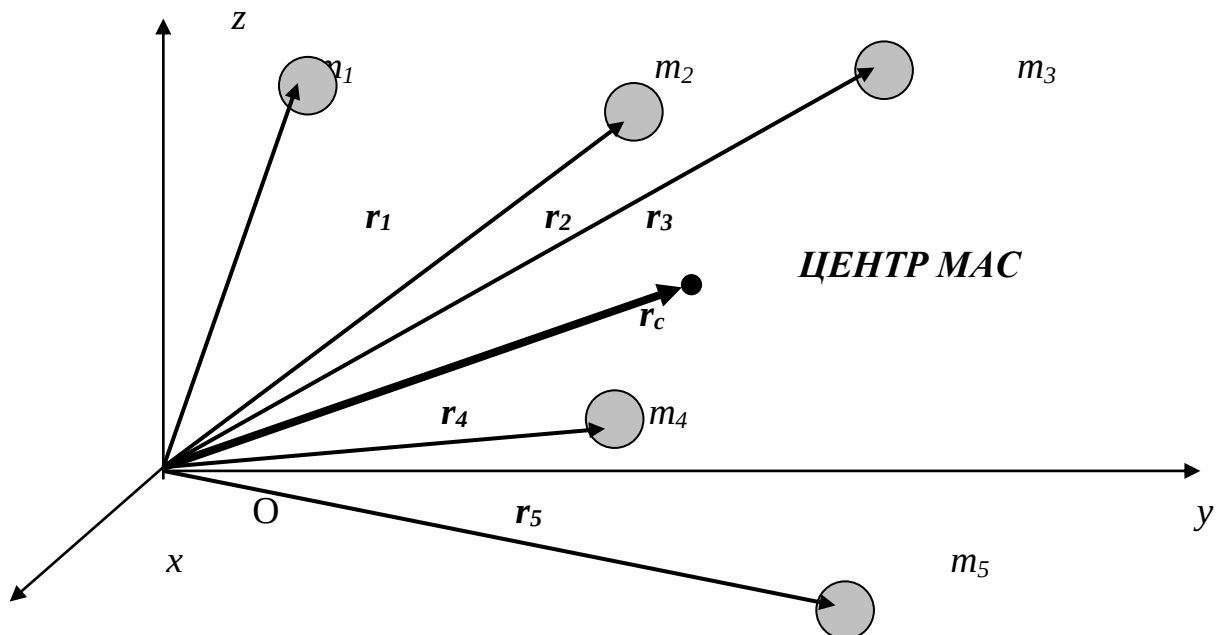


Рис. 2.37

Якщо (2.131) продиференціювати, то, враховуючи (2.127), отримаємо:

$$m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (2.132.)$$

Порівнюючи отримане співвідношення з II законом Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$, можна сказати, що

центр мас механічної системи рухається, як матеріальна точка, до якої прикладена рівнодіюча всіх зовнішніх сил, що діють на систему.

Цей висновок застосовується для спрощення математичного аналізу руху складних механічних систем. Такий рух можна розкласти на рух центру мас відносно зовнішньої системи відліку і рух частин системи відносно центру мас.

Прикладом такої системи є система Земля – Місяць, що рухається по еліптичній орбіті навколо Сонця. Згідно зі зробленим висновком, по еліптичній орбіті навколо Сонця рухається центр мас цієї системи. В свою чергу, Земля і Місяць обертаються навколо спільного центру мас. Таким чином, траєкторії їх руху є складним взаємонакладанням двох різних рухів.

2. Закон збереження енергії

На попередній лекції було визначено поняття *повної механічної енергії* системи, яка є сумою кінетичної і потенціальної енергій:

$$E = T + \Pi.$$

Можна теоретично довести, що за відсутності дисипативних сил повна механічна енергія замкненої системи не змінюється з часом, відбувається лише перехід кінетичної енергії в потенціальну і навпаки. Таким чином, можна сформулювати закон збереження механічної енергії:

при наявності лише консервативних сил повна механічна енергія замкненої механічної системи зберігається.

Механічні системи такого типу називаються *консервативними*.

При наявності дисипативних сил повна механічна енергія системи поступово зменшується внаслідок її перетворення в інші, немеханічні форми енергії. Цей процес називається *дисипацією* (розсіянням) енергії, а системи, в яких він має місце, називаються *дисипативними*. Типовим прикладом дисипативного процесу є тертя.

Необхідно мати на увазі, що обмеження, накладені на застосування закону збереження енергії в рамках механіки, повністю усуваються, якщо розглядати будь-який процес у більш загальному контексті, в межах усієї фізики. Дисипація механічної енергії приводить до її перетворення на

внутрішню енергію механічної системи та навколишнього середовища (поняття внутрішньої енергії розглядається в наступному розділі фізики «Молекулярна фізика і термодинаміка»). Наприклад, під час тертя тіла і навколишнє середовище нагріваються. Можливий також і зворотній процес – перетворення внутрішньої енергії на механічну.

Отже, енергія зберігається також і в дисипативних системах, але вона набуває інших форм. Загальний закон збереження енергії можна сформулювати таким чином:

енергія не зникає і не створюється, вона лише переходить з одних форм у інші.

Загальний закон збереження енергії неможливо довести теоретично, але доказом його справедливості є те, що в жодному досліді у будь-яких процесах не спостерігалось явищ, які б свідчили про відхилення від нього. В той же час, цей закон має величезне значення для побудови єдиної системи природничих знань. Ряд фізичних законів і нових теорій були створені значною мірою завдяки творчому застосуванню цього одного з найбільш фундаментальних законів фізики.

3. Удар двох тіл

Удар – це зіткнення двох тіл, коли взаємодія між ними продовжується дуже короткий час, яким можна знехтувати.

Під час зіткнення тіла діють одне на одне з певними силами, які зумовлюють їх деформацію. В залежності від типу цих деформацій розрізняють пружні й непружні удари. Розглянемо дві ідеальні моделі таких ударів.

Абсолютно пружним називається такий удар, в результаті якого у взаємодіючих тілах не залишається деформацій, а сумарна кінетична енергія системи двох тіл не змінюється.

В момент абсолютно пружного удару кінетична енергія відносного руху тіл перетворюється на потенціальну енергію пружної деформації, яка відразу ж знову перетворюється на кінетичну енергію руху тіл, коли вони відштовхують одне одного і повертаються до недеформованого стану. Тому для цього удару виконується закон збереження механічної енергії. Кінетична енергія кожного тіла змінюється, але сума кінетичних енергій залишається сталою.

Абсолютно непружним називається такий удар, в результаті якого взаємодіючі тіла об'єднуються і після удару рухаються як одне ціле.

При абсолютно непружному ударі тіла пластично деформуються, відштовхування деформованих тіл не відбувається, а тому вони після удару

продовжують рухатися разом, залишаючись пластично деформованими. Оскільки енергія деформації не перетворюється назад у кінетичну енергію, то закон збереження механічної енергії для цього удару не виконується. Механічна енергія частково або повністю переходить у теплову та інші немеханічні форми.

Для аналізу зміни стану руху тіл в результаті удару необхідно застосовувати: для пружного удару – закони збереження енергії і імпульсу, для непружного – тільки закон збереження імпульсу.

Найбільш простим для аналізу є 1-вимірний випадок, коли тіла до і після удару рухаються вздовж однієї лінії – центральний удар.

Центральним називається удар, при якому тіла до і після удару рухаються вздовж лінії, що з'єднує їх центри мас.

Розглянемо центральний удар двох тіл для обох випадків.

А. Абсолютно пружний центральний удар.

Розглянемо два тіла масами m_1 і m_2 , що рухаються вздовж осі x .

Позначимо їх швидкості до удару, відповідно, v_1 і v_2 , а після удару u_1 і u_2

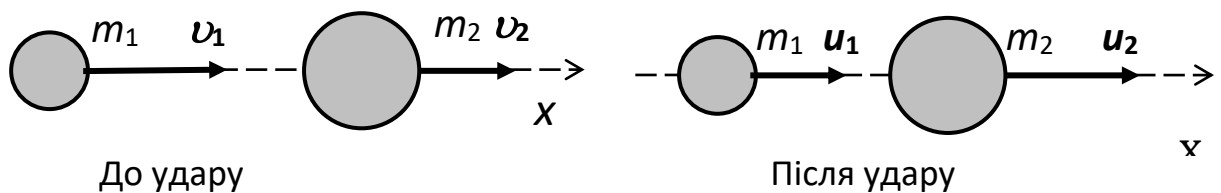


Рис. 2.38

Ці два тіла можна розглядати як замкнену механічну систему, для якої завжди виконується закон збереження імпульсу, а у випадку абсолютно пружного удару – також і закон збереження механічної енергії. В даному випадку зовнішні силові поля відсутні, а тому механічна енергія є чисто кінетичною.

Запишемо рівняння згаданих законів збереження в проекції на вісь x :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2, \quad (2.132.)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (2.133.)$$

Всі члени з індексами 1 перенесемо в ліву частину рівнянь, а з індексами 2 – у праву. Після математичних перетворень отримаємо:

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2), \quad (2.134.)$$

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2). \quad (2.135.)$$

Якщо поділимо (2.134) на (2.135), будемо мати:

$$v_1 + u_1 = v_2 + u_2 \quad (2.136.)$$

Розв'язуючи систему двох рівнянь (2.136) і (2.134), отримаємо:

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}, \quad (2.137.)$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}. \quad (2.138.)$$

Розглянемо застосування отриманих формул до таких часткових випадків:

1) якщо до удару друге тіло було нерухомим: $v_2 = 0$.

Тоді

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1, \quad (2.139.)$$

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1. \quad (2.140.)$$

2) якщо виконуються умови: тіла однакові за масою і друге тіло до удару було нерухомим $v_2 = 0$. Підставляючи в останні два співвідношення умову $m_1 = m_2$, отримаємо:

$$u_1 = 0,$$

$$u_2 = v_1,$$

тобто після удару перше тіло зупиняється, а друге починає рухатися з такою ж швидкістю, яку мало перше тіло до удару.

Б. Абсолютно непружний центральний удар.

Згідно з визначенням непружного удару, в цьому випадку два розглянутих вище тіла мають після удару однакову кінцеву швидкість u (рис. 2.39).

Механічна енергія після удару не зберігається, але зберігається імпульс системи двох тіл. Запишемо закон збереження імпульсу в проекції на вісь x :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u. \quad (2.141.)$$

Звідси:

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (2.142.)$$

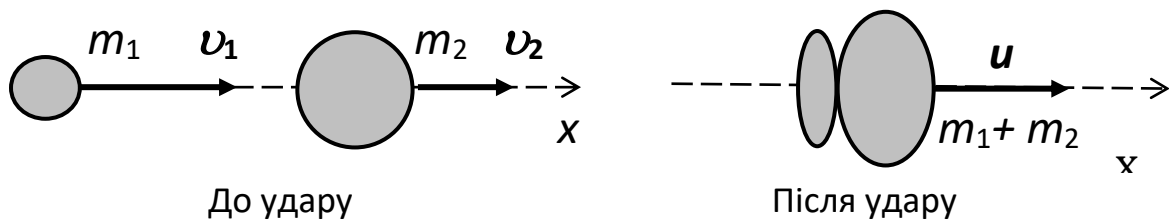


Рис. 2.39

Якщо $m_1 v_1 = -m_2 v_2$, то $u = 0$, тобто при зустрічному ударі з рівними імпульсами кінетична енергія повністю переходить у немеханічні форми енергії.

§2.8. Гідродинаміка

1. Гідростатика

Гідродинаміка – це розділ фізики, який вивчає закони руху рідин.

В рідині молекули взаємодіють таким чином, що вони можуть вільно переміщуватись одна відносно одної, підтримуючи в той же час одну й ту саму середню відстань між найближчими молекулами. За рахунок цього рідина приймає форму того посуду, в якому вона знаходиться, і в той же час її об'єм залишається незмінним.

Сила, з якою рідина тисне на стінку посудини або на будь-яку поверхню всередині рідини, рівномірно розподілена по всій поверхні. Величина сили пропорційна площі поверхні:

$$\vec{F} = p \cdot \vec{S}, \quad (2.143.)$$

де $\vec{S}$ – вектор, модуль якого дорівнює площі поверхні, а напрям співпадає з перпендикуляром до поверхні і спрямований всередину тіла або стінки. Коефіцієнтом пропорційності у цьому співвідношенні є величина p , яка називається *тиском*.

Тиск – це скалярна величина, яка дорівнює силі, що діє з боку рідини на одиницю площі поверхні:

$$p = \frac{F}{S} \quad (2.144.)$$

Одиницею тиску в системі СІ є *паскаль* (Па): $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$.

Отже, сила тиску завжди діє перпендикулярно до поверхні в напрямку від рідини до поверхні.

Об'єм рідини практично не залежить від зовнішнього тиску, а тому рідину з досить великою точністю можна вважати нестислою субстанцією.

Якщо рідина перебуває у стані рівноваги, для неї є справедливим закон Паскаля:

тиск однаково передається у всі точки об'єму, зайнятого нерухомою рідиною.

Це значить, що неможливо підвищити або знизити тиск локально, лише у певній частині об'єму рідини. Будь-яка зміна тиску на певну величину негайно буде передана у всі точки рідини на ту ж саму величину.

Але це не значить, що тиск однаковий у всіх точках рідини. Згідно закону Паскаля, у всі точки рідини однаково передається *додатковий* тиск, тобто зміна тиску, зумовлена зовнішнім впливом. В той же час, кожна рідина має певний початковий розподіл тиску по глибині, зумовлений вагою рідини.

Розглянемо стовп рідини густиною ρ , висота якого h , а площа перерізу S (Рис. 2.40). Вага цього стовпа:

$$P = mg = \rho Vg = \rho hSg$$

Тиск на нижню основу стовпа:

$$p = \frac{P}{S} = \rho gh \quad (2.145.)$$

Ця формула визначає тиск на глибині h відносно поверхні рідини, який називається *гідростатичним тиском*.

Якщо в рідину занурити певне тіло, то на будь-яку ділянку його поверхні буде діяти сила, зумовлена гідростатичним тиском. При цьому на нижню поверхню буде діяти, згідно з (2.145), більш високий тиск, порівняно з тиском на верхню поверхню. Тому сила F_H , спрямована вгору, буде більшою, порівняно з силою F_B , спрямованою вниз (Рис. 2.41).

Сили F_B , що діють на бічні поверхні тіла, однакові за величиною і протилежні за напрямом, а тому вони взаємно компенсують одна одну. Результируюча сила, що діє на тіло з боку рідини, дорівнює різниці сил F_H і F_B і спрямована вгору. Це

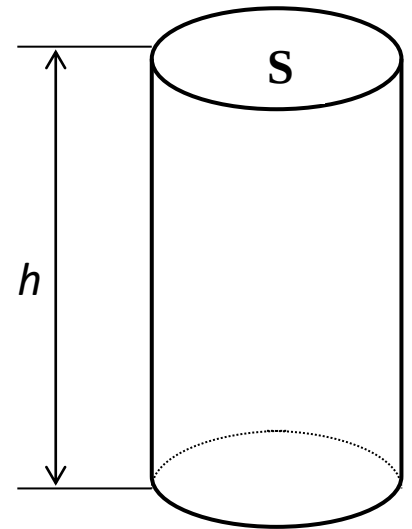


Рис. 2.40

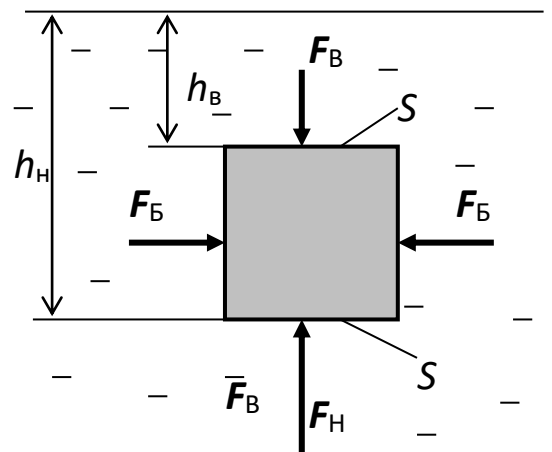


Рис. 2.41

так звана *виштовхувальна сила*, або *сила Архімеда*:

$$F_A = F_H - F_B = p_H S - p_B S = (\rho g h_H - \rho g h_B) S = \rho g V,$$

де $V = (h_H - h_B) S$ – об'єм тіла, S – площа верхньої і нижньої поверхонь тіла.

Ця формула виведена для геометрично простої форми тіла, але вона може бути доведена і для тіла будь-якої форми. Отже, можна сформулювати закон Архімеда таким чином:

на тіло, занурене в рідину, діє спрямована вгору виштовхувальна сила, рівна за величиною вазі витісненої тілом рідини:

$$F_A = \rho g V, \quad (2.146.)$$

де ρ – густина рідини, V – об'єм тіла.

2. Динаміка ідеальних рідин

Ідеальною називається рідина, в якій відсутнє тертя між окремими шарами рідини під час її руху.

Рух рідини графічно зображується за допомогою *ліній току* рідини, які проводять так, щоб вектори швидкості часток рідини були дотичними до них в будь-якій точці рідини.

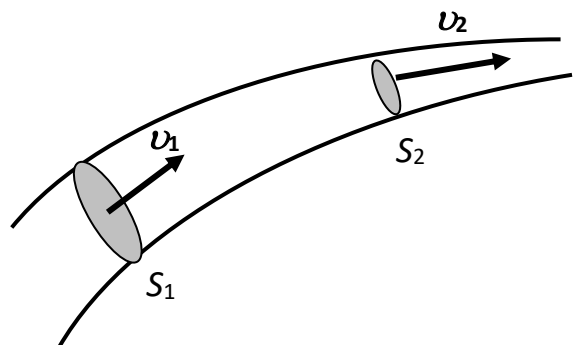


Рис. 2.42

Якщо картина ліній току не змінюється з часом, то течія рідини називається *стаціонарною*. У випадку стаціонарної течії лінії току співпадають з траєкторіями часток рідини.

Частина рідини, обмежена лініями току, називається *трубкою току*. Оскільки у всіх точках вектори швидкості дотичні до поверхні трубки току, то частки рідини під час руху не перетинають стінок трубки току.

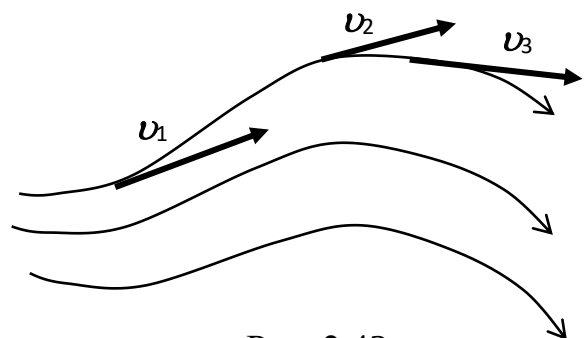


Рис. 2.43

Розглянемо довільну трубку току (Рис. 2.42), і візьмемо два довільних перерізи цієї трубки S_1 і S_2 . Швидкості течії рідини в них позначимо, відповідно, v_1 і v_2 . За деякий час Δt через ці перерізи пройдуть,

відповідно, об'єми рідини $S_1 v_1 \cdot \Delta t$ і $S_2 v_2 \cdot \Delta t$. Будемо вважати течію рідини стаціонарною (див. рис. 2.43).

Оскільки рідина є нестислою речовиною (густина рідини у всіх точках об'єму однакова), то кількість рідини між перерізами S_1 і S_2 з часом не змінюється. Тобто кількість рідини, що витікає з цього об'єму, дорівнює кількості рідини, що втікає в нього: $S_1 v_1 \cdot \Delta t = S_2 v_2 \cdot \Delta t$. Отже, вздовж трубки току $S_1 v_1 = S_2 v_2$, або

$$S v = \text{const.} \quad (2.147.)$$

Це співвідношення називається *рівнянням неперервності*. Воно свідчить про те, що швидкість потоку рідини обернено пропорційна площі його поперечного перерізу.

Розглянемо деякий об'єм V рідини, обмежений трубкою току і двома перерізами S_1 і S_2 (Рис. 2.48). За проміжок часу Δt цей об'єм переміститься вздовж трубки току, причому переріз S_1 переміститься на відстань Δl_1 в положення S'_1 , а S_2 – на відстань Δl_2 в положення S'_2 . Введемо позначення для об'ємів $S_1 \cdot \Delta l_1 = \Delta V_1$, $S_2 \cdot \Delta l_2 = \Delta V_2$. В силу неперервності течії

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V.$$

При стаціонарній течії у кожній точці простору незаштрихованого об'єму зберігаються сталими швидкості часток, які в кожний момент часу займають дану точку простору. Отже, сумарна енергія часток незаштрихованого об'єму протягом часу Δt залишилась без змін. Тому приріст енергії всього об'єму V дорівнює різниці енергій заштрихованих об'ємів ΔV_1 і ΔV_2 .

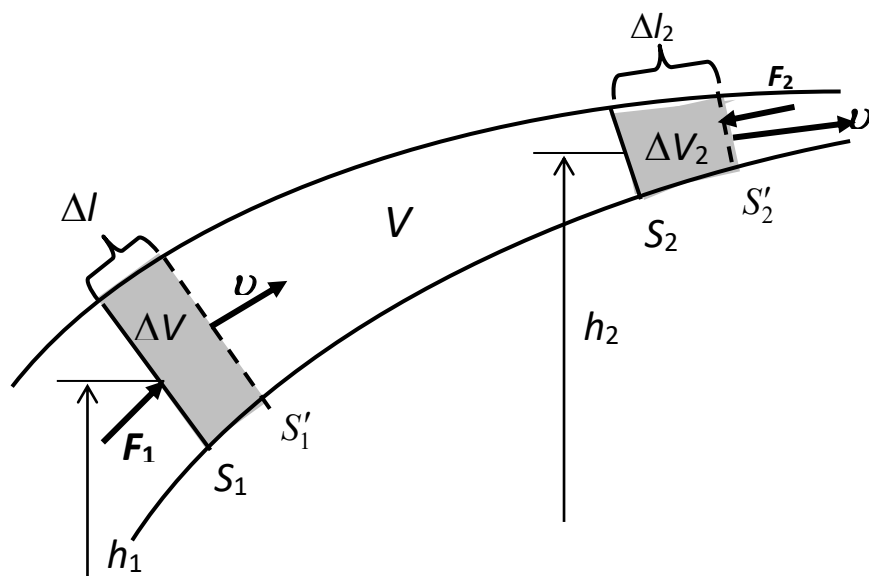


Рис. 2.48

Позначаючи літерами T і Π з відповідними індексами кінетичну і потенціальну енергії заштрихованих об'ємів, h – їх висоту над певним рівнем, v – швидкість течії у відповідних перерізах, для приросту енергії за час Δt можна записати:

$$\Delta E = (T_2 + \Pi_2) - (T_1 + \Pi_1) = \left(\frac{\rho \cdot \Delta V \cdot v_2^2}{2} + \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot h_2 \right) - \left(\frac{\rho \cdot \Delta V \cdot v_1^2}{2} + \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot h_1 \right) \quad (2.148.)$$

В ідеальній рідині сили тертя відсутні, а тому приріст енергії дорівнює роботі, виконаній над даним об'ємом рідини зовнішніми силами, тобто силами тиску.

Сили тиску на бічну поверхню трубки току перпендикулярні до напрямку переміщення часток рідини, а тому роботи не виконують. Робота виконується лише силами тиску, прикладеними до перерізів S_1 і S_2 :

$$A = F_1 \cdot \Delta l_1 - F_2 \cdot \Delta l_2 = p_1 \cdot S_1 \cdot \Delta l_1 - p_2 \cdot S_2 \cdot \Delta l_2 = (p_1 - p_2) \cdot \Delta V \quad (2.149.)$$

Оскільки $\Delta E = A$, то, прирівнюючи (2.148) і (2.149) і скорочуючи на ΔV , отримаємо:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \quad (2.150.)$$

Оскільки положення перерізів S_1 і S_2 обиралось довільно, то вздовж трубки току

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const.} \quad (2.151.)$$

Це співвідношення називається рівнянням Бернуллі. За допомогою цього рівняння можна, наприклад, визначити тиск у будь-якій точці рухомої рідини, якщо відомі швидкість течії у цій точці і її висота над певним рівнем, а також якщо всі ці параметри відомі для якоїсь іншої точки вздовж лінії току для визначення константи.

У випадку $h = \text{const}$ (горизонтальна течія) рівняння Бернуллі набирає більш простого вигляду:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const.} \quad (2.152.)$$

Звідси можна зробити висновок, що тиск рідини p на стінки труби зменшується там, де збільшується швидкість течії v . Згідно з рівнянням

неперервності (2.148), це відбувається при зменшенні площі поперечного перерізу труби S .

На цьому явищі основана дія, наприклад, водоструменевого вакуумного насоса, карбюратора та деяких інших пристроїв.

Застосуємо рівняння Бернуллі ще до одного конкретного випадку. Розглянемо витікання рідини з отвору у бічній стінці широкої посудини (Рис. 2.50). Будемо вважати площу отвору набагато меншою, порівняно з площею поверхні рідини у посудині. Тому можна приблизно вважати поверхню рідини нерухомою ($v_1 = 0$). Трубка току зображена на рисунку пунктиром. Записуючи рівняння (2.151) для двох перерізів цієї трубки: поверхні рідини і отвору, і враховуючи, що зовнішній тиск для цих двох перерізів є однаковим (це атмосферний тиск), отримаємо рівняння:

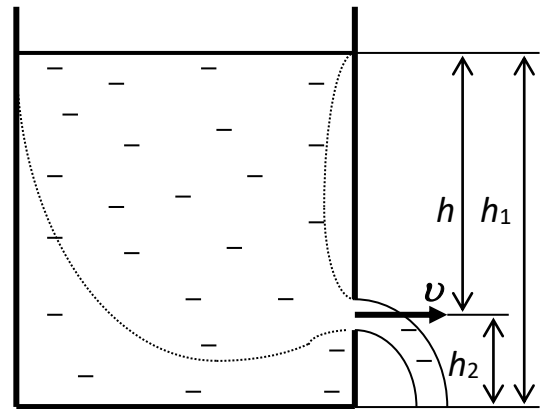


Рис. 2.49

$$\rho g h_1 = \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h_2$$

Звідси

$$v^2/2 = g(h_1 - h_2),$$

або, позначаючи $h_1 - h_2 = h$, отримаємо формулу Торрічеллі:

$$v = \sqrt{2gh} \quad (2.153.)$$

3. Динаміка в'язких рідин

Ідеальна рідина, яку ми розглядали до сих пір, є лише зручною фізичною моделлю. У реальних рідинах завжди має місце внутрішнє тертя, яке суттєво впливає на стан їх руху.

Внутрішнє тертя рідини проявляється в тому, що сусідні шари рідини, які рухаються з різною швидкістю, взаємодіють таким чином, що більш швидкий шар гальмується більш повільним. І навпаки, більш повільний шар прискорюється більш швидким.

Розглянемо дві тонкі пластини площею S кожна, розміщені в рідині паралельно на відстані d одна від одної (Рис. 2.50). Нехай верхня

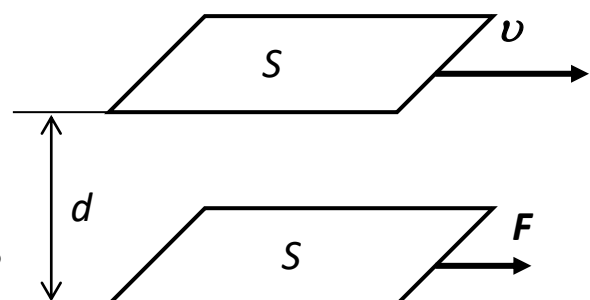


Рис. 2.50

пластина рухається зі швидкістю v у напрямку, паралельному площині, в якій лежить пластина. Тоді на нижню пластину внаслідок тертя рідини буде діяти сила F , яка буде намагатись прискорити цю пластину в тому ж напрямку. В результаті досліджень встановлено, що в даному випадку сила тертя визначається за співвідношення:

$$F = \eta \frac{v}{d} S, \quad (2.154.)$$

де коефіцієнт η називається в'язкістю рідини. В'язкість – це характерний параметр кожної рідини. Із збільшенням в'язкості зростає внутрішнє тертя в рідині, зростає відмінність рідини від ідеальної.

В'язкість залежить не лише від складу рідини, але й від температури. Зі збільшенням температури в'язкість рідин зменшується.

Існує рідина, в'язкість якої дорівнює нулю. Це так званий надтекучий гелій, тобто гелій у зрідженому стані при температурі нижче 2,17 К. Але цю рідину можна отримати і досліджувати лише в спеціальних лабораторіях.

В системі СІ одиницею в'язкості є *паскаль-секунда* (Па·с) або *пуаз*.

В'язкість рідини суттєво впливає на характер її течії. Розрізняють два основних режими течії рідини: ламінарний і турбулентний.

Течія називається ламінарною, якщо вздовж потоку кожний виділений тонкий шар рухається відносно інших, не змішуючись з ними.

Течія називається турбулентною, якщо вздовж потоку відбувається інтенсивне утворення завихрень і змішування рідини.

Встановлено, що характер течії залежить від певного безрозмірного параметру, який називається *числом Рейнольдса*:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta}, \quad (2.155.)$$

де ρ – густина рідини, v – середня швидкість потоку, l – характерний поперечний розмір (наприклад, діаметр труби, по якій тече рідина, або поперечний розмір тіла, яке рухається в рідині).

За допомогою числа Рейнольдса можна приблизно встановити, при яких параметрах який буде режим течії. При $Re \geq 2000$ течія є турбулентною, а при $Re \leq 1000$ – ламінарною. При проміжних значеннях Re характер течії залежить від форми тіла, що обтікається рідиною, та властивостей його поверхні.

Під час руху різних тіл в рідинах і газах характер обтікання їх поверхні (ламінарний чи турбулентний) впливає на лобовий опір руху тіл. Лобовий опір є мінімальним при ламінарному обтіканні і різко зростає при переході до турбулентного. Оскільки це пов'язано з поперечними розмірами і

формою тіла, то для зниження лобового опору необхідно знаходити оптимальну форму рухомих тіл (плавальні апарати, літаки, автомобілі та ін.).

Для найбільш простої геометричної форми тіл, що рухаються у в'язкому середовищі, існують теоретичні або емпіричні формули для розрахунку сили опору при ламінарному їх обтіканні рідиною або газом.

Наприклад, Дж. Стоксом встановлено, що під час руху кульки радіуса r у рідині з в'язкістю η на неї діє сила опору

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (2.156.)$$

де v – швидкість руху кульки. Ця формула (*формула Стокса*) є справедливою лише для ламінарного режиму обтікання кульки рідиною, тобто за умови, коли число Рейнольдса $\rho v 2r / \eta < 1000$. За допомогою формули (2.155) можна встановити в'язкість рідини дослідним шляхом.

При протіканні рідини в'язкістю η через капіляр (тонку довгу трубку) довжини l і радіуса r при ламінарній течії можна розрахувати об'єм рідини V , що протікає через капіляр протягом часу t , за допомогою *формули Пуазейля*:

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta l} \cdot t, \quad (2.157.)$$

де Δp – різниця тисків на вході і виході з капіляра. Метод Пуазейля є основним для експериментального визначення в'язкості рідин і газів.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДЛЯ САМООПРАЦЮВАННЯ

1. Кінематика поступального руху. Матеріальна точка. Система відліку.
2. Абсолютно тверде тіло. Операції з векторами.
3. Рівняння руху. Траєкторія. Довжина шляху. Переміщення. Швидкість середня і миттєва.
4. Прискорення середнє і миттєве. Тангенціальне, нормальне і повне прискорення.
5. Кінематика обертального руху. Кут повороту. Кутова швидкість.
6. Період і частота обертання. Кутове прискорення.
7. Зв'язок кутових і лінійних величин.
8. Динаміка поступального руху. Перший закон Ньютона. Інерціальні системи відліку. Маса і сила. Другий закон Ньютона.
9. Принцип незалежності дії сил. Третій закон Ньютона.
10. Імпульс. Закон збереження імпульсу. Центр мас механічної системи.

11. Динаміка обертального руху. Момент інерції. Теорема Штейнера. Момент сили.
12. Основне рівняння динаміки обертального руху.
13. Момент імпульсу. Закон збереження моменту імпульсу. Момент імпульсу твердого тіла.
14. Кінетична енергія обертального руху. Умови статичної рівноваги.
15. Кінетична енергія поступального руху. Робота сили. Потужність.
16. Сила тертя. Коефіцієнт тертя.
17. Поняття силового поля. Консервативні та дисипативні сили.
18. Потенціальне поле сил. Потенціальна енергія. Повна механічна енергія. Закон збереження механічної енергії.
19. Гравітаційне поле. Закон всесвітнього тяжіння. Сила тяжіння і вага тіла. Потенціальна енергія в гравітаційному полі.
20. Деформації тіла. Типи деформацій.
21. Сила пружної деформації. Механічне напруження. Закон Гука.
22. Жорсткість пружного тіла. Потенціальна енергія пружно деформованого тіла.
23. Закони збереження при ударах. Центральний удар абсолютно пружних тіл.
24. Закони збереження при ударах. Центральний удар абсолютно непружних тіл.
25. Вільні коливання. Гармонічні коливання. Рівняння гармонічних коливань.
26. Амплітуда, циклічна частота, фаза, початкова фаза, період, частота. Графік гармонічних коливань.
27. Швидкість і прискорення матеріальної точки при гармонічних коливаннях.
28. Графіки координати, швидкості та прискорення. Повертаюча сила.
29. Диференціальне рівняння гармонічних коливань. Приклади гармонічних коливань: пружинний, математичний та фізичний маятники. Періоди коливань маятників.
30. Затухаючі коливання. Диференціальне рівняння затухаючих коливань та його розв'язок. Коефіцієнт затухання.
31. Графік коливань. Декремент та логарифмічний декремент затухання.
32. Вимушені коливання. Диференціальне рівняння коливань. Амплітуда вимушених коливань, її залежність від частоти (графік).
33. Амплітуда вимушених коливань, її залежність від частоти (графік). Явище резонансу.
34. Гідростатика. Тиск. Закон Паскаля.
35. Гідростатичний тиск. Закон Архімеда.

- 36.Ідеальна рідина. Лінії току. Трубка току.
- 37.Стаціонарна течія. Рівняння неперервності.
- 38.Стаціонарна течія ідеальної рідини. Рівняння Бернуллі.
- 39.Формула Торрічеллі.
- 40.В'язкість рідини. Сила внутрішнього тертя.
- 41.Ламінарна і турбулентна течія. Число Рейнольдса.
- 42.Формула Стокса. Формула Пуазейля.

РОЗДІЛ 3

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

Даний розділ присвячений законам і процесам, що описують термодинамічні властивості різних речовин та матеріалів. Визначають пераметричні характеристики термодинамічних тіл та систем. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії, а також кінетичну енергію поступального руху молекули, розподіл молекул по швидкостям.

§3.1. Закони ідеального газу

1. Ідеальний газ. Параметри стану ідеального газу

Речовина складається з величезної кількості малих частинок – атомів та молекул, які перебувають у стані безперервного руху. Внаслідок взаємодії і руху цих частинок речовина має певну внутрішню енергію і ряд інших властивостей. Для їх дослідження застосовують два принципово різних підходи, які взаємодоповнюють один одного: статистичний і термодинамічний. Перший лежить в основі *молекулярної фізики*, другий – *термодинаміки*. Головним об'єктом вивчення цього розділу фізики є гази.

Сили взаємодії молекул газу настільки малі, що ними можна знехтувати. Тому для пояснення властивостей газів використовують модель, яку називають *ідеальний газ*. В рамках цієї моделі газ складається з сукупності пружних молекул – кульок мізерно малих розмірів, які вільно і хаотично рухаються і взаємодіють лише при співударах.

Молекулярна фізика вивчає властивості речовини на основі молекулярно-кінетичної теорії, яка розглядає рух і взаємодію молекул речовини.

Термодинаміка вивчає макроскопічні параметри речовини, які визначають її стан – температуру, тиск і об'єм – та процеси переходу від одного рівноважного стану до іншого.

Ці три параметри (температура T , тиск p і об'єм V) знаходяться у взаємній залежності і мають спільну назву – *термодинамічні параметри (параметри стану)*. Вони однозначно визначають стан даного газу (термодинамічної системи).

Якщо параметри стану не змінюються з часом, то система перебуває у стані рівноваги. Рівноважний стан можна зобразити точкою в системі координат, у якій відкладені по осях значення будь-яких двох параметрів

стану. Коли ж параметри стану змінюються з часом, то в системі відбувається *термодинамічний процес*.

Будь-який процес порушує стан рівноваги, але умовно можна розглянути процес настільки повільний, що кожний проміжний стан цього процесу можна вважати рівноважним.

Процес називається рівноважним, якщо при його виконанні система в будь-який момент часу перебуває у стані рівноваги.

Графічно процес зображується певною лінією у системі відповідних координат, яка зображує зміну параметрів стану під час цього процесу (Рис. 1).

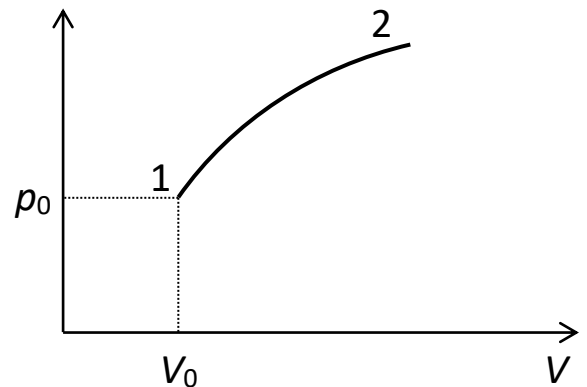


Рис. 3.1

Оборотним називається такий процес, який може відбуватись в обох напрямках (наприклад, як від 1 до 2, так і від 2 до 1 (Рис. 3.1)) так, що після повернення до початкового стану не відбувається будь-яких змін у навколишньому середовищі.

Якщо ця умова не виконується, процес називається необоротним. У термодинамічних макросистемах всі процеси є необоротними внаслідок дисипації енергії під час руху частинок (процеси тертя).

2. Закони ідеального газу

Основні закони, що пов'язують між собою термодинамічні параметри, були встановлені дослідним шляхом.

Якщо зафіксувати один з термодинамічних параметрів газу і змінювати два інших, у газі буде відбуватись так званий *ізопроцес*, тобто процес з одним фіксованим параметром. В залежності від того, який саме параметр є зафіксованим, існує три ізопроееси: *ізотермічний* ($T = \text{const}$), *ізобарний* ($p = \text{const}$), *ізохорний* ($V = \text{const}$). Для кожного з цих процесів встановлений відповідний закон.

1) Закон Бойля-Маріотта:

для даної маси газу при ізотермічному процесі добуток тиску газу на його об'єм не змінюється з часом:

$$pV = \text{const} \quad (3.1.)$$

(якщо $T = \text{const}$)

Графік цього процесу в координатах p і V називається *ізотермою*. Це гіпербола, просторове положення якої залежить від температури (Рис. 3.2а)

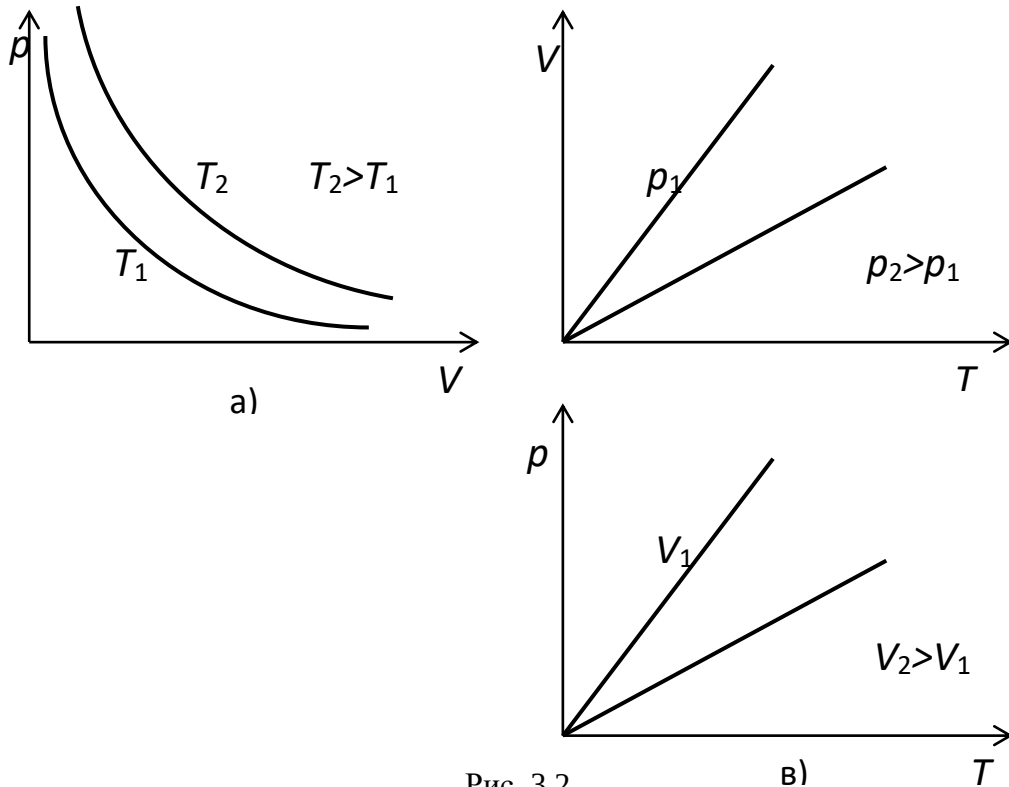


Рис. 3.2

2) Закон Гей-Люссака:

для даної маси газу при ізобарному процесі відношення об'єму газу до абсолютної температури не змінюється з часом:

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad (3.2.)$$

(якщо $p = \text{const}$)

Графік цього процесу в координатах V і T називається *ізобарою*. Це пряма лінія, яка проходить через початок координат, нахил якої до осі T залежить від тиску (Рис. 3.2б).

3) Закон Шарля:

для даної маси газу при ізохорному процесі відношення тиску газу до абсолютної температури не змінюється з часом:

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad (3.3.)$$

(якщо $V = \text{const}$)

Графік цього процесу в координатах p і T називається *ізохорою*. Це пряма лінія, яка проходить через початок координат, нахил якої до осі T залежить від об'єму (Рис. 3.2в).

Для подальшого розгляду необхідно ввести нову фізичну величину, яка називається *кількістю речовини*. Раніше були розглянуті кількісні характеристики, які дозволяють порівнювати різні тіла, наприклад, за їх масою або об'ємом. *Кількість речовини* дозволяє порівнювати різні тіла за *кількістю молекул*, що міститься в кожному тілі.

За одиницю кількості речовини можна було б взяти одну молекулу і визначати кількість речовини як число, що дорівнює кількості молекул у певному тілі. Але це не зовсім зручно, оскільки кількість молекул визначається, як правило, надзвичайно великими числами.

У системі СІ одиницею кількості речовини є *моль*.

Моль – це кількість речовини, яка містить число молекул, що дорівнює числу атомів в 0,012 кг ізотопу вуглецю ^{12}C .

Число молекул у 1 молі речовини називається *числом Авогадро*, і воно дорівнює

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

В тому випадку, коли речовина не має молекул, а складається з атомів одного типу (наприклад, у випадку деяких твердих тіл), моль визначається за кількістю атомів, а не молекул.

Отже, якщо ми маємо якесь тіло, що містить N молекул (або атомів), то кількість речовини у цьому тілі визначається співвідношенням:

$$\nu = \frac{N}{N_A} \text{ (молів)} \quad (3.4.)$$

Маса одного моля речовини називається *молярною масою*. Очевидно, що молярна маса – це маса всіх молекул одного моля, тобто вона дорівнює добутку маси однієї молекули на кількість молекул у одному молі (тобто на число Авогадро):

$$M = m_0 \cdot N_A \quad (3.5.)$$

Молярна маса є характерним параметром кожної речовини. Можна довести, що молярна маса, виражена у грамах, чисельно дорівнює відносній молекулярній масі речовини (масі однієї молекули у атомних одиницях маси (а.о.м.)). Це дозволяє швидко розраховувати молярну масу, якщо відома хімічна формула речовини, за допомогою періодичної таблиці хімічних елементів Менделєєва. Одиниця вимірювання молярної маси – кг/моль.

Об'єм, який займає моль певного газу, називається *молярним об'ємом*. Згідно з *законом Авогадро*, молярний об'єм V_m не залежить від хімічного складу газу і визначається лише тиском і температурою.

Закон Авогадро:

молі будь-яких газів при однакових температурі і тиску займають однакові об'єми.

Визначимо *нормальні умови* для газу, як такі, при яких тиск дорівнює атмосферному, а температура – 0°C:

$$\begin{aligned} p_0 &= 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} \\ T_0 &= 273,15 \text{ К} \end{aligned} \quad (3.6.)$$

За нормальних умов молярний об'єм дорівнює $V_{m0} = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Якщо газ складається з молекул кількох різних типів, тобто є сумішшю кількох газів, то для цієї суміші справедливим є *закон Дальтона*:

тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків окремих газів суміші:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n, \quad (3.7.)$$

де p_i – парціальний тиск i -ї компоненти суміші. *Парціальним називають тиск, який був би створений тільки цією компонентою, якби вона займала той самий об'єм і була присутня у тій самій кількості (за відсутності інших компонент).*

3. Рівняння стану ідеального газу

Для теоретичного розгляду основних закономірностей будемо користуватись фізичною моделлю, яка має назву «*модель ідеального газу*». В її основі лежать три припущення, які значно спрощують теоретичний аналіз фізичних процесів у газі:

- 1) сумарний об'єм молекул газу настільки малий, що ним можна знехтувати порівняно з загальним об'ємом газу;
- 2) молекули не взаємодіють між собою на відстані;
- 3) зіткнення молекул між собою і зі стінками посуду є абсолютно пружними.

Слід сказати, що ця модель досить вірно відображає властивості газів, які перебувають у нормальних умовах, тобто реальні гази близькі за своїми властивостями до ідеальних.

Сформульовані вище 5 законів є фактично законами для ідеальних газів, хоч вони і були отримані дослідним шляхом. Але вони були отримані за умов, коли виконуються всі три припущення, які визначають модель ідеального газу.

Три закони для ізопроеесів в результаті нескладного аналізу можна об'єднати в один закон, справедливий для будь-яких процесів (коли змінюються всі три термодинамічні параметри). В результаті отримаємо рівняння Клапейрона:

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \quad (3.8.)$$

Якщо застосувати це рівняння до одного моля газу ($V = V_m$), отримаємо

$$pV_m = RT, \quad (3.9.)$$

де константа R , згідно закону Авогадро, є однаковою для всіх газів. Вона має назву *універсальна газова стала*. Її чисельне значення можна розрахувати, якщо в рівняння (3.9) підставити, наприклад, нормальні умови для газів (3.6):

$$R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}.$$

Якщо взяти не один моль газу, а довільну кількість молів $\nu = m/M$ (для довільної маси газу m), це означатиме, що об'єм газу дорівнює $V = \nu V_m$. Помноживши обидві частини рівняння (3.9) на ν , отримаємо

$$pV = \nu RT, \quad (3.10.)$$

або

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (3.11.)$$

Це універсальне рівняння, яке дозволяє досліджувати будь-які процеси у ідеальних газах зі зміною всіх параметрів стану. Воно має назву *рівняння стану ідеального газу (рівняння Менделєєва-Клапейрона)*.

Для дослідження процесів у ідеальних газах на мікроскопічному рівні необхідно ввести ще одну фундаментальну константу – *сталу Больцмана*:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}. \quad (3.12.)$$

Скориставшись цим співвідношенням, рівняння (9) для одного моля газу можна записати у такому вигляді:

$$p = \frac{kN_A T}{V_m} \quad (3.13.)$$

Концентрація молекул – це число молекул у одиниці об'єму:

$$n = \frac{N}{V} \quad (3.14.)$$

Для одного моля газу:

$$n = \frac{N_A}{V_m}$$

Тому (13) можна записати, як

$$p = nkT \quad (3.15.)$$

Це – ще одна форма рівняння стану ідеального газу.

З цього рівняння можна зробити висновок, що при сталій температурі тиск газу пропорційний концентрації його молекул.

Ще один висновок – при однакових тиску і температурі всі гази містять в одиниці об'єму однакове число молекул. Це число для *нормальних умов* називається *числом Лошмідта* і дорівнює:

$$N_1 = \frac{p_0}{kT_0} = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

§3.2. Основи молекулярно-кінетичної теорії

1. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії

Розглянемо ідеальний газ з масою молекул m_0 , який має концентрацію молекул n , тиск p і температуру T .

В загальному випадку рух молекул газу є хаотичним, тобто в кожному напрямку рухається в середньому приблизно однакова кількість молекул. Але для спрощення математичних співвідношень будемо вважати, що рух молекул рівномірно розподілено по 3 взаємно-перпендикулярним напрямкам. Отже, вздовж кожного з цих напрямків рухається 1/3 всіх молекул, причому половина з них (тобто 1/6 всіх молекул) рухається вздовж нього в один бік і половина – в протилежний. Будемо також вважати, що швидкість усіх молекул за модулем однакова і дорівнює v .

Виділимо на стінці посудини ділянку площею ΔS (Рис.3.3). Як визначено вище, в напрямку цієї ділянки в кожний момент часу

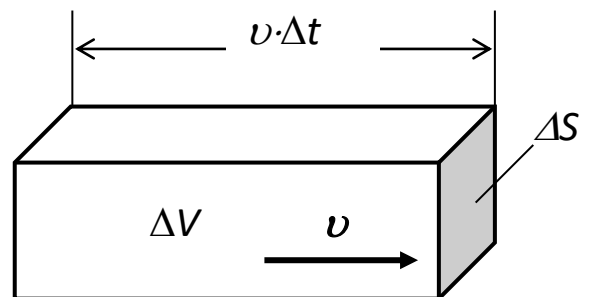


Рис. 3.3

рухається 1/6 всіх молекул. За час Δt її досягнуть усі молекули з об'єму

$$\Delta V = \Delta S \cdot v \cdot \Delta t,$$

які рухаються в цьому напрямку.

Загальна кількість молекул, які досягнуть ділянки ΔS протягом часу Δt :

$$\Delta N = 1/6 n \cdot \Delta V = 1/6 n \cdot \Delta S \cdot v \cdot \Delta t$$

При абсолютно пружному ударі кожна молекула передасть стінці імпульс $2m_0 v$. Загальний переданий стінці імпульс на площі ΔS :

$$\Delta P = 2m_0 v \cdot \Delta N = 1/3 n m_0 v^2 \Delta S \cdot \Delta t, \quad (3.16.)$$

Згідно з 2-м законом Ньютона, відношення приростів імпульсу і часу дорівнює силі, що діє протягом цього часу:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}. \quad (3.17.)$$

З урахуванням останніх двох співвідношень, знайдемо тиск газу на стінку:

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{\Delta P}{\Delta t \cdot \Delta S} = \frac{1}{3} n m_0 v^2. \quad (3.18.)$$

Ця формула отримана з рядом спрощуючих припущень, які стосуються швидкостей молекул. Насправді у певному рівноважному стані вектори швидкостей молекул мають безперервний розподіл як за напрямком, так і за модулем. Якщо розглянути той самий процес більш суворо, з урахуванням статистичних розподілів швидкостей молекул, то отримаємо ту саму формулу, але швидкості в ній матиме середньо-квадратичне значення:

$$\langle v_{kv} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad (3.19.)$$

де v_i – швидкості окремих молекул, N – загальна кількість молекул. Отже,

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{kv} \rangle^2. \quad (3.20.)$$

Це співвідношення має назву «*основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії*». Воно дозволяє співставити макроскопічний параметр (тиск) з мікроскопічними (маси і швидкості молекул).

Якщо помножити це рівняння на загальний об'єм газу V і врахувати, що загальна кількість молекул газу $N = n V$, отримаємо

$$pV = \frac{1}{3} Nm_0 \langle v_{\kappa\theta} \rangle^2 \quad (3.21.)$$

Оскільки *середня кінетична енергія* поступального руху однієї молекули:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{m_0 \langle v_{\kappa\theta} \rangle^2}{2}, \quad (3.22.)$$

можна записати рівняння (3.21) у вигляді:

$$pV = \frac{2}{3} N \langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{2}{3} E \quad (3.23.)$$

де $E = N \langle \varepsilon_0 \rangle$ – сумарна кінетична енергія поступального руху всіх молекул газу.

З урахуванням рівняння Менделєєва-Клапейрона ліву частину рівняння (6) можна переписати у іншому вигляді:

$$\frac{m}{M} RT = \frac{1}{3} Nm_0 \langle v_{\kappa\theta} \rangle^2$$

Оскільки маса газу $m = Nm_0$, то на неї можна провести скорочення, і для середньо-квадратичної швидкості знайдемо такий вираз:

$$\boxed{\langle v_{\kappa\theta} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}}. \quad (3.24.)$$

Цю величину можна знайти також і через мікроскопічні параметри. Для цього підставимо в цю формулу розглянуті в попередній лекції співвідношення:

$$R = k N_A$$

$$M = m_0 N_A$$

В результаті отримаємо:

$$\boxed{\langle v_{\kappa\theta} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}}. \quad (3.25.)$$

Звідси легко обчислити, що, наприклад, для молекул кисню при кімнатній температурі $T = 300 \text{ К}$ $\langle v_{\kappa\theta} \rangle \approx 500 \text{ м/с}$.

Якщо підставити (3.25) в формулу (3.22), отримаємо *середню кінетичну енергію* поступального руху однієї молекули:

$$\boxed{\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT} \quad (3.26.)$$

Це співвідношення розкриває фізичний зміст такого фундаментального поняття, як *температура*. Оскільки $\langle \varepsilon_0 \rangle \sim T$, і при $T = 0$ маємо $\langle \varepsilon_0 \rangle = 0$, а від інших фізичних величин $\langle \varepsilon_0 \rangle$ не залежить, то *температура є мірою середньої кінетичної енергії руху молекул*.

2. Розподіл молекул по швидкостях (розподіл Максвелла)

Газ складається з великої кількості молекул, кожна з яких має свою швидкість руху. Молекули перебувають у стані хаотичного руху, їх швидкості безперервно змінюються за рахунок зіткнень молекул одна з одною і зі стінками посудини. Але їх середньо-квадратична швидкість при даній температурі T залишається сталою (див. (3.25)):

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}},$$

де m_0 – маса молекули. Це – один з висновків молекулярно-кінетичної теорії.

Незмінність у часі середньо-квадратичної швидкості пояснюється тим, що для газу у стані рівноваги встановлюється стаціонарний, незмінний у часі *розподіл молекул по швидкостях*. Кожна окрема молекула безперервно змінює свою швидкість, але в кожний момент часу кількість молекул, які мають певне значення швидкості, залишається незмінним. Це – властивість статистичних ансамблів, які складаються з величезної кількості однакових частинок.

Розподіл по швидкостях – це деяка функція (функція розподілу), яку надалі будемо позначати $f(v)$.

Функція розподілу по швидкостях $f(v)$ визначає відносну долю кількості молекул dN , які мають швидкості у малому інтервалі від v до $(v + dv)$, від загальної кількості N :

$$\boxed{\frac{dN}{N} = f(v) \cdot dv} \quad (3.27.)$$

Застосовуючи методи теорії ймовірностей та статистичної фізики, Максвелл теоретично знайшов для ідеального газу формулу функції розподілу молекул по швидкостях:

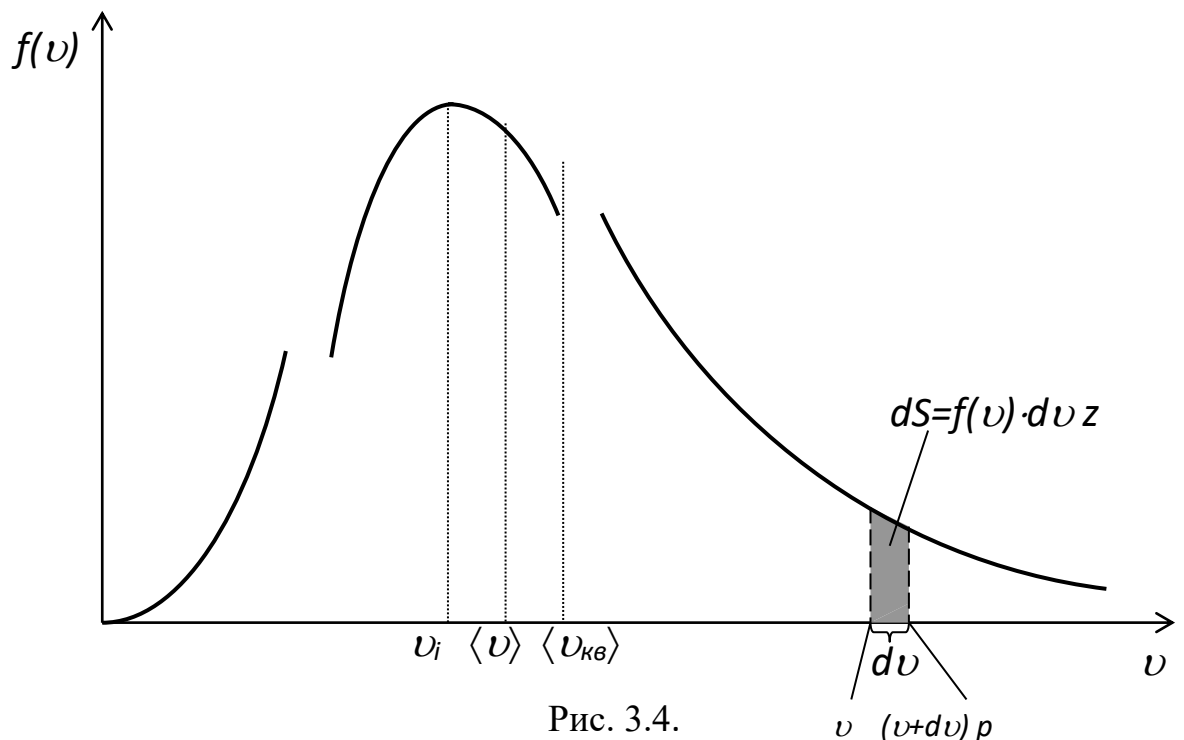
$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \quad (3.28.)$$

Графік цієї функції (розподіл Максвелла) – це крива лінія з максимумом, площа під якою дорівнює 1 (Рис. 2.2.1). Вимога, щоб площа під графіком розподілу дорівнювала одиниці, називається *умовою нормування* цієї функції. Математично це можна записати через інтеграл:

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1 \quad (3.29.)$$

Якщо взяти довільне значення v на осі швидкостей і малий приріст dv до цієї швидкості (тобто інтервал значень від v до $v+dv$), то площа dS під кривою розподілу на цьому інтервалі (заштрихована площа на Рис. 3.4.) дорівнює добутку значення функції на інтервал dv . В той же час, згідно визначенню функції розподілу, ця площа дорівнює відносній кількості молекул, які мають швидкості в цьому інтервалі:

$$dS = f(v) \cdot dv = \frac{dN}{N} \quad (3.30.)$$



Максимум кривої розподілу $f(v)$ відповідає швидкості, яка називається *найбільш імовірною швидкістю* і позначається v_i . Цю швидкість можна знайти з умови екстремуму функції $f(v)$:

$$\frac{df(v_i)}{dv} = 0 \quad (3.31.)$$

З цього рівняння можна знайти:

$$v_i = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad (3.32.)$$

Отже, положення максимуму функції розподілу залежить від маси молекул і від температури газу. З підвищенням температури найбільш імовірна швидкість збільшується (максимум функції зміщується праворуч).

Характерними параметрами функції розподілу молекул є також:

середня швидкість:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v \cdot dN(v) = \int_0^{\infty} v \cdot f(v) \cdot dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \approx 1,13 \cdot v_i \quad (3.33.)$$

Слід запам'ятати:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

середньо-квадратична швидкість (її квадрат):

$$\langle v_{\kappa\beta} \rangle^2 = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v^2 \cdot dN = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv = \frac{3kT}{m_0} \quad (3.34.)$$

Слід запам'ятати вже знайоме нам співвідношення (3.33):

$$\langle v_{\kappa\beta} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \approx 1,22 \cdot v_i \quad (3.35.)$$

Отже, найбільш імовірна, середня і середньо-квадратична швидкості завжди перебувають у співвідношенні $v_i : \langle v \rangle : \langle v_{\kappa\beta} \rangle = 1 : 1,13 : 1,22$. Тому на осі швидкостей вони знаходяться в певному порядку (див. Рис. 3.3).

Молекули газу перебувають у стані безперервного хаотичного руху, під час якого між молекулами відбуваються зіткнення. Внаслідок зіткнень змінюється стан руху молекул, змінюються їх швидкості, імпульси і кінетичні енергії. У проміжку між двома послідовними зіткненнями молекула рухається прямолінійно і рівномірно. Тому траєкторія будь-якої молекули у газі – це ламана лінія, яка складається з прямолінійних відрізків.

Шлях, який проходить молекула між двома послідовними зіткненнями з іншими молекулами газу, називається довжиною вільного пробігу молекули.

Довжина вільного пробігу навіть для стаціонарного стану газу змінюється в досить широких межах, тобто існує певний статистичний розподіл по довжинам вільного пробігу молекул. В той же час, можна визначити середню довжину вільного пробігу, яка є сталою для даного стану газу і є одним з параметрів, який характеризує цей стан.

Згідно теоретичних розрахунків, середня довжина вільного пробігу визначається формулою:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}, \quad (3.36.)$$

де d – діаметр молекули, n – концентрація молекул.

3. Барометрична формула та розподіл Больцмана

Розглянемо певний газ, який знаходиться в полі сил тяжіння. Умовно виділимо вертикальний стовп газу з площею основи $S = 1$ (Рис. 3). Позначимо тиск газу на висоті h_0 через p_0 . Цей тиск дорівнює вазі всього стовпа газу, який знаходиться вище висоти h_0 . Тоді на висоті $h_0 - dh$ тиск зросте на величину dp , що дорівнює вазі стовпа газу висотою dh :

$$dp = -\rho g \cdot dh,$$

де ρ – густина газу на висоті h_0 , g – прискорення вільного падіння. Знак «-» свідчить про протилежність знаків приросту величин dp і dh . Для ідеального газу:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}$$

Звідси отримаємо:

$$dp = -\frac{Mg}{RT} \cdot p \cdot dh. \quad (3.37.)$$

Зі зміною висоти від h_0 до h тиск змінюється від p_0 до p . Проінтегруємо (21) в цих межах:

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} \int_{h_0}^h dh,$$

звідки

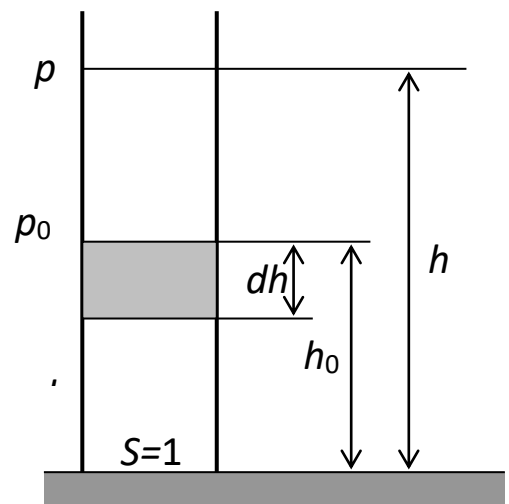


Рис. 3.5

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{Mg}{RT}(h - h_0) \quad (3.38.)$$

Якщо в цьому співвідношенні взяти $h_0 = 0$, тобто вважати, що p_0 – це тиск на рівні $h = 0$, то знайдемо:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad (3.39.)$$

Це – *барометрична формула*, яка визначає залежність тиску газу від висоти над певним рівнем.

Якщо підставити замість тиску його вираз через рівняння стану $p = nkT$ і скоротити на kT , отримаємо залежність концентрації молекул від висоти:

$$n = n_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad (3.40.)$$

Перетворимо останню формулу, скориставшись співвідношеннями

$$M = m_0 N_A$$

$$R = k N_A$$

Отримаємо:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\Pi}{kT}}, \quad (3.41.)$$

де $\Pi = m_0 gh$ – потенціальна енергія молекули в полі сил тяжіння. Отже, остання формула визначає розподіл молекул по їх потенціальним енергіям у полі сил тяжіння.

Больцман теоретично довів, що розподіл

$$n = n_0 e^{-\frac{\Pi}{kT}} \quad (3.42.)$$

є справедливим не лише для випадку молекул газу в полі сил тяжіння, але і для сукупності будь-яких частинок у будь-якому потенціальному силовому полі. Тому його називають *розподілом Больцмана*.

4. Явища переносу в газах

До цього часу ми розглядали *термодинамічно рівноважні системи*, тобто системи з стаціонарним у часі і рівномірним у просторі розподілом усіх середніх параметрів газу.

Якщо порушити цю рівновагу, то в термодинамічній системі виникнуть *явища переносу* енергії, маси та імпульсу часток цієї системи. Ці явища обумовлені тим, що термодинамічна система намагається повернутись

до рівноважного стану, і рух та взаємодія її часток відбуваються таким чином, щоб зменшити відхилення від рівноваги.

До явищ переносу належать:

- 1) теплопровідність (перенос енергії),
- 2) дифузія (перенос маси),
- 3) внутрішнє тертя (перенос імпульсу).

Теплопровідність відбувається у газі, в якому середня кінетична енергія молекул (тобто температура) в одній частині об'єму більша, ніж в іншій.

Внаслідок взаємних зіткнень молекул більш швидкі молекули з нагрітої частини газу віддають частину своєї кінетичної енергії більш повільним молекулам з сусідніх шарів. Це призводить до поступового вирівнювання розподілу температури у просторі, тепла енергія з зони більш високої її концентрації розповсюджується у більш «холодні» зони. Виникає тепловий потік, кількісною характеристикою якого є *густина теплового потоку* j_E – *кількість теплової енергії, яка поширюється за одиницю часу через одиницю площі*.

В результаті теоретичного аналізу цього процесу було сформульовано закон Фур'є, який визначає густину теплового потоку в певному напрямку вздовж осі x :

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}, \quad (3.43.)$$

де dT/dx – градієнт температури в напрямку x , λ – коефіцієнт теплопровідності, який залежить від хімічного складу газу та його стану.

Теоретично показано в рамках молекулярно-кінетичної теорії, що

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \cdot \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle, \quad (3.44.)$$

де c_V – питома теплоємність при сталому об'ємі даного газу, ρ – його густина, $\langle v \rangle$ – середня швидкість молекул, $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу.

Дифузія – це взаємопроникнення двох різних газів, концентрація яких в початковий момент часу є різною в різних частинах об'єму.

Дифузія відбувається внаслідок хаотичного руху молекул, який приводить до поступового вирівнювання концентрації всіх газів, які присутні в даному об'ємі. Незважаючи на те, що середні швидкості молекул мають дуже великі значення, дифузія – досить повільний процес, оскільки

швидкість впорядкованого руху молекул у певному напрямку при дифузії набагато менша, порівняно з швидкістю їх хаотичного руху.

Швидкість дифузії характеризується таким параметром, як *густина потоку маси* j_m , яка визначається, як *маса речовини, що переміщується за одиницю часу через одиницю площі у даній точці простору*. Процес дифузії проходить у відповідності з законом Фіка, згідно з яким:

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx}, \quad (3.45.)$$

де $d\rho/dx$ – градієнт густини певного газу в напрямку x , D – коефіцієнт дифузії. Можна довести, що

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle. \quad (3.46.)$$

Внутрішнє тертя – це явище передачі впорядкованого руху молекул від рухомої частини газу до суміжних його шарів внаслідок обміну імпульсами між молекулами.

Внаслідок внутрішнього тертя виникає опір рухові газу відносно нерухомих тіл та опір рухові тіл всередині нерухомого газу. Рухома частина газу намагається «потягти» за собою суміжні нерухомі шари, які чинять певний опір цьому рухові. Наявність внутрішнього тертя свідчить про те, що газ є в'язким середовищем.

Сила внутрішнього тертя визначається законом Ньютона:

$$F = \eta \cdot \left| \frac{dv}{dx} \right| \cdot S, \quad (3.47.)$$

де dv/dx – градієнт швидкості впорядкованого руху газу в напрямку x , перпендикулярному до напрямку руху газу, S – площа, на яку діє сила F , η – коефіцієнт в'язкості. Згідно молекулярно-кінетичної теорії:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \cdot \langle l \rangle. \quad (3.48.)$$

Порівнюючи формули (3.44), (3.46) і (3.48), можна встановити простий зв'язок між коефіцієнтами явищ переносу:

$$\eta = \rho D \quad (3.49.)$$

$$\lambda = c_v \eta \quad (3.50.)$$

За цими співвідношеннями можна розрахувати невідомі параметри, якщо відомі інші з них.

§3.3.Реальні гази та рідини

1. Рівняння Ван-дер-Ваальса

Вище було проаналізовано властивості газів в рамках моделі ідеального газу. Поведінка реальних газів у більшості випадків досить близька до поведінки ідеального газу за нормальних умов, а також при підвищенні температури і зниженні тиску. При цьому, у відповідності до моделі ідеального газу, можна знехтувати розмірами молекул та їх взаємодією.

З підвищенням тиску та зниженням температури зменшується середня відстань між молекулами. При цьому, якщо середня відстань між молекулами стає настільки малою, що є сумірною з розмірами самих молекул, то в цьому випадку власним об'ємом молекул та силами взаємодії між ними вже не можна нехтувати, оскільки це приводить до значних помилок при розрахунках. В цих умовах модель ідеального газу та її основні рівняння вже не можуть адекватно описувати стан газу.

Отже, при високих тисках і низьких температурах рівняння стану ідеального газу (Менделєєва–Клапейрона) втрачає точність і вимагає коригування.

Голландський фізик І. Ван-дер-Ваальс запропонував врахувати властивості реальних газів за допомогою двох поправок, які він ввів до класичного рівняння Менделєєва–Клапейрона для 1 моля:

$$pV_m = RT.$$

Щоб врахувати взаємодію молекул, їх взаємне притягання, введена поправка до тиску. Згідно розрахункам Ван-дер-Ваальса, додатковий *внутрішній тиск* обернено пропорційний квадрату молярного об'єму:

$$p' = \frac{a}{V_m^2}, \quad (3.51.)$$

де a – стала Ван-дер-Ваальса для тиску.

Щоб врахувати власний об'єм молекул, введена поправка, яка враховує зменшення вільного простору для руху молекул за рахунок об'єму самих молекул. Як показує розрахунок, при щільному розташуванні молекул недоступним для розміщення центрів молекул є частина об'єму газу, яка дорівнює сумарному об'єму молекул, помноженому на 4. Оскільки число

молекул в 1 молі дорівнює N_A , то поправка до об'єму (стала Ван-дер-Ваальса для об'єму):

$$b = \frac{16}{3} \pi r^3 N_A,$$

де r – радіус молекули.

З врахуванням цих поправок, рівняння (3.50) набуде такого вигляду:

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) \cdot (V_m - b) = RT \quad (3.52.)$$

Це – рівняння Ван-дер-Ваальса для реального газу. Константи a і b для кожного газу визначаються дослідним шляхом.

Рівняння (3.46) справедливе для 1 моля газу. Для довільної кількості газу його об'єм $V = \nu V_m$, і рівняння набуде такого вигляду:

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) \cdot (V - \nu \cdot b) = \nu \cdot RT \quad (3.53.)$$

де $\nu = m/M$ – кількість речовини.

Графіком рівняння (3.46) в координатах «тиск – об'єм» є так звана *ізотерма Ван-дер-Ваальса*, вигляд якої залежить від температури (Рис. 1).

При температурах, нижчих за деяку критичну температуру T_k , ізотерми мають ділянку у вигляді хвилі, внаслідок чого одному тиску p_1 відповідає три різні молярні об'єми, оскільки горизонтальна пряма (пунктир) перетинає ізотерму в трьох точках (точки 1, 2, 3). При підвищенні температури і наближенні її до критичної ці три точки поступово зближуються, і при $T = T_k$ зливаються в одну (точка K), де крива ізотерми має точку перегину.

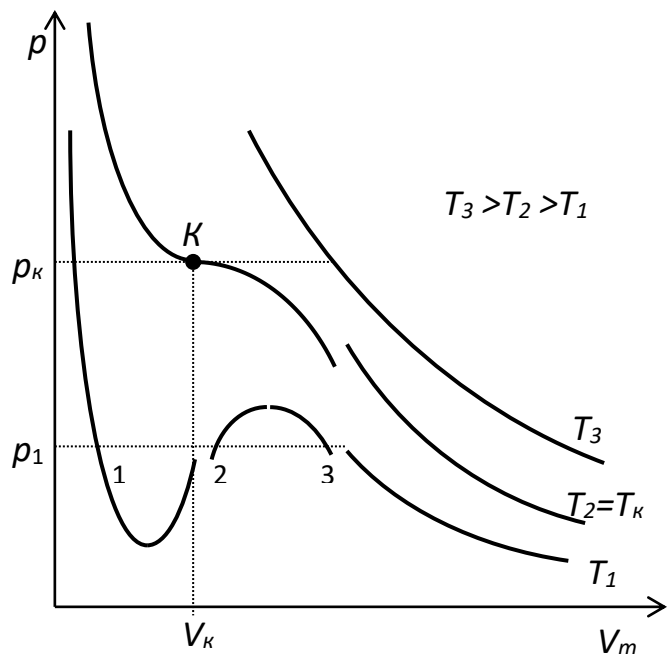


Рис.3.6

При подальшому підвищенні температури (T_3 на Рис. 3.6) графік ізотерми зміщується вгору і наближається до ізотерми ідеального газу. При температурах, набагато вищих за критичну, реальні гази за своїми властивостями близькі до ідеального.

З математичної точки зору, *критичний стан речовини*, тобто стан, що характеризується параметрами p_k , V_{mk} , T_k , відповідає точці перегину на графіку ізотерми Ван-дер-Ваальса (точка K на рис. 1), в якій всі три кореня розв'язку рівняння Ван-дер-Ваальса відносно об'єму (точки 1, 2, 3) мають однакове значення. Це дозволяє в результаті аналізу цього рівняння визначити зв'язок між критичними параметрами одного моля даної речовини і константами Ван-дер-Ваальса:

$$V_{mk} = 3b, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{8a}{27Rb}.$$

Зв'язок між критичними параметрами одного моля речовини:

$$p_k V_{mk} = \frac{3}{8} RT_k.$$

Дослідження поведінки реальних газів виявили, що експериментальні ізотерми близькі до теоретичних (Рис. 3.6), за тим винятком, що при температурах, нижчих за критичну, вони не мають хвилевидної ділянки. Натомість у експериментальних ізотермах присутня горизонтальна ділянка 2 – 5, що сполучає дві спадаючі гілки ізотерми (Рис. 3.7). При ізотермічному підвищенні тиску зміна стану речовини відповідає графіку 6 – 5 – 2 – 1, тобто молярний об'єм зменшується монотонно. Ділянка 6 – 5 відповідає газоподібному стану речовини, ділянка 2 – 1 – рідкому, а вздовж горизонтальної ділянки ізотерми 5 – 2 спостерігається рівновага рідкої і газоподібної фаз речовини.

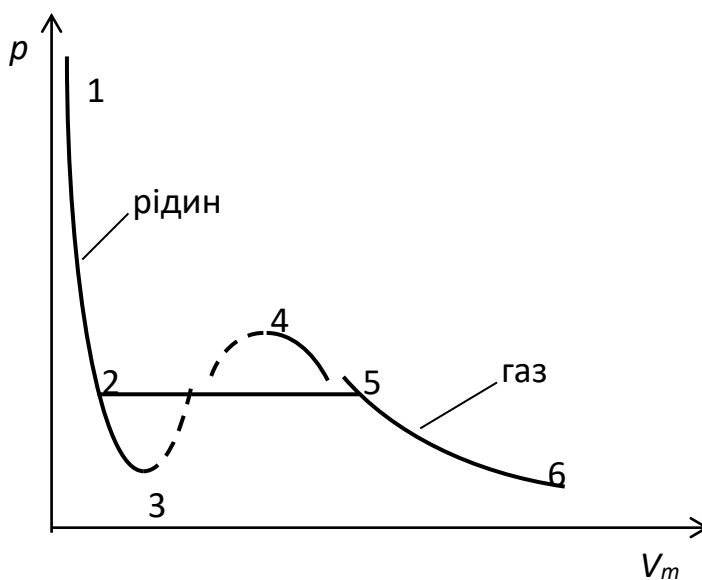


Рис.3.7

За певних умов можуть бути реалізовані і стани, що відповідають ділянкам 2 – 3 та 4 – 5, які відображають, відповідно, *перегріту рідину* та *пересичену пару*. Ці стани є метастабільними, тобто довго в цих станах речовина перебувати не може.

3. Поверхневий натяг

Рідина – це стан речовини, проміжний між газоподібним та твердим, а тому рідина має деякі спільні властивості як з газоподібними, так і з твердими речовинами. Подібно до твердого тіла, рідина має певний незмінний об'єм, а подібно до газу – приймає форму посудини, в якій знаходиться.

На кожную молекулу рідини з боку сусідніх молекул діють сили притягання, які швидко зменшуються з відстанню. Радіус дії цих сил $r \approx 10^{-9}$ м. Таким чином, *всередині рідини* на кожную молекулу *A* діють сили тих молекул, які знаходяться всередині сфери радіуса r з центром у даній молекулі (Рис. 3.8). Ці сили спрямовані рівномірно в різні боки, а тому взаємно компенсуються, тобто їх рівнодіюча дорівнює нулю.

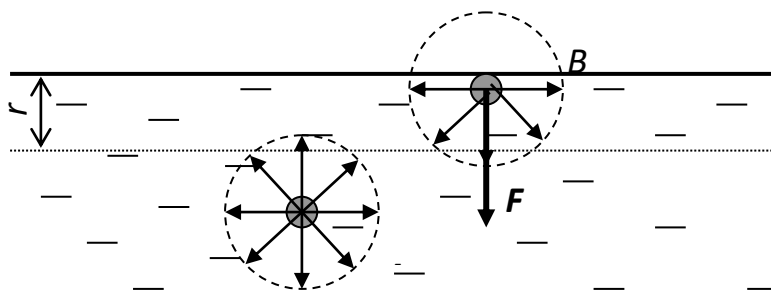


Рис. 3.8

Якщо ж молекула *B* розміщена *поблизу поверхні рідини* на відстані від неї $< r$, то вона має просторово неоднорідне оточення іншими молекулами, і сили, що діють на неї, не компенсуються. Рівнодіюча сил взаємодії $\vec{F}$ відмінна від нуля і спрямована всередину рідини. Наявність цієї сили обумовлює додаткову потенціальну енергію молекули біля поверхні, яка називається *поверхневою енергією*. Поверхнева енергія ΔE всіх молекул, розташованих поблизу поверхні, пропорційна їх кількості, а отже, пропорційна площі поверхні ΔS :

$$\Delta E = \sigma \Delta S, \quad (3.54.)$$

де σ – *густина поверхневої енергії*.

Оскільки будь-яка механічна система намагається досягти стану з мінімальною енергією, то й рідина за відсутності дії інших сил намагається прийняти форму тіла з мінімальною площею поверхні. Саме тому в невагомості крапля рідини завжди приймає форму кулі, адже куля серед усіх тіл того ж самого об'єму має найменшу поверхню.

Поверхневий шар рідини має механічні властивості, подібні до властивостей розтягнутої пружної плівки, на кожний елемент якої діє сила *поверхневого натягу*, дотична до поверхні рідини. Якщо розглянути елемент

поверхні рідини, обмежений певною граничною лінією, то на кожний відрізок цієї лінії довжиною Δl діє вздовж поверхні сила, перпендикулярна до цього відрізка, величиною

$$\Delta F = \sigma \Delta l, \quad (3.55.)$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу, значення якого співпадає з густиною поверхневої енергії в (3.53). Неважко переконатись, що розмірності σ в обох співвідношеннях однакові ($1 \text{ Дж/м}^2 = 1 \text{ Н/м}$). Для води $\sigma = 0,072 \text{ Н/м}$.

Наявність сили поверхневого натягу призводить до того, що у випадку викривленої поверхні рідини поверхневий шар створює додатковий тиск, спрямований в бік центру кривизни. Величина додаткового тиску

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}, \quad (3.56.)$$

де R – радіус кривизни поверхні.

Отже, якщо поверхня рідини є опуклою, то тиск всередині рідини збільшується на Δp , якщо ж вона є увігнутою, то тиск всередині рідини зменшується на цю величину.

4. Змочування та капілярні явища

Якщо на тверду поверхню нанести краплю рідини, то вона або розтечеться по поверхні, або збереться в краплю певної форми. Форма краплі визначається силами взаємодії молекул на 3-х границях розділу: «рідина – повітря», «рідина – тверде тіло» і «тверде тіло – повітря», а також силою тяжіння. Крапля приймає таку форму, яка відповідає рівновазі цих сил (і мінімуму загальної енергії).

Співвідношення сил взаємодії на вказаних границях можна визначити за допомогою *крайового кута* θ , який вимірюється між дотичними до поверхонь рідини і твердого тіла (Рис. 3.9).

Умовно вважається, що у випадку $\theta < 90^\circ$ (Рис. 3.9а) рідина змочує тверду поверхню, а у випадку $\theta > 90^\circ$ (Рис. 3.9б) – не змочує.

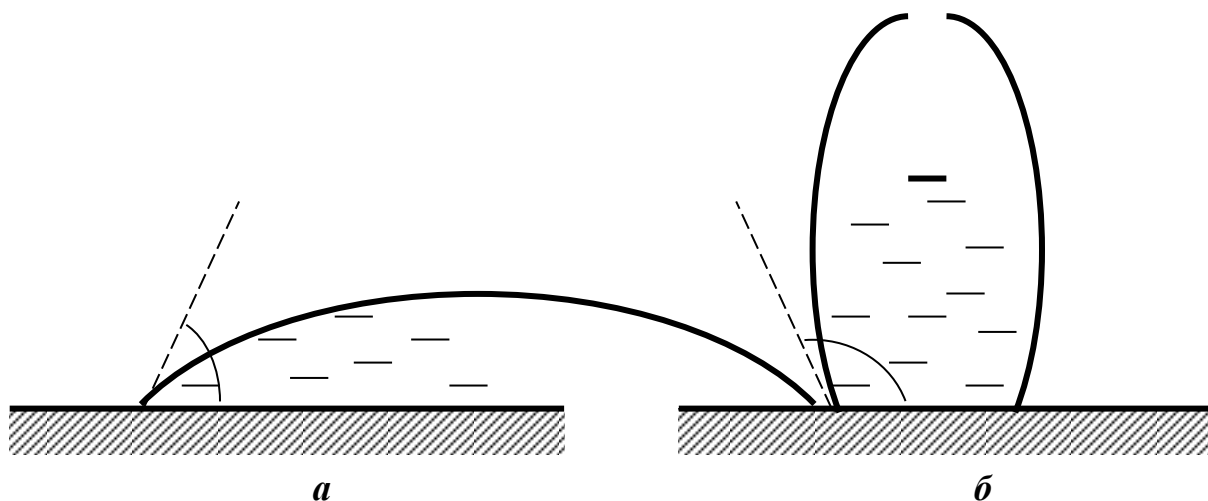


Рис. 3.9

Існують такі крайні випадки, коли рівновага сил не досягається при всіх можливих значеннях крайового кута:

- 1) *повне змочування* – рідина розтікається по твердій поверхні тонкою плівкою ($\theta = 0$). Прикладом є пари «вода – чисте скло», «бензин – метал»;
- 2) *повне незмочування* – рідина збирається в кульові краплі, кожна з яких має лише одну точку дотику до поверхні ($\theta = 180^\circ$). Приклади: «вода – парафін», «ртуть – скло».

Явище змочування має важливе значення для протікання деяких фізичних та хімічних процесів, у яких беруть участь одночасно рідкі й тверді речовини. Їх взаємодія відбувається найбільш ефективно при повному змочуванні рідиною твердої поверхні. І навпаки, за відсутності змочування процеси взаємодії рідких і твердих речовин малоефективні.

Для покращання змочування (зменшення крайового кута) необхідно зменшувати поверхневий натяг рідини. Цього досягають за допомогою *поверхнево-активних речовин*. Типовими прикладами таких речовин є різноманітні миючі засоби (мило, пральний порошок), за допомогою яких інтенсифікується процес прання тканин і відмивання забруднених твердих поверхонь.

Поверхнево-активні речовини застосовуються також під час гасіння пожеж, оскільки за їх допомогою підвищується ефективність дії води на горючі речовини. Крім того, на основі поверхнево-активних речовин створюються різноманітні піноутворювачі для генерації піни при гасінні пожеж.

Важливу роль у природі та техніці відіграють *капілярні явища*, зумовлені змочуванням рідиною внутрішніх поверхонь отворів та пористих речовин.

Капіляр – це тонка трубка, діаметр якої є досить малим для того, щоб явище змочування рідиною стінок трубки суттєво впливало на стан рідини всередині капіляра.

Розглянемо вертикальний капіляр радіуса r , частково занурений у рідину (Рис. 3.10).

Внаслідок змочування поверхня рідини всередині капіляра зазнає викривлення і приймає форму, яка має назву *меніска*. Меніск є ввігнутим, якщо рідина змочує капіляр ($\theta < 90^\circ$), і опуклим – якщо не змочує ($\theta > 90^\circ$). Викривлення поверхні рідини приводить до появи додаткового тиску (3.56), який примушує рідину всередині капіляра підійматись у випадку змочування (Рис. 10а) або опускатись у випадку незмочування (Рис. 10б) відносно поверхні зовнішньої рідини.

Висота стовпа рідини всередині капіляра h визначається рівновагою двох тисків, сили яких діють на цей стовп у протилежних напрямках, – гідростатичного тиску і додаткового тиску поверхневого натягу:

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{R}, \quad (3.57.)$$

де ρ – густина рідини, R – радіус кривизни меніска.

У випадку досить малого радіуса капіляра r меніск досить близький до сферичної поверхні. При цьому за допомогою простої геометричної побудови (Рис. 5а) можна знайти:

$$R = \frac{r}{\cos \theta}. \quad (3.58.)$$

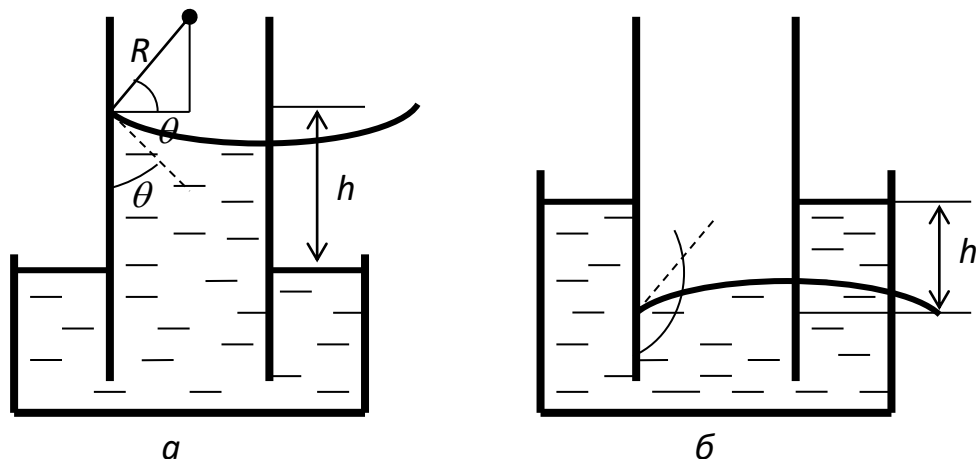


Рис.3.10

Після підстановки в (3.57) отримаємо:

$$\rho gh = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} . \quad (3.59.)$$

Звідси знайдемо висоту стовпа рідини в капілярі відносно поверхні зовнішньої рідини:

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho gr} . \quad (3.60.)$$

Як наслідок, з цього співвідношення маємо, що при $\theta < 90^\circ$ (змочування) висота стовпа $h > 0$, тобто рідина всередині капіляра піднімається вгору (Рис. 3.10а). При $\theta > 90^\circ$ (незмочування) – $h < 0$, тобто рідина в капілярі опускається (Рис. 3.10б).

У випадку досить тонких капілярів висота h може досягати значних величин. Наприклад, за формулою (3.60) можна розрахувати, що при повному змочуванні ($\theta = 0$) вода у капілярі діаметром 10 мкм підіймається на висоту $h \approx 3$ м. Оскільки у природних пористих речовинах капіляри можуть мати значно менші розміри, то і висота може досягати значно більших величин.

Капілярні явища відіграють величезну роль у природних явищах та мають різноманітні практичні застосування. Значною мірою за їх допомогою відбувається вологообмін у живих організмах, насичення рідинами пористих речовин тощо.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Параметри стану термодинамічної системи. Оборотні і необоротні процеси.
2. Ізопроекти та їх графіки.
3. Кількість речовини. Моль. Закон Авогадро. Стала Авогадро.
4. Закон Дальтона. Молярна маса і молярний об'єм. Нормальні умови.
5. Модель ідеального газу. Рівняння Клапейрона.
6. Рівняння стану ідеального газу (Менделєєва-Клапейрона).
7. Концентрація молекул газу. Стала Больцмана. Зв'язок тиску і концентрації молекул.
8. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії.
9. Середньо-квадратична швидкість. Середня кінетична енергія поступального руху молекули.
10. Розподіл молекул газу по швидкостях (розподіл Максвелла).

11. Найбільш імовірна, середня та середньо-квадратична швидкості. Середня кінетична енергія поступального руху молекули.
12. Розподіл молекул ідеального газу по висоті в полі сил тяжіння. Барометрична формула.
13. Розподіл часток по потенціальним енергіям (розподіл Больцмана).
14. Тепловий рух молекул газу. Середня довжина вільного пробігу.
15. Явища переносу в газі. Теплопровідність. Закон Фур'є. Коефіцієнт теплопровідності.
16. Явища переносу в газах. Дифузія. Закон Фіка. Коефіцієнт дифузії.
17. Внутрішнє тертя. Закон Ньютона. В'язкість.
18. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Ізотерми Ван-дер-Ваальса. Критична температура.
19. Рідини. Поверхнева енергія і поверхневий натяг.
20. Змочування. Крайовий кут. Капілярні явища.

РОЗДІЛ 4

ЕЛЕКТРИКИКА І МАГНЕТИЗМ

У даному розділі ми розглянемо питання що присвяченні вивченню електричних зарядів, їх взаємодія; силові лінії. Оскільки знання про процеси, що описують сили електричного поля та магнетизму є важливо професійними за спрямування, тому даному розділу присвячено особливу увагу. Тому в основі даного розділу: основні поняття електрики, діалектрики та провідники в електричному полі, постійний та перемінний струм, електричний стум в різних середовищах, електромагнітна індукція, електричне коливання, магнітне поле в речовинах, електромагнітне поле, хвилі.

§ 4.1.Напівпровідники

1. Енергетичні зони твердих тіл

Тверді тіла (кристали) утворені атомами, які з'єднані між собою хімічними зв'язками і розташовані з певною періодичністю у строгому геометричному порядку, що називається кристалічною решіткою. Хімічний зв'язок між атомами, а також більшість фізичних і хімічних властивостей твердого тіла (твердість, пружність, електропровідність тощо) зумовлені будовою і властивостями зовнішніх електронних оболонок атомів.

Для теоретичного аналізу властивостей твердого тіла необхідно визначити стани електронів усередині цього тіла. Такий аналіз здійснюється за допомогою рівняння Шредінгера, написаного для тих умов, у яких перебувають електрони зовнішніх оболонок (валентні). Рівняння Шредінгера визначає також і енергетичний спектр валентних електронів, тобто ті дозволені значення енергії (енергетичні рівні), яких можуть набувати ці електрони.

З попередніх лекцій відомо, що енергетичні рівні ізолюваного атома – це певний набір дискретних значень енергії, розділених відносно великими проміжками. Якщо взяти певну кількість однакових ізолюваних атомів, то в них електрони знаходяться у однакових квантових станах. Якщо при об'єднанні атомів у кристал електрони не змінять свого стану, то утвориться квантова система, де в однакових станах знаходиться велика кількість електронів, що є порушенням принципу Паулі. Насправді цього не відбувається, оскільки при об'єднанні атомів у кристал їх взаємодія

приводить до *розщеплення* енергетичних рівнів і утворення *енергетичних зон*.

На рис.4.1*в* представлена схема енергетичних рівнів ізольованих атомів (відстань між сусідніми атомами $r = \infty$). При їх зближенні (зменшенні відстані r) взаємодія атомів приводить до зміщення енергетичних рівнів кожного з атомів на різну величину. При цьому один і той самий енергетичний рівень, спільний для всіх атомів, розщеплюється на ряд близько розміщених рівнів, утворюючи енергетичну зону. Цей процес схематично показаний на рис. 4.1*б*.

Число енергетичних рівнів у кожній зоні дорівнює кількості N взаємодіючих атомів. Отже, кожна енергетична зона – це набір близько розміщених енергетичних рівнів окремих атомів, зміщених внаслідок їх взаємодії. При цьому суттєвого впливу зазнають лише енергетичні рівні зовнішніх (валентних) електронів. Що ж стосується внутрішніх електронів, то їх рівні або зовсім не розщеплюються, або розщеплюються слабо.

На рис. 4.1*а* представлена схема енергетичних зон твердого тіла, утвореного з атомів таким чином, що відстань між сусідніми атомами дорівнює r_0 . Дозволені енергетичні зони розділені забороненими зонами, всередині яких відсутні енергетичні рівні електронів.

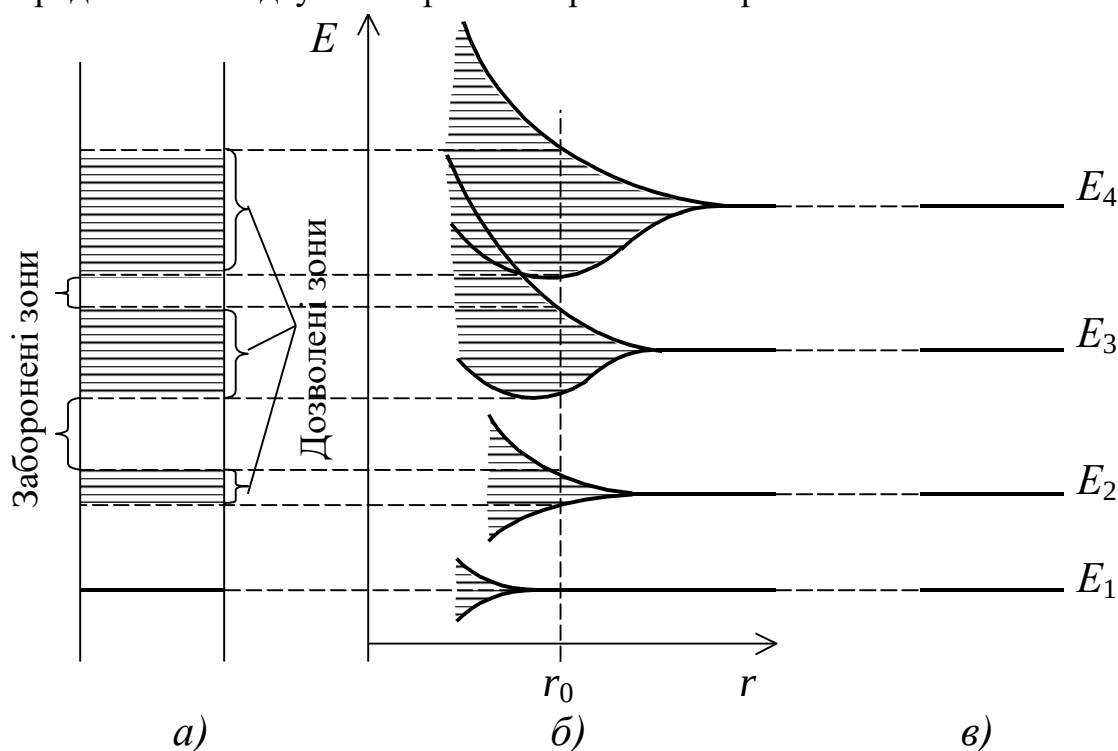


Рис.4.1.

Ширина дозволених зон зовнішніх (валентних) електронів у твердих тілах зазвичай складає величину порядку кількох електрон-вольт. Для

типових твердих тіл густина енергетичних рівнів всередині зони є такою, що відстань між сусідніми рівнями дорівнює приблизно $10^{-23} \div 10^{-22}$ еВ. Ця відстань є настільки малою, що нею в більшості випадків можна знехтувати і вважати, що енергетичний спектр електронів усередині зони є безперервним.

Ширина заборонених зон у різних твердих тілах є різною і може складати величину від сотих і тисячних часток електрон-вольта до кількох електрон-вольт.

2. Електропровідність твердих тіл

Як відомо, всі тверді тіла за електропровідністю поділяються на провідники, напівпровідники та діелектрики.

Квантова теорія твердого тіла дозволяє пояснити, що найбільш суттєве значення для пояснення цього явища має структура енергетичних зон різних типів твердих тіл.

З викладеного вище відомо, що носіями електричного струму в металах є електрони. Для створення струму необхідно надати деякій частині електронів спрямованого руху. Це може бути здійснено, наприклад, під дією електричного поля, яке надає електронам прискорення в певному напрямку. Але це призведе до надання цим електронам додаткової кінетичної енергії, тобто приведе до зростання їх повної енергії на певну величину. Електрон при цьому повинен перейти на більш високий енергетичний рівень. Це можна зробити лише в тому випадку, якщо існує вільний більш високий енергетичний стан, у який може перейти електрон. Якщо ж найближчі енергетичні стани зайняті іншими електронами або таких станів взагалі не існує (заборонена зона), то електрон не може отримати прискорення і набути спрямованого руху.

Отже, *електрони можуть бути носіями електричного струму лише за умови перебування цих електронів у енергетичній зоні, частина енергетичних рівнів якої є незаповненими.*

Енергетична зона, утворена енергетичними рівнями валентних електронів, називається *валентною зоною* твердого тіла. Наступна за нею по енергії, вільна від електронів енергетична зона називається *зоною провідності*. Взаємне розміщення цих двох зон, а також їх заповнення електронами і визначає електричні властивості твердого тіла, його здатність проводити електричний струм.

На рис. 4.2 схематично представлені типові випадки взаємного розміщення валентної зони і зони провідності для різних типів твердих тіл.

Найбільш сприятливі умови для руху електронів виникають у тому випадку, коли валентна зона заповнена електронами частково (рис. 4.2a). Це

спостерігається у двох випадках: 1) коли кристал побудований із атомів, які мають на останньому із зайнятих енергетичних рівнів лише один електрон; 2) коли має місце перекриття зайнятої і вільної енергетичних зон. Отже, частково заповнена валентна зона має вільні від електронів енергетичні рівні, які можуть бути використані для створення спрямованого руху електронів, тобто електричного струму. Валентна зона при цьому є одночасно і зоною провідності. Тверді тіла такого типу називаються *металами*.

Якщо валентна зона заповнена електронами повністю, то кристали такого типу називаються напівпровідниками або діелектриками (рис. 4.2 б,в). У цьому випадку для надання валентним електронам додаткової енергії їх необхідно перевести на більш високі вільні енергетичні рівні, тобто у зону провідності, яка відділена від валентної зони забороненою зоною. Отже, у випадку напівпровідників та діелектриків, на відміну від металів, для переходу електрона у вільний стан йому необхідно “перестрибнути” через заборонену зону. Енергія електрона при цьому повинна зрости щонайменше на величину ΔE , яка дорівнює ширині забороненої зони. Таке підвищення енергії є можливим за рахунок теплового руху електронів, але лише в тому випадку, коли температура твердого тіла є досить високою, а ширина забороненої зони – досить малою.

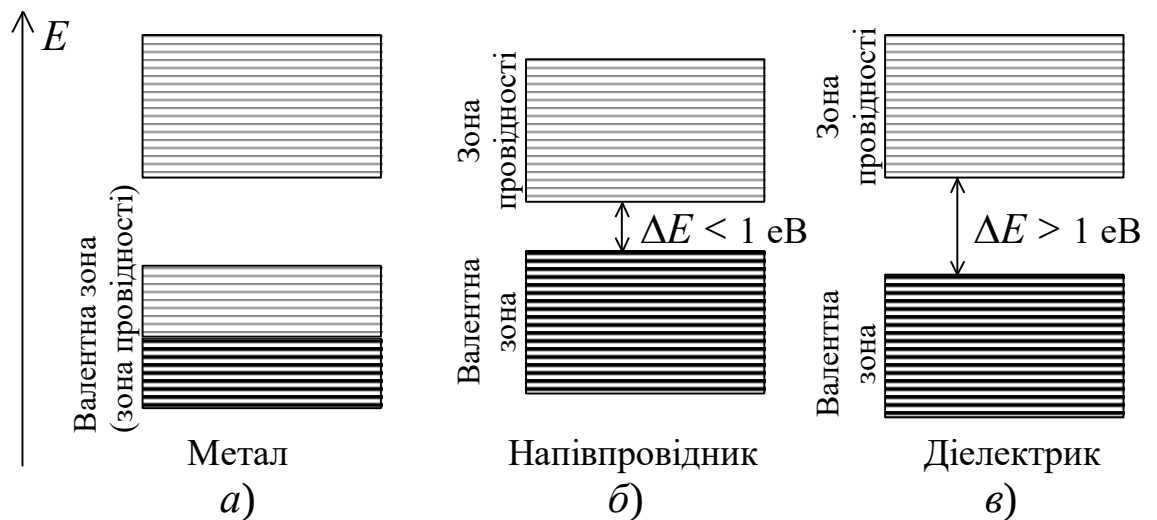


Рис.4.2.

Простий розрахунок показує, що при температурах порядку 300 – 500 К створення суттєвої кількості носіїв електричного струму можливе лише за умови, що ширина забороненої зони суттєво не перевищує 1 eV (рис. 4.2б). Кристали, енергетичні зони яких відповідають цій умові, називаються *власними напівпровідниками*. Оскільки кількість електронів, які за рахунок теплової енергії потрапили в зону провідності, є лише малою часткою від

загальної кількості валентних електронів, електропровідність напівпровідників на кілька порядків нижча, порівняно з металами.

В діелектриках ширина забороненої зони набагато перевищує 1 еВ (рис. 4.2в), а тому теплової енергії недостатньо для переведення електронів із валентної зони в зону провідності. Тверді тіла такого типу за нормальних умов не мають носіїв електричного струму і є ізоляторами, тобто їх електропровідність практично дорівнює нулю.

3. Напівпровідники

Власними напівпровідниками називаються хімічно чисті тверді тіла, у яких при температурі 0 К валентна зона повністю заповнена електронами, а ширина забороненої зони суттєво не перевищує 1 еВ (рис. 4.2б).

Існують також *домішкові напівпровідники* (див. нижче), електричні властивості яких визначаються невеликою кількістю домішок, які вводяться всередину напівпровідників штучним шляхом.

Спочатку розглянемо власні напівпровідники.

При абсолютному нулі всі рівні валентної зони напівпровідника є зайнятими, а у зоні провідності електрони відсутні. Тому при $T = 0$ К власний напівпровідник не має носіїв електричного струму і поводить себе як діелектрик.

При підвищенні температури частина електронів зі станів у валентній зоні переходить у стани зони провідності. Це приводить до двох наслідків: 1) у валентній зоні з'являються стани, вільні від електронів (*дірки*); 2) у зоні провідності з'являється певна кількість електронів (*електрони провідності*).

Очевидно, що кількість електронів провідності дорівнює кількості дірок, оскільки при створенні одного електрона провідності створюється одна дірка.

Типовими напівпровідниками є германій і кремній, які в періодичній таблиці елементів займають місця в IV групі, тобто мають по 4 валентних електрони в кожному атомі. При з'єднанні атомів у кристал валентні електрони утворюють ковалентні хімічні зв'язки кожного атома з чотирма сусідніми атомами.

Схематично таку кристалічну решітку можна зобразити у вигляді плоскої структури (насправді вона є об'ємною), зображеної на рис. 4.3.

Кожні два сусідні атоми (вірніше, позитивно заряджені залишки атомів, які разом з валентними електронами є електрично нейтральними) є зв'язаними один з одним ковалентними зв'язками, у створенні кожного з яких беруть участь два електрони (по одному від кожного атома).

Ковалентний зв'язок можна представити як спільну електронну орбіту, яка містить два електрони і охоплює відразу два атоми.

Атоми напівпровідника здійснюють тепловий рух – коливання навколо положень рівноваги, амплітуда яких залежить від температури T і зростає при її підвищенні. При досить високій температурі тепловий рух може розірвати ковалентний зв'язок і звільнити електрон. Цей електрон вже не є прив'язаним до атома і може вільно мандрувати в межах усього кристалу. Він перетворюється на електрон провідності, оскільки при накладанні електричного поля переносить заряд і створює електричний струм.

Той атом, від якого відірвався електрон, має надлишковий позитивний заряд, який раніше був скомпенсований валентним електроном. При відриві електрона утворюється некомпенсований позитивний заряд, який називається *діркою*. На місце дірки може перестрибнути валентний електрон від сусіднього атома, при цьому дірка перейде до цього атома (див. рис. 4.3). Отже, дірки, як і електрони провідності, також можуть мандрувати в межах усього кристалу. При цьому електрони переносять негативний заряд, а дірки – позитивний.

При відсутності електричного поля рух дірок і електронів є хаотичним, а тому електричний струм у кристалі відсутній. При появі електричного поля на хаотичний рух зарядів накладається спрямований рух: електронів провідності – проти поля, дірок – уздовж поля. Це призводить до появи електричного струму, який складається з двох частин – струму електронів і струму дірок.

Електропровідність такого типу називається *власною електропровідністю* напівпровідників. Вона завжди існує в напівпровідниках будь-якого типу, в тому числі й домішкових. Але при наявності домішок існує також набагато більша *домішкова електропровідність* напівпровідників, у порівнянні з якою власною електропровідністю зазвичай можна знехтувати.

Власні напівпровідники не мають великого практичного значення. Застосування напівпровідників у створенні різноманітних елементів електричних кіл пов'язане з використанням *домішкових напівпровідників*, які утворюються штучним шляхом при введенні до кристалічної решітки власного напівпровідника невеликої кількості атомів інших хімічних елементів. В якості домішок використовуються елементи, валентність яких на одиницю відрізняється від валентності атомів кристалічної основи (матриці). Якщо матрицю утворюють 4-валентні атоми (германій, кремній), то домішками можуть бути 3-валентні або 5-валентні хімічні елементи.

Введення домішок надзвичайно сильно впливає на електропровідність напівпровідників. Наприклад, при введенні до складу кремнію лише 1 атома бору на кожні 100 000 атомів кремнію його електропровідність при кімнатній температурі зростає приблизно в мільйон разів.

Поява додаткових носіїв струму при введенні домішок пов'язана з тим, що кількість валентних електронів атома домішки відрізняється від кількості валентних електронів атома матриці. У атома матриці всі валентні електрони задіяні у створенні ковалентних зв'язків і в основному стані є зв'язаними. При цьому електрони провідності і дірки в основному стані кристалу відсутні. Вони з'являються лише внаслідок розриву зв'язків тепловим рухом.

Атом домішки також є вбудованим у кристалічну решітку напівпровідника, але кількість ковалентних зв'язків цього атома відрізняється від кількості його валентних електронів. При цьому можуть бути реалізованими 2 випадки:

1) один валентний електрон є зайвим (5-валентна домішка) і не бере участі у ковалентному зв'язку, а тому він легко відривається від атома, перетворюючись на вільний електрон;

2) одного валентного електрона не вистачає (3-валентна домішка), і один ковалентний зв'язок домішки є недоукомплектованим, тобто містить дірку.

Перший випадок проілюстрований на рис. 4.3а. Цифри у позначеннях атомів визначають їх валентність. Зайвий електрон 5-валентної домішки прив'язаний до атома дуже слабо. Для відриву цього електрона необхідно витратити *енергію активації* ΔE_d , яка є набагато меншою, порівняно із шириною забороненої зони напівпровідника ΔE . Зазвичай для цього достатньо енергії теплового руху при кімнатній температурі.

Таким чином, домішки, валентність яких на 1 більша порівняно із валентністю атомів матриці, є джерелом вільних електронів, кількість яких дорівнює кількості атомів домішок. Такі домішки називаються *донорами*. При цьому в напівпровіднику виникає електронна домішкова провідність, або *провідність n-типу*. (від англійського слова *negative*).

Другий випадок проілюстрований на рис. 4в. Атом 3-валентної домішки має лише 3 електрони для утворення 4-х ковалентних зв'язків. Для одного із цих зв'язків електрона не вистачає, і на його місці утворюється дірка. Вона може бути заповнена електроном від сусіднього атома і таким чином починає мандрувати по кристалу.

Для переходу електрона від сусіднього атома до атома домішки при кімнатній температурі достатньо енергії теплового руху, оскільки енергія активації дірки ΔE_a є набагато меншою, порівняно із шириною забороненої зони напівпровідника ΔE .

Таким чином, домішки, валентність яких на 1 менша порівняно з валентністю атомів матриці, створюють дірки, кількість яких дорівнює кількості атомів домішок. Такі домішки називаються *акцепторами*.

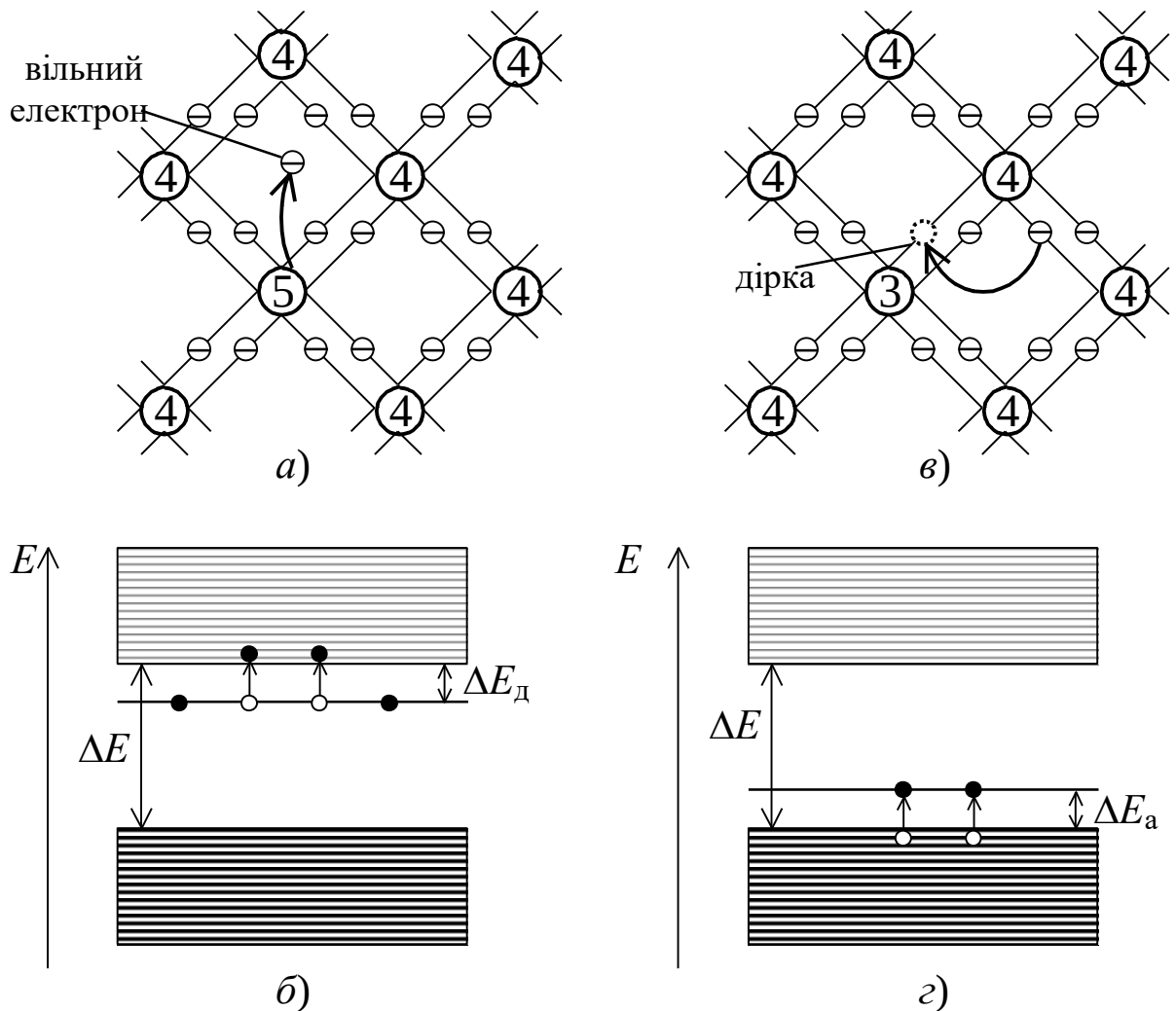


Рис.4.3

При цьому в напівпровіднику виникає діркова домішкова провідність, або *провідність p-типу* (від англійського слова *positive*).

Енергетичні діаграми названих процесів зображені у нижній частині рис. 4.3. Енергетичні рівні домішок розміщені у забороненій зоні основного напівпровідника. Рівні донорів розміщені поблизу дна зони провідності на відстані ΔE_d , а рівні акцепторів – поблизу вершини валентної зони на відстані ΔE_a . Стрілками показані ініційовані тепловим рухом переходи електронів на більш високі енергетичні рівні, внаслідок яких у донорних

напівпровідниках з'являються електрони провідності, а в акцепторних напівпровідниках – дірки.

Практичне застосування напівпровідників у техніці пов'язане, перш за все, із властивостями так званого “ p - n -переходу”. Так називається пристрій, який утворюється при контакті двох напівпровідників із різними типами провідності, тобто один напівпровідник p -типу і другий – n -типу. p - n -перехід має властивість односторонньої електропровідності, тобто електричний струм через нього може протікати лише в одному напрямку – від напівпровідника p -типу до напівпровідника n -типу. Це дозволяє використовувати p - n -переходи для створення *напівпровідникових діодів* – пристроїв для випрямлення змінного струму. Приклад увімкнення діода в електричну схему однопівперіодного випрямляча струму представлений на рис. 4.4 Якщо до клем випрямляча прикласти змінну напругу (графік зліва), то через навантаження (опір R) струм протікатиме лише в одному напрямі, вказаному стрілкою, протягом тієї половини періоду коливань, коли полярність напруги відповідає даному напрямку струму (графік справа).

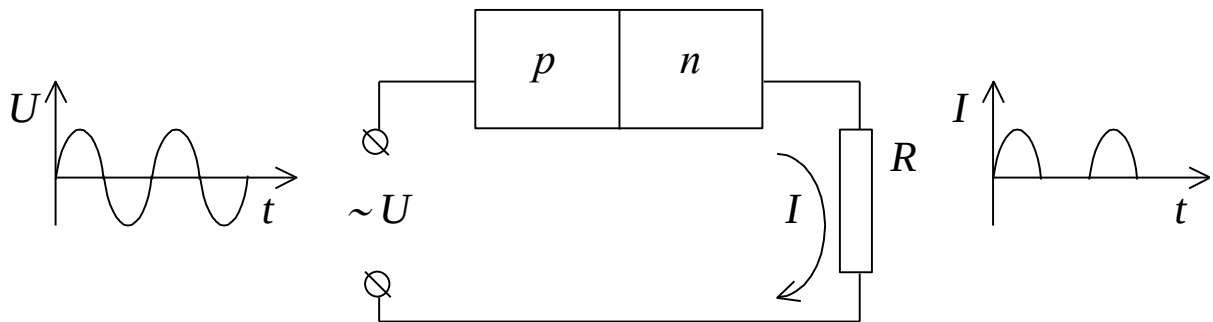


Рис.4.4

Більш складним пристроєм є *транзистор*, який утворюється при послідовному розміщенні двох p - n – переходів (структура типу p - n - p або n - p - n) (схематично транзистор типу p - n - p представлений на рис. 4.5). Транзистор здатний підсилювати змінний електричний струм, завдяки чому на основі транзисторів створено безліч різноманітних електричних схем для генерації і перетворення електричних сигналів різного призначення.

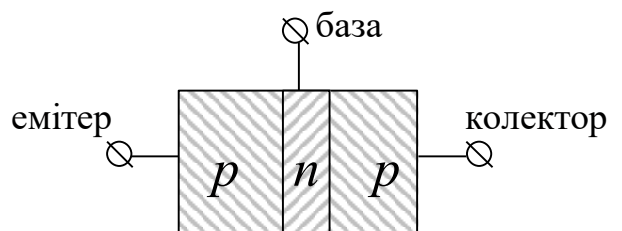


Рис. 4.5

Напівпровідникові електронні схеми почали широко впроваджуватися для технічних потреб у 50-ті роки ХХ сторіччя. Із часом завдяки науково-технічному прогресу виявилася тенденція до їх мініатюризації. Розміри напівпровідникових діодів, транзисторів, інших елементів схем вдалося

зменшити спочатку до кількох міліметрів, потім – десятих і сотих часток міліметра. Це дало поштовх до розвитку *мікроелектроніки*, яка спеціалізується на розробці електронних схем із широким спектром функціональних можливостей, які водночас мають дуже малі геометричні розміри. На даний час створюються мікроелектронні схеми, розміри елементів яких у багатьох випадках не перевищують 1 мкм. Це значить, що на поверхні одного кристалу площею порядку 1 см^2 можна розмістити надзвичайно складну схему (так званий *мікрочіп*), що містить кілька мільйонів елементів (транзисторів, діодів, резисторів, конденсаторів тощо). Найбільш значним наслідком бурхливого розвитку мікроелектроніки є створення і подальше вдосконалення сучасної комп'ютерної техніки, основою елементної бази якої є напівпровідникові мікрочіпи.

§ 4.2. Електричне поле в речовині

1. Провідники та діелектрики

Розглянемо електричні властивості *твердих тіл*. Всі тіла складаються з атомів, які, в свою чергу, мають у своєму складі електрично заряджені частки – електрони та протони. В цілому, кожне тіло в нормальному стані електрично нейтральне, оскільки сума негативних зарядів дорівнює сумі позитивних. Ця рівновага порушується при заряджанні тіла.

Заряди всередині тіла поділяються на *вільні і зв'язані*. *Вільні заряди* можуть пересуватись вздовж тіла, *зв'язані* – фіксовані в певній ділянці простору.

В залежності від концентрації вільних зарядів тверді тіла поділяються на *провідники, діелектрики та напівпровідники*.

Провідники – це матеріали з високою концентрацією вільних зарядів.

Діелектрики – це матеріали, в яких вільні заряди практично відсутні.

Напівпровідники – займають проміжне положення між провідниками та діелектриками.

Слід сказати, що існує не лише кількісна, але й принципова різниця між провідниками та напівпровідниками, яка буде розглянута у відповідному розділі даного курсу фізики.

Типовими прикладами провідників є метали; діелектриків – скло, пластмаси; напівпровідників – кремній, германій.

2. Поляризація діелектриків

Розглянемо більш детально *електричне поле в діелектриках*. Діелектрики складаються з молекул, і кожна молекула має в своєму складі рівні за величиною позитивний та негативний заряди. В цілому, молекула електрично нейтральна. Але якщо її позитивний та негативний заряди просторово зміщені один відносно одного, то молекула утворює *електричний диполь* (Рис. 4.6).

Електричний диполь – це два точкові заряди, однакові за величиною та протилежні за знаком, розміщені на певній відстані, яка називається *плечем диполя*.



Рис. 4.6

Електричний диполь створює в навколишньому просторі електричне поле складної конфігурації, яке, згідно з принципом суперпозиції, є взаємонакладенням електричних полів позитивного та негативного зарядів.

Електричні властивості диполя визначаються його *дипольним моментом*:

$$\vec{p} = |Q| \cdot \vec{l}, \quad (4.1)$$

де Q – величина заряду (позитивного або негативного), $\vec{l}$ – плече диполя (вектор, проведений від негативного до позитивного заряду).

Якщо заряди, що утворюють диполь, не можна вважати точковими, ефективний дипольний момент визначається інтегруванням з врахуванням просторового розподілу заряду даного диполя. Це стосується також і молекул.

Електричні поля молекулярних диполів у речовині взаємно накладаються і утворюють загальне електричне поле, властивості якого залежать від величини, концентрації та взаємної орієнтації дипольних моментів.

Векторна сума дипольних моментів молекул одиниці об'єму діелектрика називається його поляризованістю:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{(i)} \vec{p}_i}{V}. \quad (4.2)$$

Зовнішнє електричне поле впливає на величину та орієнтацію дипольних моментів молекул. Внаслідок цього поляризованість *лінійно* залежить від напруженості зовнішнього електричного поля $\vec{E}_0$:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}_0, \quad (4.3)$$

де χ – діелектрична сприйнятливість речовини (безрозмірна величина). Це параметр діелектрика, який визначає його здатність поляризуватись у зовнішньому електричному полі.

Поляризовані молекули всередині діелектрика створюють власне поле, яке накладається на зовнішнє поле і спрямоване протилежно. За рахунок цього сумарне поле всередині діелектрика $\vec{E}$ менше порівняно з зовнішнім полем $\vec{E}_0$:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}, \quad (4.4.)$$

де ε – діелектрична проникність речовини (безрозмірна величина), яка показує, у скільки разів зовнішнє електричне поле ослаблене всередині діелектрика. Можна теоретично довести, що

$$\varepsilon = 1 + \chi, \quad (4.5.)$$

при цьому $\chi \geq 0$, $\varepsilon \geq 1$.

Зв'язані заряди діелектрика можуть досить сильно впливати на розподіл силових ліній поля у просторі. Густина силових ліній залежить від діелектричної проникності діелектрика, тому всередині діелектрика вона менша, порівняно з вакуумом. Частина зовнішніх силових ліній закінчуються на границі діелектрика, не проникаючи всередину. Тому в деяких випадках електричне поле в діелектрику і суміжних ділянках простору зручніше описувати за допомогою вектора *електричного зміщення*, який визначається за допомогою такого співвідношення:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 + \vec{P} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}_0 \quad (4.6.)$$

Одиниця електричного зміщення в системі СІ – кулон на метр квадратний (Кл/м²).

Поле вектора електричного зміщення, як і поле вектора напруженості, графічно зображується за допомогою відповідних ліній – *ліній електричного зміщення*. Їх особливістю полягає у тому, що, на відміну від силових ліній, вони проходять через границю діелектрика, не перериваючись. Лінії зміщення закінчуються лише на *вільних* зарядах, тоді як силові лінії – як на вільних, так і на зв'язаних. Отже, за допомогою вектора $\vec{D}$ описується *електростатичне поле, створене вільними зарядами*.

Відповідно, і теорема Гаус для діелектриків формулюється таким чином:

потік вектора електричного зміщення в діелектрику через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі вільних електричних зарядів всередині цієї поверхні:

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{s} = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (4.7.)$$

Таке формулювання теореми Гауса є більш загальним, оскільки може застосовуватись до будь-якого середовища, включаючи і вакуум (вакуум можна розглядати як діелектрик з діелектричною проникністю $\varepsilon = 1$).

3. Провідники в електричному полі

На відміну від *діелектрика*, який має в своєму складі лише *зв'язані* заряди, у *провіднику*, крім зв'язаних зарядів, існує також висока концентрація *вільних* зарядів, які можуть рухатись у межах всього об'єму провідника.

Якщо помістити провідник у зовнішнє електричне поле, вільні заряди під дією цього поля починають рухатись і розташовуються таким чином, що електростатичне поле всередині провідника стає рівним нулю. Цей рівноважний розподіл зарядів встановлюється протягом долей секунди після появи зовнішнього поля, і після цього рух зарядів припиняється. Заряди розподіляються на зовнішній поверхні провідника таким чином, що зовнішнє поле всередині провідника компенсується полем вільних зарядів. Ззовні провідника взаємонакладення зовнішнього поля і поля вільних зарядів приводить до того, що силові лінії загального поля викривлюються і перериваються, закінчуючись на цих зарядах (Рис.4.7).

До висновку про відсутність поля всередині провідника можна дійти на основі таких міркувань. Якби поле всередині провідника збереглося, тобто $\vec{E} \neq 0$, то в ньому під дією цього поля продовжувався б впорядкований рух зарядів в одному напрямі. Тобто над зарядами виконувалася б робота без затрат енергії, але це входить у протиріччя з законом збереження енергії. Отже, скрізь всередині провідника $E = 0$.

Якщо провіднику надати деякий заряд, то некомпенсовані заряди розміщуються лише *на поверхні* провідника. Про це можна зробити висновок на основі теореми Гауса, адже вектор $\vec{D}$, як і вектор $\vec{E}$, скрізь всередині провідника дорівнює нулю. Тому і потік вектора зміщення через будь-яку замкнену поверхню всередині провідника дорівнює нулю. А це говорить про те, що некомпенсовані вільні заряди всередині провідника відсутні.

Електростатичне поле відсутнє також і у вільному просторі, оточеному з усіх боків провідником. Саме цей принцип покладений в основу

електростатичного захисту обмежених об'ємів простору, коли певний об'єм оточується провідником у вигляді тонкого листа або сітки з метою його ізолювання від зовнішніх електростатичних полів.

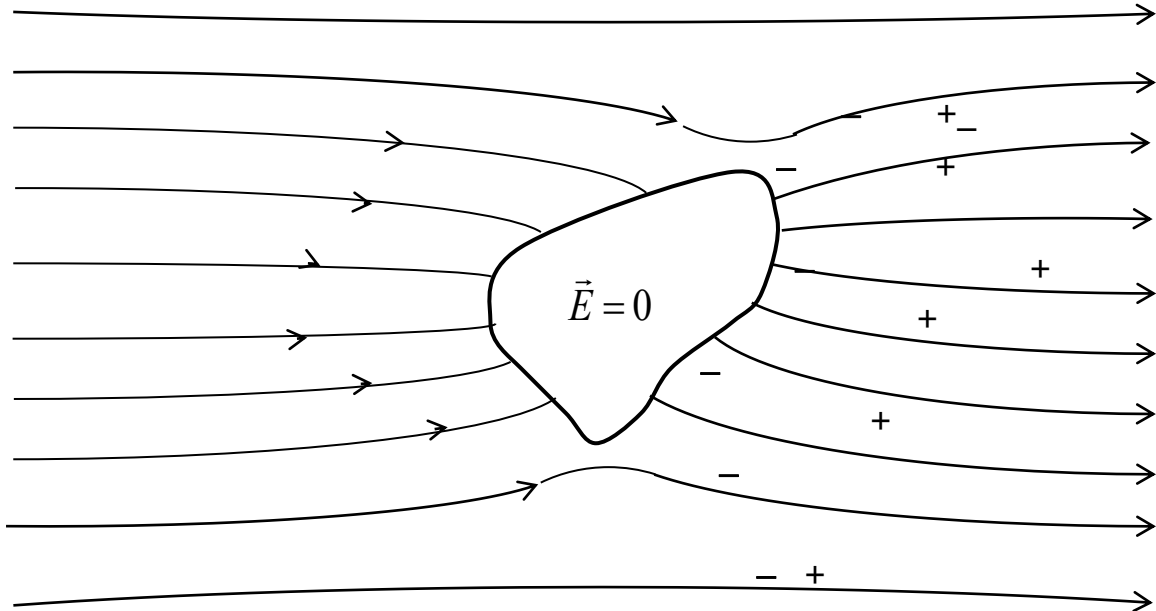


Рис. 4.7

Враховуючи зв'язок напруженості поля з його потенціалом, відсутність поля всередині провідника означає, що в усіх точках всередині провідника потенціал має одне й те саме значення. Отже, *поверхня провідника в електростатичному полі еквіпотенціальна*.

4. Електрична ємність провідників. Конденсатори

Розглянемо здатність провідника накопичувати електричний заряд. Нехай деякому провіднику, віддаленому від інших тіл, передано певний

заряд Q . На основі співвідношення $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r}$ можна довести, що потенціал провідника буде змінюватись пропорційно його заряду:

$$Q = C\varphi, \quad (4.8.)$$

Коефіцієнт пропорційності C залежить від форми та розмірів провідника і називається *електроємністю* провідника:

$$C = \frac{Q}{\varphi}. \quad (4.9.)$$

Електроємність залежить від розмірів та форми провідника і характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд.

Одиницею електроємності в системі СІ є *фарад* (Ф).

Для кулі радіуса R , що знаходиться в деякому середовищі з діелектричною проникністю ε :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{Q}{R} \quad (4.10.)$$

Звідси

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \quad (4.11.)$$

Наприклад, якщо візьмемо $R = 6400$ км (радіус Землі), отримаємо електроємність $C \approx 0,7$ мФ. Для $C = 1$ Ф необхідно мати кулю з $R = 9 \cdot 10^6$ км, що в 1400 разів більше радіуса Землі. Таким чином, фарад – це дуже велика електроємність, а тому на практиці користуються дільними одиницями (мкФ, нФ, пФ). Разом з тим, наведений приклад свідчить про те, що ізолюваний провідник є малоефективним пристроєм для накопичення заряду, оскільки для отримання великої електроємності необхідно застосовувати провідники надто великих розмірів.

Слід звернути увагу на те, що, оскільки заряд завжди розміщується на зовнішній поверхні провідника, то не має значення, суцільною є куля, чи вона має всередині порожнину. Таким чином, формули (4.10 – 4.11) справедливі також і для сферичної зарядженої поверхні.

Досить велику електроємність при значно менших розмірах дозволяють отримати пристрої, які називаються *конденсаторами*.

Конденсатор складається з двох провідників, розділених шаром діелектрика з діелектричною проникністю ε . Провідники називаються *обкладками* конденсатора. Вони заряджаються до однакових зарядів величиною Q , але протилежних знаків. Існують різні конструкції конденсаторів, які відрізняються формою обкладок і називаються *плоскими, циліндричними, сферичними*.

Розглянемо найбільш простий за конструкцією *плоский конденсатор* (Рис. 4.8).

Ємністю конденсатора називається величина

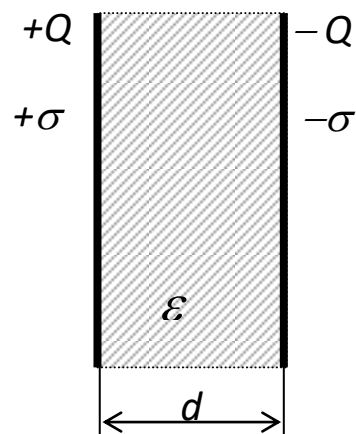


Рис. 4.8.

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{\Delta\varphi}, \quad (4.12.)$$

де φ_1, φ_2 – потенціали обкладок.

Для паралельних площин з врахуванням діелектрика

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad (4.13.)$$

де d – відстань між обкладками, σ – поверхнева густина заряду на обкладках:

$$\sigma = \frac{Q}{S}, \quad (4.14.)$$

де S – площа обкладки. Тоді з останніх трьох формул отримаємо для плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (4.15.)$$

Ця формула може бути застосована і до конденсаторів інших конструкцій (циліндричних, сферичних та ін.) в тому випадку, коли відстань між обкладками d набагато менша, порівняно з іншими розмірами конденсатора. В інших випадках до кожної конструкції конденсатора застосовуються формули, що відповідають конкретній геометрії обкладок.

В електричних схемах конденсатор має таке умовне позначення:

При з'єднанні кількох конденсаторів отримують *батарею конденсаторів*. Основними схемами з'єднання є такі:

1) паралельне з'єднання. Загальна ємність батареї при цьому розраховується за формулою:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (4.16.)$$

2) послідовне з'єднання. Загальна ємність батареї C визначається з співвідношення:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (4.17.)$$

Наприклад, для послідовного з'єднання двох конденсаторів з формули (4.10) можна отримати:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (4.18.)$$

У випадку більш складних з'єднань їх розраховують як комбінацію послідовного і паралельного.

5. Енергія електричного поля

Можна теоретично довести, що енергія зарядженого конденсатора обчислюється за формулою:

$$W = \frac{C \cdot (\Delta\varphi)^2}{2}, \quad (4.19.)$$

або за еквівалентними формулами:

$$W = \frac{Q \cdot \Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}. \quad (4.20.)$$

Оскільки:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

$$\Delta\varphi = E d,$$

то

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot S d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot V, \quad (4.21.)$$

де $V = S d$ – об'єм конденсатора.

Звідси *об'ємна густина енергії електростатичного поля* (енергія одиниці об'єму поля):

$$w_{el} = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{E D}{2}. \quad (4.22.)$$

§4.3 Електростатика

1. Взаємодія електричних зарядів

Явища електризації деяких тіл під час тертя (янтар – шерсть, скло – шкіра та ін.) були відомі ще у давні часи. Були відомі також і електричні явища в атмосфері під час грози. Дослідження, виконані в XVII – XVIII століттях, виявили, що існує 2 типи електричних зарядів, які умовно назвали «позитивним» і «негативним». При цьому було встановлено, що однойменні заряди взаємно відштовхуються, а різнойменні – притягуються. Сила взаємодії залежить від величини зарядів. Одиницею вимірювання заряду в системі СІ є *кулон* (Кл).

Заряд може переходити від одного тіла до іншого. Тіло, яке має однакову кількість позитивного і негативного заряду, є електрично нейтральним. Величина заряду кожного тіла визначається алгебраїчною сумою всіх електричних зарядів, що входять до складу цього тіла.

Дослідним шляхом встановлено один з фундаментальних законів природи – закон збереження електричного заряду:

алгебраїчна сума електричних зарядів замкненої системи залишається незмінною, які б процеси не відбувались всередині цієї системи.

Однією з фізичних моделей є *точковий електричний заряд*, тобто заряд, розміщений на тілі, розмірами якого можна знехтувати в даній задачі. Закон взаємодії нерухомих точкових зарядів був встановлений в 1785 р. Ш. Кулоном.

Розглянемо взаємодію двох точкових зарядів Q_1 і Q_2 . При цьому на заряд Q_1 з боку заряду Q_2 діє сила F_1 , а на заряд Q_2 з боку заряду Q_1 діє сила F_2 . Напрямок дії сил F_1 і F_2 залежить від знаку зарядів, при цьому однойменні заряди відштовхуються, а різнойменні – притягуються. У відповідності до III закону Ньютона, ці сили рівні за модулем і протилежні за напрямком:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

Модуль кожної з цих сил позначимо через F .

Закон Кулона:

сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів пропорційна добутку величин зарядів, обернено пропорційна квадрату відстані між ними і діелектричній проникності речовини і спрямована вздовж прямої, що з'єднує ці заряди:

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2}. \quad (4.23.)$$

Діелектрична проникність речовини ε для вакууму $\varepsilon = 1$, а для речовини $\varepsilon > 1$. Вона показує, у скільки разів речовина ослаблює силу взаємодії зарядів.

В системі СІ коефіцієнт k в законі Кулона визначається співвідношенням:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{H \cdot m^2}{Kl^2}, \quad (4.24.)$$

де $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – електрична константа.

Заряд величиною 1 Кл – це дуже великий заряд. Наприклад, при взаємодії двох зарядів по 1 Кл кожний на відстані $r = 1$ м на кожний з них діє сила $F = k = 9 \cdot 10^9$ Н.

Однією з фундаментальних фізичних констант є *елементарний заряд* (електричний заряд електрона, протона та деяких інших елементарних частинок). Величина елементарного заряду:

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.} \quad (4.25.)$$

2. Електростатичне поле. Напруженість електростатичного поля

Взаємодія заряджених тіл на відстані свідчить про те, що кожне заряджене тіло створює в навколишньому просторі *силове поле*. Поле нерухомого електричного заряду або системи зарядів називається *електростатичним*.

Розглянемо електростатичне поле, створене нерухомим зарядом Q . Якщо в це поле внести інший заряд Q_0 , то на нього, згідно з (4.25), буде діяти сила

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{QQ_0}{r^2},$$

яка є пропорційною заряду Q_0 (Рис. 4.9).

Відношення F/Q_0 не залежить від Q_0 і характеризує електричне поле в тій точці, де знаходиться заряд Q_0 . Ця величина називається *напруженістю електричного поля*:

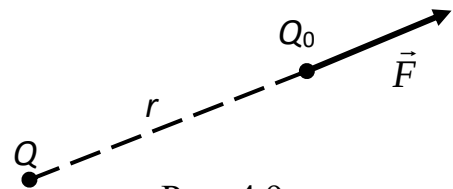


Рис. 4.9

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}. \quad (4.26.)$$

Напруженістю електричного поля в даній точці простору називається векторна величина, яка дорівнює силі, що діє на нерухомий одиничний позитивний заряд, поміщений в дану точку простору.

Напруженість поля точкового заряду Q у вакуумі:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}. \quad (4.27.)$$

Згідно з визначенням, напрямок вектора $\vec{E}$ співпадає з напрямком сили, що діє на *позитивний* заряд, поміщений в дану точку поля.

Графічно електростатичне поле зображують за допомогою *ліній напруженості (силових ліній)*, тобто таких ліній, дотична до кожної з яких у кожній точці поля співпадає з напрямком вектора $\vec{E}$, а густина ліній пропорційна модулю цього вектора (Рис. 4.10).

Однорідним називається електричне поле, для якого у кожній точці простору вектор напруженості є сталим за величиною і напрямком.

Силові лінії однорідного поля взаємно паралельні та мають однакову густину в усіх точках простору (Рис. 4.11).

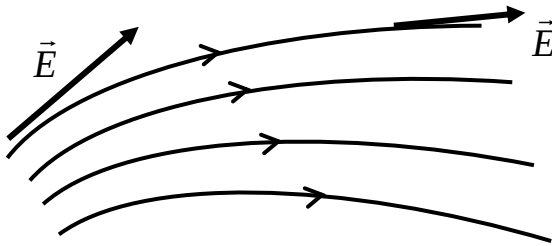


Рис. 4.10

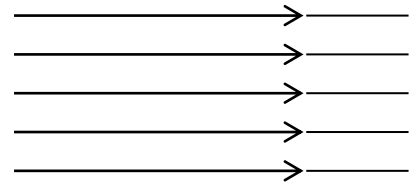


Рис. 4.11

Для ізолюваних точкових зарядів силові лінії спрямовані радіально відносно цих зарядів (Рис. 4.12). Напрямок силових ліній залежить від знаку заряду, який створив електричне поле.

Якщо уявити собі абсолютно ізолюваний заряд, то силові лінії створеного ним електричного поля повинні починатись на цьому заряді і розповсюджуватись у нескінченність. Але абсолютно ізолюваних зарядів не може бути, оскільки простір Всесвіту в тій чи іншій мірі заповнений речовиною, яка є в середньому

електрично нейтральною, але містить просторово розділені електрично заряджені частки, позитивні і негативні. Взагалі, існування електростатичних полів можливе лише завдяки тому, що існують просторово розділені

позитивні і негативні заряди. Тому кожна силова лінія електричного поля починається на позитивному і закінчується на негативному заряді.

Силові лінії електричного поля мають початок і кінець: вони починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах.

Розглянемо систему нерухомих зарядів $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$.

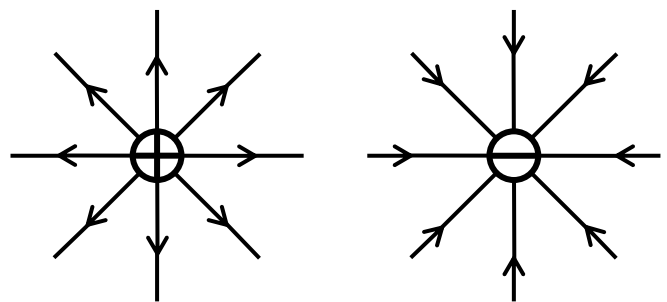


Рис. 4.12

Кожен з них створює навколо себе електричне поле, і ці поля взаємно накладаються у просторі. Якщо розглянути певну точку простору і помістити у неї пробний заряд Q_0 , то на нього будуть діяти електростатичні сили з боку кожного із зарядів системи, величина яких визначається законом Кулона (4.25).

Застосуємо розглянутий у розділі «Механіка» *принцип незалежності дії сил*. Згідно з цим принципом, дія кожної сили на пробний заряд є незалежною від дії інших сил. Рівнодіюча всіх сил, що діють на пробний заряд:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

де F_i – сила, що діє на пробний заряд з боку i -го заряду.

Оскільки за визначенням (4)

$$\begin{aligned}\vec{F} &= Q_0 \vec{E}, \\ \vec{F}_i &= Q_0 \vec{E}_i,\end{aligned}$$

то

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (4.28.)$$

Ця формула визначає *принцип суперпозиції* (накладення) електростатичних полів:

напруженість поля, створеного системою електричних зарядів, дорівнює векторній сумі напруженостей, створених в даній точці кожним окремим зарядом.

Як було зазначено вище, густина ліній напруженості пропорційна модулю вектора $\vec{E}$. Якщо певний замкнений контур площею ds розмістити у електричному полі, то його перетне та чи інша кількість силових ліній, в залежності від площі контуру, густини ліній і кута повороту контуру відносно силових ліній

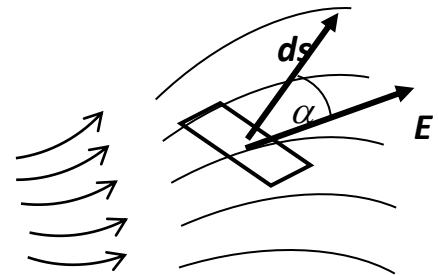


Рис. 4.13

(Рис. 4.13). Величина, пропорційна кількості силових ліній, що перетинають певний контур у просторі, називається

поток вектора напруженості через цей контур і визначається співвідношенням:

$$d\Phi_E = E \cdot ds \cdot \cos\alpha = \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad (4.29.)$$

де α – кут між векторами $\vec{E}$ і $d\vec{s}$ (вектор $d\vec{s}$ чисельно дорівнює площі контуру і спрямований перпендикулярно до нього). Слід врахувати, що це співвідношення справедливе в тому випадку, коли контур за розмірами є досить малим для того, щоб електричне поле в межах цього контуру вважати однорідним.

Потоком вектора напруженості електричного поля через малий замкнений контур називається скалярний добуток напруженості поля на вектор, що чисельно дорівнює площі контуру і спрямований перпендикулярно до нього.

Потік вектора напруженості – це алгебраїчна величина, знак якої визначається знаком величини $\cos\alpha$. При цьому знак буде залежати від того, який з двох напрямків перпендикуляра до контуру обраний за напрямок вектора $d\vec{s}$. Якщо контур обмежує частину замкненої поверхні, то обирається напрямок *назовні* по відношенню до об'єму всередині замкненої поверхні.

Якщо необхідно знайти потік через деяку довільну поверхню S , яку не можна вважати малою, треба обчислити інтеграл:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{s} \quad (4.30.)$$

Знайдемо потік вектора напруженості електричного поля у вакуумі через сферичну поверхню радіуса r , що оточує точковий заряд Q (Рис. 4.14). Напруженість поля у всіх точках сфери, згідно з (4.28.):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Вектор $\vec{E}$ в усіх точках перпендикулярний до поверхні сфери, тобто при обчисленні потоку вектора напруженості за формулою (4.30) $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$.

Площа поверхні $S = 4\pi r^2$.
Застосовуючи формулу (4.29.),
знайдемо повний потік вектора $\vec{E}$ через сферу:

$$\Phi_E = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

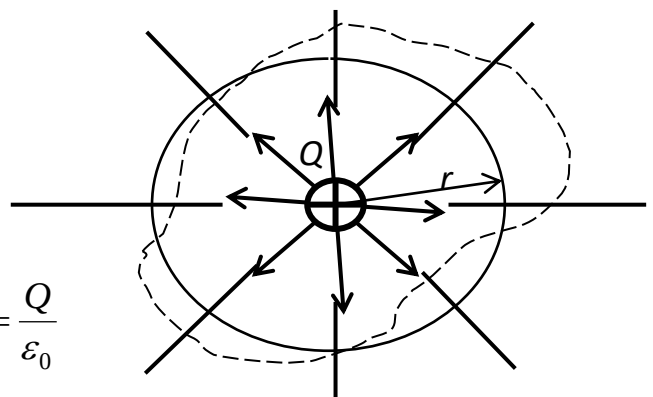


Рис. 4.14

Такий саме результат ми отримаємо і для замкненої поверхні довільної форми, яка оточує заряд Q

(пунктир), оскільки загальна кількість силових ліній, які перетинають поверхню, не зміниться (Рис. 4.14).

У випадку не одного, а кількох зарядів всередині замкненої поверхні їх потоки будуть складатись. Отже:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^n Q_i \quad (4.31.)$$

Теорема Гауса:

потік вектора напруженості електростатичного поля у вакуумі через довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що знаходяться всередині цієї поверхні, поділений на ϵ_0 .

Застосування теореми Гауса дозволяє досить просто розраховувати електростатичні поля деяких симетричних тіл. В результаті можна отримати наведені нижче співвідношення.

1. Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини з поверхневою густиною заряду σ (Рис. 4.15):

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (4.32.)$$

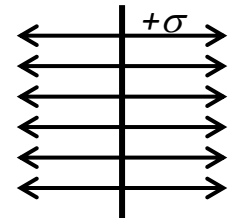


Рис. 4.15

З цього виразу можна зробити висновок, що поле однорідне і не залежить від відстані. Силові лінії спрямовані перпендикулярно до площини, а їх напрямок залежить від знаку заряду.

2. Поле двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин з поверхневою густиною заряду σ (Рис. 4.16):

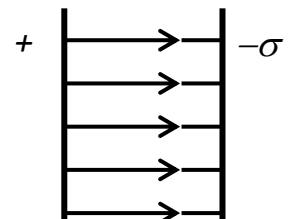


Рис. 4.16

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (4.33.)$$

Поле однорідне і зосереджене між площинами. Ззовні напруженість поля дорівнює нулю.

3. Поле об'ємно зарядженої кулі (заряд рівномірно розподілений по об'єму кулі):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^3} \cdot r, \quad (r \leq R), \quad (4.34.)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}, \quad (r \geq R), \quad (4.35.)$$

де Q – заряд кулі, R – радіус кулі, r – відстань точки від центру кулі. На Рис. 4.17 зображений графік залежності модуля напруженості поля від відстані r . Отже, для всього простору за межами кулі, починаючи від її поверхні, поле в цьому випадку нічим не відрізняється від поля точкового заряду, що містить у собі весь заряд кулі і знаходиться в її центрі.

3. Поле рівномірно зарядженого нескінченного циліндра з лінійною густиною заряду (заряд одиниці довжини) τ (Рис. 4.18):

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}, \quad (4.36.)$$

де r – відстань точки від центру циліндра (більша, ніж радіус циліндра). Таке саме поле буде і в проміжку між двома коаксіальними циліндрами, що мають однакову за величиною і протилежну за знаком лінійну густину заряду τ (циліндричний конденсатор).

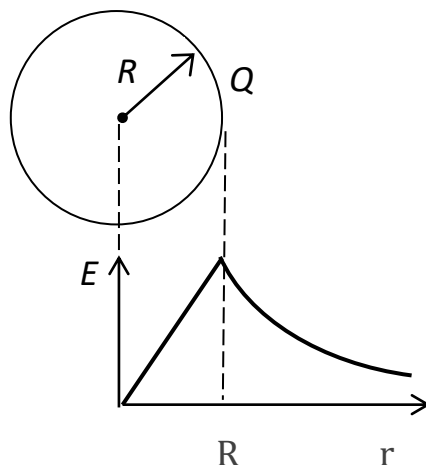


Рис. 4.17

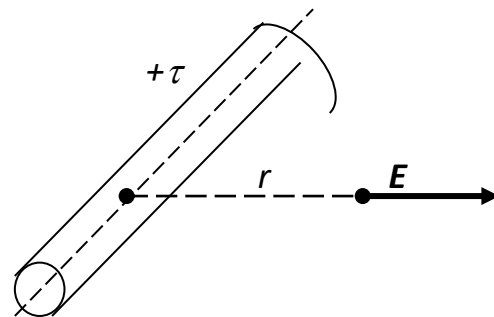


Рис. 4.18

3. Робота сили електростатичного поля. Потенціал

Оскільки на заряд в електростатичному полі діє сила, то при переміщенні заряду на відстань dl виконується елементарна робота:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cdot \cos \alpha, \quad (4.37.)$$

де α – кут між напрямками елементарного переміщення $d\vec{l}$ і сили $\vec{F}$.

Неважко довести, що електростатичне поле є *потенціальним*, а електростатичні сили – *консервативними*. Це значить, що робота цих сил не залежить від *форми* траєкторії руху тіла, а лише від координат початкової і кінцевої точок:

$$A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2, \quad (4.38.)$$

де Π_1 і Π_2 – потенціальні енергії заряду, що рухається, в початковій і кінцевій точках траєкторії.

Потенціальна енергія заряду в електростатичному полі пропорційна величині цього заряду Q :

$$\Pi = \varphi \cdot Q, \quad (4.39.)$$

де φ – енергетична характеристика поля, яка називається *потенціалом*.

Потенціал деякої точки поля – це скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду, поміщеного в цю точку:

$$\varphi = \frac{\Pi}{Q}. \quad (4.40.)$$

Потенціал – це алгебраїчна величина, знак якої залежить від знаку заряду, який створив дане електростатичне поле.

Робота при переміщенні заряду з точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = \Pi_1 - \Pi_2 = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (4.41.)$$

Одиниця потенціалу в системі СІ – *вольт* (В). Одиниця напруженості електричного поля – *вольт на метр* (В/м).

На основі співвідношення (4.39) можна знайти, що одиниця енергії (джоуль) дорівнює добутку одиниць заряду і потенціалу: $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Кл} \cdot \text{В}$.

Крім того, існує позасистемна одиниця енергії, яка називається *електрон-вольт* (еВ) – це зміна енергії частки, заряд якої дорівнює одному елементарному заряду) при проходженні нею різниці потенціалів 1 вольт.

Ця одиниця широко застосовується при дослідженнях в галузі атомної фізики, фізики твердого тіла, електроніки та ін.

Для графічного зображення розподілу потенціалу у просторі користуються *еквіпотенціальними поверхнями*, тобто такими поверхнями, вздовж кожної з яких потенціал має одне певне значення. Еквіпотенціальні поверхні завжди перпендикулярні до силових ліній.

При графічному зображенні проводять ті поверхні, між сусідніми з яких одна й та ж сама різниця потенціалів. У цьому випадку густина еквіпотенціальних поверхонь є пропорційною напруженості поля.

Роботу A_{12} можна виразити також через електростатичну силу (див. (4.37)):

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = Q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (4.42.)$$

Прирівнюючи це співвідношення до (4.22), отримаємо

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (4.43.)$$

Інтегрування можна виконувати вздовж будь-якої лінії, що з'єднує точки 1 і 2, оскільки робота електростатичних сил не залежить від форми траєкторії (Рис. 4.19).

Якщо заряд переміщується по деякому замкненому контуру L , то точки 1 і 2 зливаються в одну, і ліва частина (4.43) дорівнює нулю:

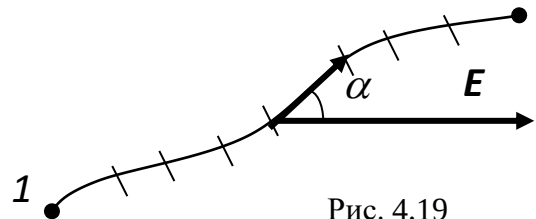


Рис. 4.19

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (4.44.)$$

Цей інтеграл називається *циркуляцією вектора напруженості по контуру L* .

Отже, *циркуляція вектора напруженості електростатичного поля по будь-якому замкненому контуру дорівнює нулю*.

У випадку геометрично симетричних полів можна знайти аналітичні співвідношення для розрахунку потенціалу кожної точки такого поля.

1. Поле точкового заряду. Підставляючи в співвідношення (4.43) вираз для напруженості поля точкового заряду (4.27), після інтегрування (вважаючи, що потенціал поля на нескінченності дорівнює нулю) знайдемо потенціал поля на відстані r від точкового заряду Q :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \quad (4.45.)$$

Таку саму залежність має і потенціал поля зарядженої сфери або кулі поза межами самої сфери або кулі (r – відстань від центра).

2. Однорідне поле. Для *однорідного* поля напруженість $\vec{E}$ є константою, яка виноситься за знак інтегралу (4.44), а тому різниця потенціалів між будь-якими двома точками 1 і 2 у однорідному полі

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot l \cdot \cos \alpha = E \cdot d, \quad (4.46.)$$

де l – відстань між точками 1 і 2, α – кут між відрізком l і вектором $\vec{E}$, d – проекція відрізка l на напрямок поля (відстань між точками 1 і 2 *вздовж поля*).

Для двох паралельних різнойменно заряджених площин, розташованих на відстані d , їх різниця потенціалів

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot d \quad (4.47.)$$

На основі співвідношення (4.43) можна отримати зв'язок між напруженістю поля і потенціалом у іншій формі:

$$\vec{E} = -q \text{grad } \varphi, \quad (4.48.)$$

де в правій частині – градієнт потенціалу. Градієнт можна більш детально записати в такій формі (через суму частинних похідних від потенціалу):

$$\vec{E} = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right), \quad (4.49.)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти декартової системи координат. Знак « $-$ » вказує на те, що вектор напруженості завжди спрямований у бік *зменшення* потенціалу.

§4.4. Постійний електричний струм

1. Електричний струм. Сила струму

У загальному випадку вільні заряди всередині провідника рухаються хаотично під впливом сил взаємодії з частками навколишнього середовища, які мають випадковий характер (тепловий рух). Проте в деяких випадках можуть бути створені умови, при яких рух вільних зарядів набуває впорядкованого характеру, тобто на загальний хаотичний рух зарядів накладається рух у певному напрямі.

Електричним струмом називається спрямований рух електричних зарядів.

Як правило, електричний струм створюється під дією електричного поля, у якому вільні заряди рухаються: позитивні – по полю, негативні – проти поля. При цьому за напрямок струму умовно приймають напрям руху позитивних зарядів.

Кількісною мірою електричного струму служить *сила струму*.

Сила струму – це величина заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dQ}{dt} , \quad (4.50.)$$

Струм, сила і напрям якого не змінюються з часом, називається *постійним*. Для постійного струму формулу можна написати і в такому вигляді:

$$I = \frac{Q}{t} , \quad (4.51.)$$

де Q – заряд, що пройшов через поперечний переріз провідника за час t .

Одиниця сили струму в системі СІ – *ампер* (А). Це одна з основних одиниць системи СІ.

Сила струму, що проходить через одиницю площі поперечного перерізу провідника, називається густиною струму:

$$j = \frac{I}{S} , \quad (4.52.)$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Якщо вздовж провідника рухаються зі швидкістю v однакові частки, кожна з яких має заряд величиною e (Рис. 4.20), то за час dt через певний поперечний переріз провідника (на Рис. 4.20 заштрихований) пройде кількість часток:

$$dN = n \cdot dV ,$$

де n – концентрація носіїв струму, $dV = v \cdot dt \cdot S$ – об'єм, частки з якого перетнуть заштрихований переріз за час dt , S – площа поперечного перерізу провідника.

Загальний заряд цих часток:

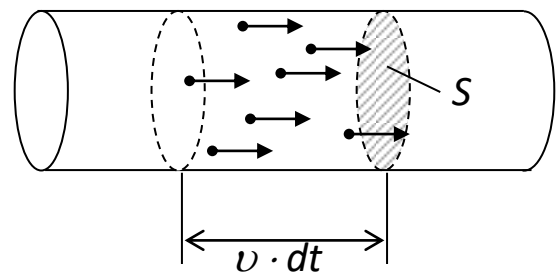


Рис. 4.20

$$dQ = e \cdot dN = ne v S \cdot dt$$

Звідси сила струму:

$$I = \frac{dQ}{dt} = ne v S$$

а густина струму:

$$J = ne v \quad (4.53.)$$

2. Джерела струму. Електрорушійна сила

Якщо провідник помістити в зовнішнє електростатичне поле, це не викличе появи у ньому постійного електричного струму. В початковий момент відбудеться перерозподіл вільних зарядів (носіїв струму) у провіднику, за рахунок чого вирівнюються потенціали в усіх точках провідника, і рух зарядів припиниться.

Для існування постійного струму необхідно мати *джерело струму* – пристрій, здатний підтримувати різницю потенціалів між певними точками провідника при наявності електричного струму. Якщо до полюсів джерела струму приєднати провідник електричного струму, утворивши тим самим замкнене *електричне коло*, то дія джерела струму призведе до руху вільних зарядів у певному напрямку, тобто до появи електричного струму в цьому колі (Рис. 4.21). При цьому, дія цього пристрою базується на виконанні роботи над вільними зарядами силами не електростатичного походження. Такі *сили, що діють на заряди з боку джерела струму, називаються сторонніми силами*. Природа сторонніх сил може бути різною: хімічні процеси, електромагнітні поля та ін.

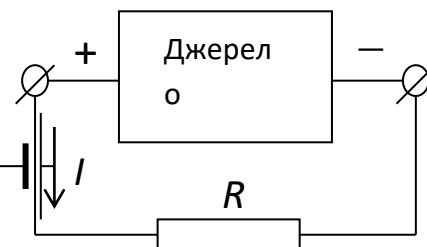


Рис. 4.21

В електричних схемах джерело постійного струму має таке умовне позначення:

Оскільки при переміщенні зарядів у просторі зі зміною потенціалу змінюється їх енергія, то джерело струму повинно виконувати роботу. Щоб визначити здатність джерела струму виконувати цю роботу, вводять такий параметр, як *електрорушійна сила (е.р.с.)*.

Електрорушійна сила (е.р.с.) – це робота джерела струму по переміщенню одиничного позитивного заряду між полюсами джерела струму:

$$E = \frac{A}{Q_0} \quad (4.54.)$$

Одиницею е.р.с. в системі СІ є *вольт* (В).

Слід зазначити, що при переміщенні заряду вздовж ділянки електричного кола на нього діють два типи сил. Всередині джерела струму на заряд діють сторонні сили, які приводять до перерозподілу зарядів на полюсах джерела струму. Це призводить до появи на полюсах різниці потенціалів, а при з'єднанні полюсів провідником – до появи електричного струму в цьому провіднику. При цьому рух зарядів у провіднику зумовлений саме цією різницею потенціалів на кінцях провідника, створеною джерелом струму. Ця різниця потенціалів створює *всередині провідника* електричне поле, яке і діє на заряди, рухаючи їх у певному напрямі. При подоланні цієї різниці потенціалів над зарядом повинна виконуватись відповідна робота $A_{12} = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Отже, всередині джерел струму на вільні заряди діють *сторонні сили*, а за межами джерел струму – *електростатичні сили*, зумовлені різницею потенціалів між різними точками провідника, яка створена дією сторонніх сил. Таким чином, при переміщенні заряду Q_0 вздовж ділянки кола 1 – 2 з різницею потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ при наявності на цій ділянці одного або кількох джерел струму (Рис. 3) над цим зарядом буде виконуватись робота, що дорівнює сумі робіт сторонніх та електростатичних сил:

$$A_{12} = Q_0 E_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (4.55.)$$

де E_{12} – алгебраїчна сума е.р.с. на ділянці кола, φ_1 , φ_2 – потенціали кінців ділянки кола.

Поділивши це співвідношення на Q_0 , отримаємо роботу переміщення одиничного заряду. Ця величина називається *електричною напругою* на ділянці кола 1 – 2:

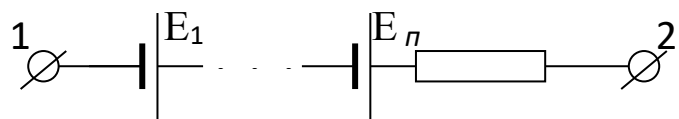


Рис. 4.22

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{Q_0} = E_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (4.56.)$$

За відсутності е.р.с. напруга співпадає з різницею потенціалів.

3. Закон Ома

У 1826 р. німецький фізик Г. Ом дослідним шляхом встановив, що сила струму в провіднику прямо пропорційна електричній напрузі на кінцях

провідника. Величину, обернену до коефіцієнта пропорційності, було названо *електричним опором* провідника R :

$$I = \frac{U}{R} . \quad (4.57.)$$

Це співвідношення називається законом Ома для ділянки кола:

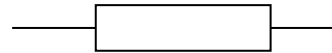
сила струму в провіднику прямо пропорційна прикладеній напрузі і обернено пропорційна опору провідника.

Величина, обернена до електричного опору, називається *електропровідністю*:

$$G = \frac{1}{R} . \quad (4.58.)$$

Одиницею опору в системі СІ є *Ом* (Ом). Одиниця електропровідності – *сіменс* (См).

В електричних схемах провідник з певним електричним опором має таке умовне позначення:



Будь-яке джерело струму при проходженні через нього електричного струму також має певний електричний опір, який називається *внутрішнім опором* джерела струму. Внутрішній опір необхідно враховувати при розрахунках електричних кіл.

Ділянка електричного кола, яка має в своєму складі джерело струму, називається *неоднорідною*. Для неї напруга визначається співвідношенням (7), і закон Ома в цьому випадку матиме вигляд:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}}{R} . \quad (4.59.)$$

Це – узагальнений закон Ома.

Якщо $E_{12} = 0$ (джерела струму відсутні), то він переходить в *закон Ома для однорідної ділянки кола*:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} . \quad (4.60.)$$

Згідно з цим співвідношенням, різниця потенціалів (напруга) на кінцях провідника з електричним опором R дорівнює добутку сили струму на опір провідника. Таким чином, за відсутності струму через провідник напруга на його кінцях дорівнює нулю. При появі струму з'являється напруга. Ця напруга на кінцях провідника, зумовлена струмом через нього, називається *падінням напруги (спадом напруги)* на провіднику. Отже, падіння напруги:

$$U = I R.$$

Якщо струм відсутній (розірване електричне коло), то з (4.56) для $I = 0$ знайдемо

$$E_{12} = \varphi_2 - \varphi_1, \quad (4.61.)$$

тобто напруга на клеммах ізолюваного джерела струму дорівнює його *е.р.с.*

Для замкненого електричного кола (Рис. 4.23) точки 1 і 2 співпадають, і $\varphi_1 = \varphi_2$, тому

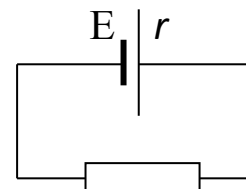


Рис. 4.23

$$I = \frac{E}{R},$$

де $R = r + R_1$, r – внутрішній опір джерела струму, R_1 – опір зовнішньої частини кола:

$$I = \frac{E}{r + R_1}. \quad (4.62.)$$

Електричний опір провідника залежить від його розмірів та від матеріалу, з якого він виготовлений:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.63.)$$

де l – довжина провідника, S – площа перерізу, ρ – питомий електричний опір (одиниця вимірювання – Ом·м).

Питомий опір характеризує здатність матеріалу проводити електричний струм. Найкращі електропровідні властивості (найменший питомий опір) мають такі метали:

Матеріал	Питомий опір ρ , Ом·м
срібло	$1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом · м
мідь	$1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м
алюміній	$2,6 \cdot 10^{-8}$ Ом · м

Якщо в співвідношення (4.63) підставити закон Ома для ділянки кола

$$R = \frac{U}{I},$$

то його можна перетворити таким чином:

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l},$$

або

$$j = \gamma \cdot E, \quad (4.64.)$$

де γ – питома електропровідність:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}, \quad (4.65.)$$

E – напруженість електричного поля в провіднику:

$$E = \frac{U}{l}. \quad (4.66.)$$

Співвідношення (4.59) – закон Ома в диференціальній формі.

Якщо закон Ома для ділянки кола у вигляді (4.63) визначає загальну силу струму *через весь переріз провідника*, то закон Ома в диференціальній формі (4.59) визначає густину сили струму *в певній точці перерізу провідника*. Таким чином, за допомогою співвідношення (4.59) можна зробити розрахунок для сили струму навіть у випадку неоднорідного розподілу по перерізу провідника питомого опору або напруженості поля. Для цього необхідно проінтегрувати це співвідношення по всьому перерізу.

При зміні температури провідника його опір, у першому наближенні, змінюється лінійно:

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (4.67.)$$

де R_0 – опір провідника при 0°C , t – температура в $^\circ\text{C}$, α – температурний коефіцієнт опору (залежить від матеріалу провідника).

При з'єднанні кількох провідників їх загальний опір R обчислюється з врахуванням протікання струму і розподілу напруги на провідниках. За допомогою закону Ома можна отримати такі співвідношення:

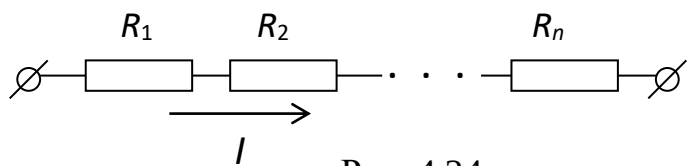


Рис. 4.24

а) при послідовному з'єднанні (Рис. 4.24):

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n, \quad (4.68.)$$

$$I = I_1 = I_2 = \dots = I_n,$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n,$$

де I_i та U_i – відповідно сила струму і падіння напруги на опорі R_i , U – загальна напруга на ділянці кола, I – загальна сила струму.

б) при паралельному з'єднанні (Рис. 4.25):

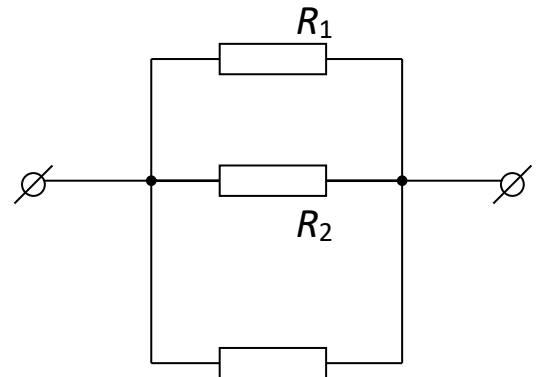


Рис. 4.25

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n},$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n,$$

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n.$$

Наприклад, для паралельного з'єднання двох провідників їх загальний опір:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (4.69.)$$

4. Закон Джоуля-Ленца

При протіканні постійного електричного струму силою I через поперечний переріз провідника за час t проходить заряд:

$$Q = I \cdot t.$$

Згідно з (4.55), при цьому виконується робота:

$$A = Q U,$$

де U – напруга на кінцях провідника.

Звідси:

$$A = I U t. \quad (4.70.)$$

Застосовуючи закон Ома (8), можна отримати ще дві формули для визначення цієї роботи:

$$A = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t. \quad (4.71.)$$

Якщо провідник нерухомий і не взаємодіє з зовнішніми полями (за виключенням поля джерела струму), то вся робота струму йде на нагрівання провідника. У провіднику виділяється кількість теплоти, що чисельно дорівнює визначеній вище роботі:

$$W_{\text{тепл}} = A = IU t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t \quad (4.72.)$$

Ці співвідношення визначають закон Джоуля-Ленца:

кількість теплоти, що виділяється в провіднику при проходженні електричного струму, прямо пропорційна силі струму, напрузі на кінцях провідника і часу проходження струму.

Можливі також інші формулювання цього закону, у відповідності з різними записами співвідношень (4.72).

Потужність струму визначається співвідношенням:

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (4.73.)$$

Слід сказати, що наведені вище формули є справедливими для процесу перетворення електричної енергії не лише в теплову, але і в будь-яку іншу форму енергії, оскільки при будь-якому процесі виконується закон збереження і перетворення енергії. Тому зазначені співвідношення можна застосовувати, наприклад, для розрахунку потужності електродвигуна (перетворення електричної енергії в механічну), для розрахунку коефіцієнтів корисної дії різних пристроїв (часткове перетворення електричної енергії в певну іншу форму) тощо.

В деяких випадках (наприклад, якщо густина струму є неоднорідною в різних точках простору) більш зручним для користування є запис *закону Джоуля-Ленца в диференціальній формі*:

$$p_{\text{тепл}} = \rho j^2 = jE = \gamma E^2, \quad (4.74.)$$

де $p_{\text{тепл}}$ – густина теплової потужності струму (потужність струму в одиниці об'єму провідника у даній точці простору). Інші позначення аналогічні до наведених вище.

5. Правила Кірхгофа

Для розрахунку складних електричних схем, що мають розгалужені ділянки, складаються з кількох замкнених контурів і т.ін., зручно користуватись *правилами Кірхгофа*.

Точка розгалуження кола, в якій сходиться не менше 3 провідників зі струмом, називається *вузлом*. При цьому струм, що входить у вузол, умовно вважається позитивним, а той, що виходить з вузла – негативним.

Перше правило Кірхгофа:

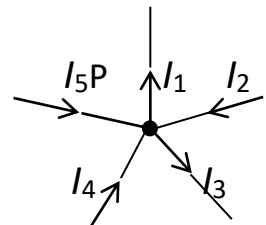


Рис. 4.26

алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю:

$$\sum_{(k)} I_k = 0 \quad (4.75.)$$

Наприклад (Рис. 4.26),

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 0.$$

Це правило є наслідком закону збереження електричного заряду. Іншими словами це правило можна сформулювати так: *скільки електричного заряду у вузол приходить, стільки ж з нього за той самий час виходить*. Якщо уявити, що I правило Кірхгофа не виконується, то, як наслідок, отримаємо, що у вузлі з часом може накопичуватись необмежений електричний заряд, що не відповідає дійсності.

Друге правило Кірхгофа:

у будь-якому замкненому контурі, довільно вибраному в розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків струмів на опори дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с. цього контуру:

$$\sum_{(i)} I_i R_i = \sum_{(k)} E_k \quad (4.76.)$$

Друге правило є наслідком аналізу електричного кола на основі узагальненого закону Ома.

При розрахунках для визначення знаків струмів та е.р.с. обирають довільний напрямок обходу відповідного контуру.

На основі правил Кірхгофа розроблені методи аналізу і синтезу складних електричних кіл, що складаються з багатьох контурів і мають у своєму складі багато розгалужень, джерел струму, провідників з різними опорами тощо. Користуючись правилами Кірхгофа, складають систему рівнянь і при її розв'язанні визначають невідомі величини. При цьому визначаються не лише абсолютні величини струмів або е.р.с., але й їх напрямки.

§4.5. Електричний струм у різних середовищах

1. Електричний струм в металах (Класична теорія електропровідності металів)

Носіями електричного струму в металах є вільні електрони, тобто електрони, здатні вільно пересуватись в межах всього об'єму металу. Згідно з класичними уявленнями, метал – це кристалічна речовина, яка складається з нерухомих іонів металу, розміщених у вузлах кристалічної ґратки, між якими

хаотично рухаються вільні електрони, утворюючи своєрідний *електронний газ*. Але, на відміну від молекул звичайного газу, електрони під час руху стикаються переважно не між собою, а з іонами металу, які розташовані у вузлах кристалічної ґратки.

Першою класичною теорією, яка пояснила ряд електричних властивостей металів, була *теорія Друде-Лоренца*. В основу цієї теорії покладене припущення, що до електронного газу можна застосувати основні положення молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів. Одним з наслідків цього припущення є середня швидкість *теплого руху* електронів:

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}}, \quad (4.77.)$$

де k – стала Больцмана, T – абсолютна температура, m_e – маса електрона. При $T = 300 \text{ К}$ $\langle u \rangle \approx 10^5 \text{ м/с}$.

Але тепловий (хаотичний) рух електронів не переносить електричного струму, для цього необхідний *впорядкований рух* зарядів.

Середню швидкість *впорядкованого руху* електронів $\langle v \rangle$ можна оцінити за допомогою співвідношення $j = nev$:

$$\langle v \rangle = \frac{j}{ne}, \quad (4.78.)$$

де $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – заряд електрона, n – концентрація електронів, j – густина струму.

Розрахунки свідчать, що навіть для гранично можливої густини струму j величина $\langle v \rangle \leq 10^{-3} \text{ м/с}$. Отже,

$$\langle v \rangle \ll \langle u \rangle. \quad (4.79.)$$

Таким чином, якщо в провіднику існує електричний струм, то кожний електрон бере участь одночасно у двох рухах: тепловому (хаотичному) і впорядкованому. Результируюча швидкість електрона в кожний момент часу дорівнює векторній сумі швидкостей $\vec{u}$ і $\vec{v}$. Але внаслідок співвідношення (4.79) вона практично дорівнює $\vec{u}$.

Впорядкований рух у провіднику виникає, як правило, внаслідок дії певного джерела струму, яке створює в провіднику різницю потенціалів і відповідне електричне поле. Якщо всередині металу діє електричне поле з

напруженістю E , то на електрон діє сила $F = eE$, і він набуває прискорення в напрямку поля:

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{eE}{m_e}.$$

Рухаючись рівноприскорено, за час між двома послідовними зіткненнями електрон набуває швидкості:

$$v_{\max} = a \cdot \langle t \rangle = \frac{eE}{m_e} \cdot \langle t \rangle,$$

де $\langle t \rangle$ – середній час між двома послідовними зіткненнями електрона з іонами кристалічної ґратки. Одне з припущень теорії Друде-Лоренца полягає в тому, що при зіткненні електрон віддає всю отриману від електричного поля кінетичну енергію іону. Тому відразу після зіткнення з іоном електрон знову має середню швидкість впорядкованого руху, рівну нулю, і знову починає прискорюватись полем. Оскільки швидкість під час прискорення змінюється за лінійним законом, то середня швидкість впорядкованого руху

$$\langle v \rangle = \frac{v_{\max} + 0}{2} = \frac{eE}{2m_e} \cdot \langle t \rangle.$$

Оскільки $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$, то швидкість впорядкованого руху практично не впливає на час руху електрона між двома зіткненнями, і величина $\langle t \rangle$ визначається величиною $\langle u \rangle$:

$$\langle t \rangle = \frac{\langle l \rangle}{\langle u \rangle}, \quad (4.80.)$$

де $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу електрона (середній шлях між двома послідовними зіткненнями електрона з іонами кристалічної ґратки). Звідси:

$$\langle v \rangle = \frac{eE \cdot \langle l \rangle}{2m_e \cdot \langle u \rangle}. \quad (4.81.)$$

Густина струму визначається співвідношенням:

$$j = ne\langle v \rangle = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m_e \langle u \rangle} \cdot E. \quad (4.82.)$$

Порівнюючи з законом Ома в диференціальній формі:

$$j = \gamma \cdot E,$$

маємо вираз для питомої електропровідності:

$$\gamma = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m_e \langle u \rangle} \quad (4.83.)$$

В рамках цієї ж теорії досить просто можна отримати також вираз для густини теплової потужності струму:

$$P_{\text{тепл}} = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m_e \langle u \rangle} \cdot E^2 \quad (4.84.)$$

який співпадає з *законом Джоуля-Ленца* в диференціальній формі ($P_{\text{тепл}} = \gamma E^2$) за умови (4.84).

Теорія Друде-Лоренца дозволила також підвести теоретичну основу під *закон Відемана-Франца*, який свого часу був встановлений суто експериментальним шляхом і формулюється таким чином:

відношення теплопровідності λ до питомої електропровідності γ однакове для всіх металів і змінюється прямо пропорційно температурі:

$$\frac{\lambda}{\gamma} = \beta T \quad (4.85.)$$

де β – константа.

Класична теорія металів дозволила визначити:

$$\beta = 3 \left(\frac{k}{e} \right)^2 \quad (4.86.)$$

Ця величина добре узгоджується з дослідними даними.

Отже, класична теорія Друде-Лоренца добре пояснює ряд електричних явищ у металах. Проте необхідно зазначити, що вона дозволила пояснити далеко не все, а багато інших дослідних даних не узгоджуються з цією теорією. Пізніше була створена *квантова теорія металів*, яка пояснює їх властивості набагато краще, але є більш складною.

2. Електричний струм у рідинах

Неметалічні рідини, що проводять електричний струм, мають іонну провідність, тобто *носіями струму* в них є *позитивно і негативно заряджені іони*. Такі рідини називають **електролітами**, або **провідниками II роду**. Типовим прикладом електролітів є водні розчини солей, кислот, лугів.

Впорядкований рух іонів в електролітах відбувається в електричному полі, яке створюється *електродами* – провідниками, що занурені в електроліт

і з'єднані з полюсами джерела електричної енергії. Позитивний електрод називають *анодом*, негативний – *катодом*. Позитивні іони (іони водню і металів) рухаються до катода і тому називаються *катіонами*, а негативні іони (іони кислотних залишків і гідроксильної групи) рухаються до анода і називаються *аніонами*. Електричний струм в електролітах супроводжується явищем *електролізу* – виділенням на електродах складових частин розчинених речовин, або інших речовин, які є результатом вторинних реакцій на електродах.

Основні закони електролізу були експериментально встановлені М. Фарадеем (1834).

Перший закон Фарадея для електролізу:

маса речовини, що виділилася на електроді, прямо пропорційна значенню заряду, який пройшов через електроліт:

$$m = kq = kIt, \quad (4.87.)$$

де k – електрохімічний еквівалент, що залежить від природи речовини; I – сила струму; t – час.

Другий закон Фарадея для електролізу:

електрохімічні еквіваленти речовини прямо пропорційні їх хімічним еквівалентам.

Хімічним еквівалентом називається відношення молярної (атомної) маси M речовини до її валентності Z :

$$X = \frac{M}{Z}.$$

Отже другий закон Фарадея має такий вигляд:

$$k = \frac{1}{F} X, \quad \text{або} \quad k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z}, \quad (4.88.)$$

де F – універсальна стала, яка називається сталою Фарадея ($F = 96\,485 \text{ Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$).

Об'єднавши обидва закони отримаємо:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} \cdot It. \quad (4.89.)$$

З об'єднаного закону Фарадея легко зрозуміти фізичний зміст сталої Фарадея: *стала Фарадея чисельно дорівнює електричному заряду, при проходженні якого через електроліт на електроді виділяється 1 моль одновалентної речовини.*

Закони Фарадея вперше навели на думку про те, що будь-який електричний заряд складається з цілого числа елементарних зарядів. Дійсно,

кожен іон несе цілком визначений заряд $q = \frac{FZ}{N_A}$, до того ж заряди іоні можуть відрізнятися лише на величини, що кратні елементарному заряду

одновалентного іона $e = \frac{F}{N_A}$.

За допомогою спеціальних досліджень (досліди А. Ф. Йоффе і Р. Міллікена) було знайдено значення елементарного заряду e .

Закон Ома для густини струму в електролітах

Досліди показали, що закон Джоуля-Ленца є справедливим для електричного струму не лише у металах, а і в електролітах. Звідси випливає, що дисоціація молекул електроліту не пов'язана з проходженням електричного струму і витрат на це енергії струму. Дисоціація молекули солі, кислоти або лугу, що складається з взаємопов'язаних іонів, відбувається у розчині при її зіткненні з іншою молекулою розчиненої речовини або розчинника, які мають достатньо велику кінетичну енергію теплового руху.

Внаслідок хаотичного теплового руху іонів у розчині відбувається і зворотній процес зіткнення іонів протилежних знаків і відновлення їх у нейтральні молекули. Цей процес називають *молізацією* або *рекомбінацією*.

Густина електричного струму в електроліті дорівнює геометричній сумі густин струму позитивних і негативних іонів:

$$\begin{aligned}\vec{j} &= \vec{j}_+ + \vec{j}_-, \\ \vec{j}_+ &= q_+ n_{0+} \langle \vec{v}_+ \rangle, \\ \vec{j}_- &= q_- n_{0-} \langle \vec{v}_- \rangle,\end{aligned}\tag{4.90.}$$

де q_+ і q_- – заряди позитивних і негативних іонів; n_{0+} і n_{0-} – концентрації позитивних і негативних іонів; $\langle v_+ \rangle$ і $\langle v_- \rangle$ – середні швидкості впорядкованого руху позитивних і негативних іонів в електричному полі.

Аналогічно до того, як швидкість впорядкованого руху електронів провідності в металі пропорційна напруженості $\vec{E}$ електричного поля, швидкості впорядкованого руху іонів також пропорційні $\vec{E}$:

$$\langle \vec{v}_+ \rangle = \mu_+ \vec{E}, \quad \langle \vec{v}_- \rangle = -\mu_- \vec{E},\tag{4.91.}$$

де μ_+ і μ_- – позитивні величини (коефіцієнти пропорційності), які називаються *рухливістю іонів*.

Дослідження показали, що рухливість іона залежить від його природи, а також від температури, в'язкості та інших параметрів електроліту.

Суттєвим є те, що рухливість іонів в електролітах не залежить від напруженості $\vec{E}$ електричного поля.

За допомогою рівнянь (4.90) густину струму в електроліті можна представити у формі:

$$\vec{j} = (q_+ n_{0+} \mu_+ - q_- n_{0-} \mu_-) \vec{E}. \quad (4.92.)$$

В електролітах, так само як і в металевих провідниках відсутні об'ємні заряди. Тому

$$q_+ n_{0+} + q_- n_{0-} = 0$$

і

$$\vec{j} = q_+ n_{0+} (\mu_+ + \mu_-) \vec{E}. \quad (4.93.)$$

Утворення іонів в електроліті не пов'язане з проходженням електричного струму. Тому їх концентрація n_{0+} і n_{0-} , аналогічно до рухливості μ_+ і μ_- , не залежить від напруженості електричного поля. Таким чином, рівняння (16) і (17) доводять, що для густини струму виконується *закон Ома*:

густина струму в електроліті пропорційна напруженості електричного поля і співпадає з нею за напрямом.

3. Електричний струм у вакуумі

Вакуум – це порожній простір, який не має носіїв струму (вільних зарядів), а тому в звичайному стані вакуум не проводить електричний струм. Вільні заряди (електрони) можуть з'явитись у вакуумі в результаті явища *електронної емісії*, тобто виходу електронів з металу у вакуум. Існують різні механізми електронної емісії, але в кожному з них для того, щоб перевести електрон з металу у вакуум, над ним необхідно виконати певну роботу, яка називається *роботою виходу*.

Найбільш часто застосовується явище *термоелектронної емісії*, при якому джерелом енергії для виконання над електронами роботи виходу є нагрівання металу до високої температури. При цьому густина струму електронів через поверхню металу визначається *законом Річардсона – Дешимана*:

$$j_T = CT^2 \cdot e^{-\frac{A}{kT}}, \quad (4.94.)$$

де $C = 1,2 \cdot 10^6 \text{ A}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$ – константа, T – температура металу, A – робота виходу електрона.

З цього співвідношення добре видно, що з підвищенням температури струм швидко зростає.

Найпростішим приладом для дослідження явища термоелектронної емісії є *вакуумний діод* (Рис. 4.28). Це герметичний балон, з якого відкачане повітря і який містить два електроди – анод А і катод К. Катод нагрівається при пропусканні через нього струму від джерела E_1 , завдяки чому створюються умови для термоелектронної емісії. Електрони, які вилітають з катода, прискорюються електричним полем, створеним іншим джерелом струму E_2 . Це джерело підключене негативним полюсом до катода, а позитивним – до анода. Завдяки цьому негативно заряджені електрони летять у вакуумі від катода до аноду, створюючи струм у електричному колі.

Електричний струм через діод (анодний струм I_a) залежить від напруги, прикладеної між анодом і катодом завдяки дії джерела струму E_2 (анодної напруги U_a). Залежність анодного струму від анодної напруги називається

вольт-амперною характеристикою діоду (рис. 4.29). При невеликих значеннях анодної напруги (на початковій ділянці характеристики) залежність сили струму від напруги визначається співвідношенням:

$$I_a = B \cdot U_a^{3/2}, \quad (4.95.)$$

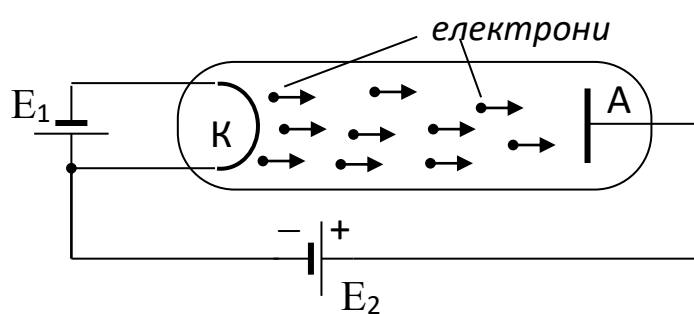


Рис. 4.28

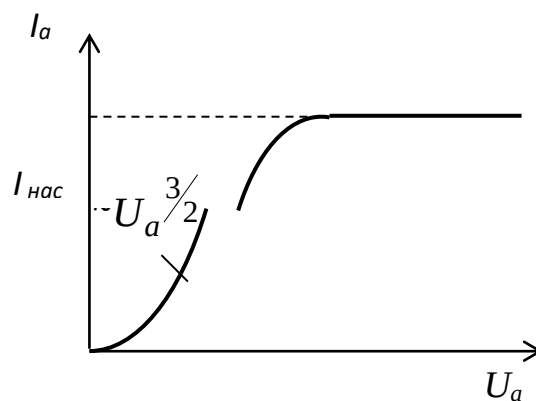


Рис. 4.29

де коефіцієнт B залежить від геометричних параметрів діоду. Це співвідношення називається законом трьох других.

При досягненні анодною напругою досить великого значення всі термоелектрони, емітовані катодом, потрапляють на анод. При цьому сила струму через діод досягає максимального значення, яке не змінюється при подальшому зростанні анодної напруги. Струм через діод у цьому випадку називається *струмом насичення* $I_{нас}$.

Струм насичення діоду залежить від густини струму емісії з катоду і зростає при підвищенні температури катоду.

Якщо джерело E_2 ввімкнути у зворотному напрямку («–» на анод, а «+» на катод), то струм у колі припиниться, оскільки буде створене поле, в якому електрони, що вилітають з катода, будуть не прискорюватись, а, навпаки, гальмуватись. Тобто *вакуумний діод має односторонню електропровідність*. Ця властивість використовується у випрямлячах змінного струму.

Крім вакуумного діода, існують і більш складні вакуумні пристрої, в яких застосовується явище термоелектронної емісії: підсилювальні та генераторні електронні лампи, електронно-променеві трубки (осцилограф), телевізійні кінескопи, електронні мікроскопи, промислові електронні гармати та ін.

4. Електричний струм у газах

Гази у нормальному стані є ізоляторами. Вони складаються з нейтральних атомів і молекул і не містять вільних зарядів, а тому в них немає носіїв електричного струму.

Газ перетворюється на провідник, коли деяка частина його молекул іонізується, тобто розпадається на іони і електрони. Іонізація молекул може відбуватись внаслідок дії таких чинників:

- 1) нагрівання до високої температури,
- 2) зовнішнього опромінення,
- 3) зовнішнього електричного поля.

При нагріванні збільшується швидкість хаотичного руху молекул газу, і при їх взаємному зіткненні, якщо температура досить висока, кінетична енергія руху є достатньою для відривання електрона і перетворення молекули на іон. Як електрон, так і іон є зарядженими частками, і при накладенні зовнішнього електричного поля вони починають рухатись під дією цього поля, створюючи електричний струм у газі.

Відрив електрона від молекули (її іонізація) може відбутись також при її зіткненні з іншою часткою досить високої енергії при *зовнішньому опроміненні* газу потоком таких часток (електронів, протонів, α -часток, жорсткого електромагнітного випромінювання та ін.)

В кожному разі для іонізації молекули необхідно затратити певну мінімальну енергію, яка називається *енергією іонізації*. Отже, енергія іонізації може передаватись молекулам газу під дією *зовнішніх іонізаторів*: 1) високої температури, 2) опромінення потоком часток високої енергії.

При цьому газ перетворюється на провідник, і явище проходження струму через нього називається *газовим розрядом*. Оскільки такий розряд може існувати лише під дією зовнішнього іонізатора, то він називається *несамостійним*.

Але при певних умовах розряд продовжує існувати у газі навіть після припинення дії зовнішнього іонізатора. Умовою підтримання такого розряду, який називається *самостійним*, є наявність *зовнішнього електричного поля* досить високої напруженості. У такому полі електрони у проміжку між двома послідовними зіткненнями прискорюються до такої швидкості, що їх кінетична енергія стає достатньою для іонізації нейтральних молекул. Утворені в результаті іонізації нові електрони також прискорюються полем і іонізують молекули. Таким чином, загальна кількість іонів та електронів у газі зростає, зростає і розрядний струм. Цей процес називається *ударною іонізацією*.

Розрізняють 4 типи самостійних розрядів: *тліючий, іскровий, дуговий і коронний*, які відрізняються діапазонами тиску газу, геометрією електродів, електричними параметрами, тривалістю.

Газ в іонізованому стані називається плазмою.

Одним з характерних параметрів плазми є *ступінь іонізації*:

$$x = \frac{n}{N}, \quad (4.96.)$$

де n – концентрація заряджених часток одного знаку (іони або електрони), N – концентрація нейтральних молекул газу до його іонізації. З цього визначення зрозуміло, що ступінь іонізації знаходиться в межах $0 \leq x \leq 1$. З підвищенням температури плазми ступінь її іонізації зростає.

В залежності від причин іонізації молекул розрізняють *високотемпературну і газорозрядну* плазму.

Прикладом високотемпературної плазми є звичайне полум'я, яке є результатом згоряння у повітрі горючих речовин (екзотермічна реакція окислення). Під час горіння виділяється велика кількість теплової енергії, за рахунок якої навколишнє повітря та газоподібні продукти реакції нагріваються до високої температури, достатньої для іонізації молекул і утворення плазми. Однією з властивостей плазми є певні оптичні явища (свічення), які є наслідком рекомбінації іонів з електронами і переходу молекул із збудженого в нормальний стан. Тому полум'я, як і будь-яка плазма, є джерелом електромагнітного випромінювання (світла) в певному діапазоні частот.

Прикладом газорозрядної плазми є тліючий розряд у газосвітних приладах (лампи денного світла), який створюється в розрідженому газі під дією електричного поля, створеного джерелом струму.

Плазма має ряд нових властивостей порівняно з газом: випромінювання світла, електропровідність, взаємодія з електромагнітними полями, взаємодія з речовиною та ін. Тому її вважають особливим, четвертим станом речовини (рахуючи три агрегатні стани).

§4.6. Магнітне поле та силова дія магнітного поля

1. Вектор магнітної індукції.

Електричне поле діє як на рухомі, так і на нерухомі електричні заряди. На відміну від нього, *магнітне поле діє тільки на рухомі електричні заряди.*

Для дослідження будь-якого силового поля здійснюють вимірювання сили, з якою воно діє на певний об'єкт з відомими властивостями. Наприклад, для дослідження електричного поля застосовується точковий електричний заряд, для дослідження гравітаційного поля – матеріальна точка певної маси.

У випадку магнітного поля з цією ж метою застосовується замкнений *контур зі струмом*, розміри якого малі, порівняно з розмірами поля.

Головним параметром такого

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}, \quad (4.97.)$$

контур є його *магнітний момент*:

де I – сила струму в контурі, S – площа контуру, $\vec{n}$ – одиничний вектор нормалі до контуру, напрямок якого визначається за правилом правого гвинта:

за позитивний напрямок нормалі приймається напрямок поступального руху гвинта при його обертанні в напрямку протікання струму (Рис. 4.30).

У магнітному полі на контур зі струмом діє обертальний момент сил $\vec{M}$, величина якого залежить від орієнтації контуру відносно поля і від модуля магнітного моменту. Якщо вибрати таку орієнтацію контуру, що

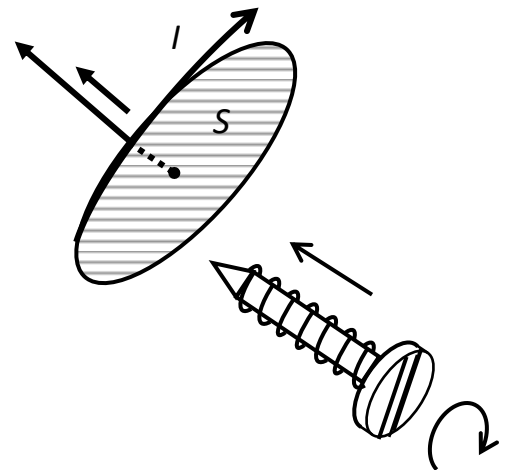


Рис. 4.30

момент сил максимальний, то можна визначити деяку кількісну характеристику магнітного поля, яка називається *магнітною індукцією*. Отже,

магнітна індукція – це вектор, **модуль** якого дорівнює максимальному моменту сил, що діє на поміщений у дану точку поля контур зі струмом, який має магнітний момент одиничної величини. **Напрямок** вектора магнітної індукції співпадає з напрямком магнітного моменту після того, як контур під дією моменту сил зорієнтується в магнітному полі.

Інакше кажучи, величина магнітної індукції дорівнює відношенню:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}, \quad (4.98.)$$

де $M_{\max}$ – момент сил, що діє на контур при такій його орієнтації, коли цей момент максимальний (коли вектори $\vec{B}$ і $\vec{p}_m$ взаємно перпендикулярні).

Одиницею магнітної індукції в системі СІ є *тесла* (Тл).

Якщо напрямки векторів $\vec{B}$ і $\vec{p}_m$ співпадають, то момент сил, що діє на контур з боку поля, дорівнює нулю. При довільній орієнтації контуру момент сил, що діє на нього, визначається співвідношенням:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]. \quad (4.99.)$$

Магнітне поле, як і електричне, потребує графічного зображення.

Лінії магнітної індукції (силові лінії магнітного поля) – це лінії, дотичні до яких у кожній точці поля співпадають з напрямком вектора магнітної індукції.

Густина силових ліній пропорційна величині магнітної індукції в даній точці простору.

2. Закон Біо–Савара–Лапласа

Магнітне поле, створене постійним електричним струмом, експериментально досліджувалось французькими фізиками Біо і Саваром, а потім ці досліді були теоретично узагальнені Лапласом.

Закон Біо-Савара-Лапласа формулюється таким чином:

елемент провідника зі струмом I довжиною dl створює в точці поля з радіус-вектором r магнітне поле, індукція якого визначається

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} \quad (4.100.)$$

формулою:

Модуль цього вектора

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot \sin \alpha}{r^2} \quad (4.101.)$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор точки A , в якій необхідно визначити магнітну індукцію, відносно елемента провідника $d\vec{l}$; α – кут між векторами $d\vec{l}$

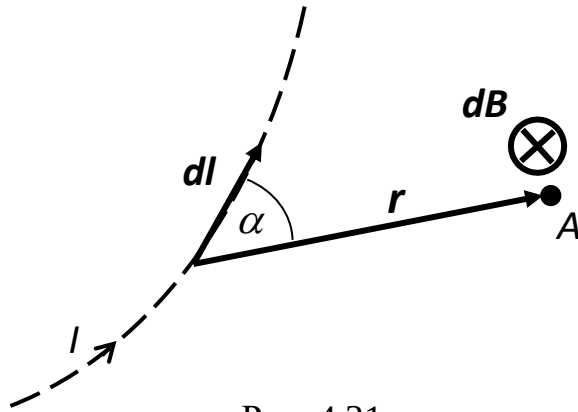


Рис. 4.31

і $\vec{r}$; μ – магнітна проникність речовини, всередині якої створене поле. Напрямок вектора $d\vec{B}$ визначається за правилом правого гвинта (Рис. 4.31).

За цією формулою визначається лише та частина магнітної індукції, яка створюється малим елементом dl всього провідника. Для визначення всього вектора $\vec{B}$ у даній точці поля необхідно скористатись принципом суперпозиції і знайти суму векторів $d\vec{B}$, створених всіма елементами $d\vec{l}$ вздовж всього провідника. Тобто необхідно взяти інтеграл від $d\vec{B}$ по всій довжині провідника:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B} \quad (4.102.)$$

В деяких випадках (коли провідник має просту симетричну форму) цей інтеграл досить простий і легко обчислюється.

Розглянемо найпростіші випадки.

1. Магнітне поле прямого струму. (Рис. 4.32)

Розглянемо струм силою I , який тече по тонкому прямому провіднику нескінченної довжини. Тоді для довільної точки поля, віддаленої від осі провідника на відстань R , після інтегрування виразу (4.101) у відповідності з (4.102) отримаємо:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I}{R} \quad (4.103.)$$

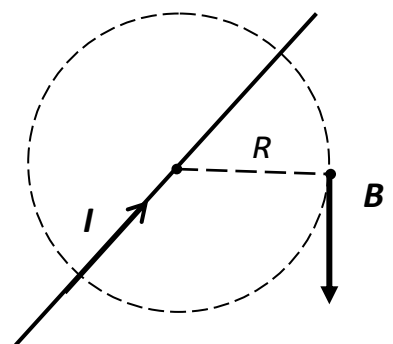


Рис. 4.32

Напрямок вектора $\vec{B}$ в даному випадку визначається правилом правого гвинта. Пунктиром на Рис. 3 зображена одна з силових ліній магнітного поля.

2. Магнітне поле кругового струму (Рис. 4.33).

Якщо струм силою I тече по круговому провіднику радіуса R , то магнітна індукція в центрі цього кола визначається формулою, яка також отримана за допомогою інтегрування виразу (4.101):

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}. \quad (4.104.)$$

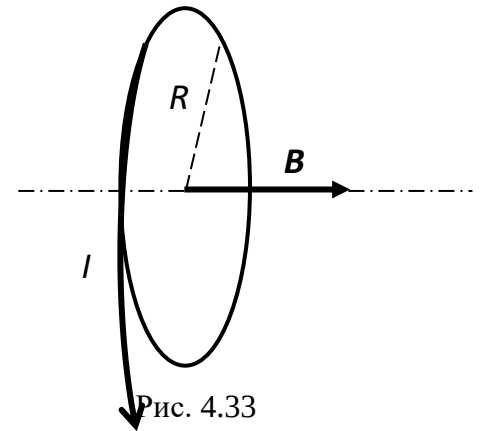


Рис. 4.33

Вектор магнітної індукції спрямований вздовж осі кола, і його напрямок також визначається правилом правого гвинта.

3. Магнітне поле соленоїда (Рис. 4.34).

Соленоїдом називається циліндрична котушка, що містить велику кількість витків одного діаметру, розміщених послідовно.

При протіканні по соленоїду електричного струму він створює магнітне поле, яке майже повністю зосереджене всередині соленоїда.

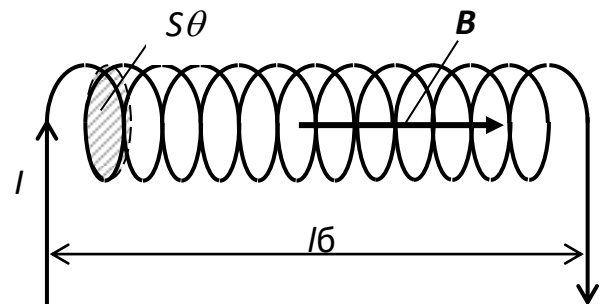


Рис. 4.34

Експериментально і теоретично доведено, що для нескінченно довгого соленоїда магнітне поле всередині соленоїда є *однорідним*, тобто магнітна індукція має однакову величину і напрямок у всіх точках всередині соленоїда. На практиці для створення магнітного поля з досить високим ступенем однорідності необхідно, щоб довжина соленоїда набагато перевищувала його діаметр.

Силкові лінії поля паралельні осі соленоїда, а величина магнітної індукції:

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{l} = \mu_0 \mu n I, \quad (4.105.)$$

де I – сила струму, N – кількість витків, l – довжина соленоїда, $n = N/l$ – густина витків (кількість витків на одиницю довжини).

Еквівалентна формула для напруженості поля всередині соленоїда:

$$H = nI. \quad (4.106.)$$

Картина силових ліній поля, створеного соленоїдом, представлена на Рис. 4.35.

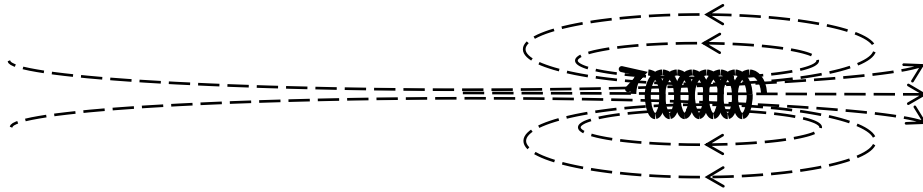


Рис. 4.35

Як буде показано нижче, кожна з цих ліній є замкненою, тобто вони проходять через соленоїд і замикаються в навколишньому просторі.

3. Магнітне поле в речовині

Джерелом магнітного поля може бути електричний струм, який протікає у провіднику, тобто рух електричних зарядів у певному напрямку. В той же час, відомо, що кожний атом речовини містить електрони, які рухаються по певних орбітах навколо ядра, утворюючи своєрідний контур зі струмом. Тобто в кожному атомі існують мікроструми, які створюють навколо себе власне магнітне поле. Тому кожна речовина має певні магнітні властивості, внаслідок яких магнітне поле в речовині відрізняється від магнітного поля у вакуумі в μ разів, де μ – *магнітна проникність речовини*. З метою врахування впливу речовини на магнітне поле вводять ще одну силову характеристику поля – *напруженість магнітного поля* $\vec{H}$:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}, \quad (4.107.)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

Одиниця напруженості магнітного поля – *ампер на метр* (А/м).

Магнітне поле, створене деяким струмом I , залежить від того, в якому середовищі воно створюється. В законі Біо–Савара–Лапласа це враховується за допомогою множника μ (магнітної проникності), який визначає магнітні властивості речовини. Магнітна індукція пропорційна μ :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (4.108.)$$

де $\vec{H}$ – напруженість магнітного поля, яка не залежить від середовища.

Розглянемо процеси в речовині на мікроскопічному рівні, які впливають на магнітні властивості речовини.

Кожний атом речовини має в своєму складі електрони, які, згідно з найбільш простою моделлю, обертаються навколо атомного ядра по певних орбітах. Електрон, що обертається по орбіті, можна розглядати як замкнений струм, який має *орбітальний магнітний момент*:

$$\vec{p}_{m_l} = I \vec{S} = e v \vec{S}, \quad (4.109.)$$

де $I = ev$ – сила струму, v – частота обертання електрона по орбіті, e – заряд електрона (елементарний заряд), $\vec{S}$ – площа орбіти (вектор, напрямок якого визначається за правилом правого гвинта).

Крім орбітального магнітного моменту, електрон має також *власний магнітний момент*, модуль якого не залежить від стану електрона і завжди має одну й ту саму величину. Наявність власного магнітного моменту електрона пов'язана з тим, що кожний електрон має певний (однаковий для всіх електронів) момент імпульсу, який називається *спіном*. Умовно можна уявити, що кожний електрон швидко обертається навколо осі, яка проходить через його центр мас, і саме це обертання зумовлює його спін (слід сказати, що це дуже примітивне уявлення, але воно дозволяє якісно пояснити деякі явища в межах класичної фізики). Власний магнітний момент електрона $\vec{p}_{m_s}$ називається *спіновим магнітним моментом*, оскільки його першопричиною є саме спін.

Ядро атома також має власний (спіновий) магнітний момент, але він набагато (на кілька порядків) менший за магнітний момент електронів, і ним можна знехтувати.

Таким чином, загальний *магнітний момент атома* дорівнює векторній сумі орбітальних і спінових магнітних моментів електронів цього атома:

$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_{m_l} + \sum \vec{p}_{m_s}. \quad (4.110.)$$

Існує ряд хімічних елементів, атоми яких за відсутності зовнішнього магнітного поля мають нульовий магнітний момент, тобто магнітні моменти електронів у таких атомах взаємно скомпенсовані.

Кожний магнітний момент створює своє магнітне поле в навколишньому просторі. Тому навколо кожного атома з ненульовим магнітним моментом існує магнітне поле, створене цим атомом. Магнітне поле всередині речовини – це суперпозиція всіх магнітних полів, які діють у цьому просторі і які можна розділити на зовнішнє поле і внутрішнє поле. Під

внутрішнім полем слід розуміти суперпозицію магнітних полів, створених магнітними моментами атомів речовини. Характеристикою внутрішнього поля є *намагніченість* речовини.

Векторна сума магнітних моментів атомів одиниці об'єму речовини називається її намагніченістю:

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V} \quad (4.111.)$$

Для слабомагнітних речовин намагніченість пропорційна напруженості зовнішнього магнітного поля $\vec{H}$:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (4.112.)$$

де χ – коефіцієнт пропорційності, який називається *магнітною сприйнятливістю* речовини. В залежності від взаємної орієнтації векторів $\vec{J}$ і $\vec{H}$, магнітна сприйнятливість може набувати як додатних, так і від'ємних значень.

Магнітна індукція в речовині враховує вклад як внутрішнього, так і зовнішнього полів:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}). \quad (4.113.)$$

Враховуючи (4.108), знайдемо:

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (4.114.)$$

звідки знайдемо зв'язок між магнітною проникністю і магнітною сприйнятливістю речовини:

$$\mu = 1 + \chi. \quad (4.115.)$$

Магнітна проникність і магнітна сприйнятливість є безрозмірними величинами.

4. Типи магнетиків

Кожна речовина є *магнетиком*, оскільки під впливом зовнішнього магнітного поля змінюється величина і орієнтація магнітних моментів її атомів, внаслідок чого речовина у магнітному полі отримує певну намагніченість. В залежності від кількісних характеристик цієї здатності розрізняють такі типи магнетиків:

- 1) діамагнетики $(\chi < 0, \mu < 1);$
- 2) парамагнетики $(\chi > 0, \mu > 1);$

3) феромагнетики ($\chi \gg 1, \mu \gg 1$).

В діа- і парамагнетиках магнітні властивості проявляються дуже слабо. Магнітна індукція ззовні і всередині цих речовин майже однакова ($\mu \approx 1$), тобто зовнішнє магнітне поле проходить через ці речовини, майже не змінюючись за величиною.

За відсутності зовнішнього поля намагніченість цих речовин дорівнює нулю. При появі зовнішнього поля з'являється і намагніченість речовини, причому величина намагніченості дуже мала порівняно з напруженістю зовнішнього поля. У діамагнетиках вектори $\vec{J}$ і $\vec{H}$ спрямовані протилежно, у парамагнетиках їх напрями співпадають.

Діамагнетизм властивий усім атомам без винятку. Його причиною є прецесія (обертання) орбітальних магнітних моментів електронів навколо силових ліній магнітного поля, внаслідок чого виникає додатковий орбітальний момент, спрямований проти поля. При цьому виникає намагніченість речовини, протилежна за напрямком до зовнішнього магнітного поля ($\chi < 0$). Якщо речовина складається з атомів, магнітні моменти яких дорівнюють нулю, то ця речовина є діамагнетиком.

Парамагнетизм спостерігається в речовинах, атоми яких мають магнітний момент, що не дорівнює нулю. За відсутності зовнішнього поля магнітні моменти атомів орієнтовані у просторі хаотично, а тому середній магнітний момент одиниці об'єму речовини (намагніченість) дорівнює нулю. При наявності поля воно орієнтує магнітні моменти атомів вздовж вектора напруженості, що приводить до появи намагніченості, величина якої пропорційна напруженості і співпадає з нею за напрямком ($\chi > 0$).

Кожний тип магнетизму має свою магнітну сприйнятливість. Якщо речовина складається з атомів, магнітні моменти яких не дорівнюють нулю, то в ній під дією зовнішнього магнітного поля будуть одночасно ініціюватись явища діамагнетизму і парамагнетизму. Тому належність цієї речовини до відповідного типу магнетиків буде визначатись знаком алгебраїчної суми діамагнітної і парамагнітної сприйнятливостей даної речовини.

Більшість речовин за магнітними властивостями є діа- або парамагнетиками. Це – більшість металів та неметалів, органічні речовини, гази, рідини тощо. Можна навести деякі приклади.

До діамагнетиків належать:

вода ($\chi = -9 \cdot 10^{-6}$), мідь ($\chi = -1 \cdot 10^{-5}$), кухонна сіль ($\chi = -1,2 \cdot 10^{-5}$).

До парамагнетиків належать:

повітря ($\chi = 4 \cdot 10^{-7}$), алюміній ($\chi = 2,3 \cdot 10^{-5}$), платина ($\chi = 3,6 \cdot 10^{-4}$).

З наведених прикладів видно, що магнітна сприйнятливість діа- і парамагнетиків $\chi \ll 1$, тому ці речовини є слабомагнітними.

Магнітна сприйнятливість в загальному випадку залежить від температури. Наведені вище величини виміряні при кімнатній температурі.

Феромагнетики – це сильномагнітні речовини, які можуть бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля. До них відносяться залізо, нікель, кобальт, деякі рідкоземельні елементи, а також їх сплави і хімічні сполуки.

Для чистого заліза максимальне значення магнітної проникності $\mu_{\max} \approx 5000$, тобто магнітна індукція всередині заліза зростає, порівняно з вакуумом, в 5000 разів. Слід зазначити, що і ця величина далека від рекордних значень. Створені спеціальні сплави, для яких магнітна проникність в певному діапазоні напруженостей магнітного поля досягає сотень тисяч.

Крім високих значень $\mu_{\max}$, феромагнетики мають ряд інших характерних особливостей, які суттєво відрізняють їх від діа- і парамагнетиків. Наприклад, залежність намагніченості від напруженості зовнішнього поля $J(H)$ у феромагнетиках має нелінійний характер. При зростанні напруженості поля від нуля намагніченість феромагнетика спочатку швидко збільшується, а потім виходить на певний сталий рівень (намагніченість насичення $J_{\text{нас}}$) і її зростання припиняється. В той же час аналогічні залежності для діа- і парамагнетиків мають лінійний характер.

Слід зазначити, що феромагнетики зберігають свої властивості в обмеженому діапазоні температур. При нагріванні феромагнетика вище деякої критичної температури T_k , яку називають *точкою Кюрі*, він втрачає свої властивості і перетворюється на парамагнетик. При зниженні температури нижче T_k феромагнітні властивості знов повертаються, тобто таке перетворення є оборотним. Перехід з одного стану в інший відбувається без поглинання або виділення теплоти, тобто у точці Кюрі відбувається фазовий перехід II роду.

5. Закон Ампера

На основі експериментальних досліджень французький фізик Ампер встановив, що на провідник зі струмом у магнітному полі діє сила, і сформулював відповідний закон – закон Ампера:

на елемент провідника зі струмом довжиною dl у магнітному полі діє сила, пропорційна силі струму у провіднику I і векторному добутку елемента довжини dl на магнітну індукцію B :

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}] \quad (4.116.)$$

Модуль сили Ампера визначається формулою:

$$dF = I \cdot B \cdot dl \cdot \sin \alpha, \quad (4.117.)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і $\vec{B}$.

У випадку, коли кут α близький до 90° , напрямок вектора сили, відповідно до загального правила векторного добутку, можна визначити за правилом лівої руки (рис. 4.37):

якщо долоню лівої руки розмістити так, щоб у неї входили лінії магнітної індукції, а чотири витягнугих пальці спрямувати вздовж напрямку струму в провіднику, то відставлений великий палець вкаже напрямку сили, що діє на провідник зі струмом.

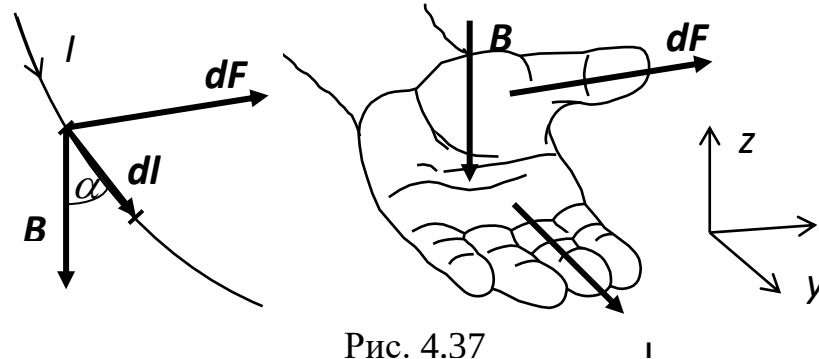


Рис. 4.37

Щоб визначити силу, яка діє з боку поля на весь провідник зі струмом, необхідно проінтегрувати вираз (4.116) по всій довжині ділянки провідника, яка знаходиться в магнітному полі:

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F}$$

Наприклад, для прямолінійного провідника, ділянка якого довжиною l знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B , сила, що діє на провідник:

$$F = I \cdot B \cdot l \cdot \sin \alpha. \quad (4.118.)$$

Використовуючи формули для магнітної індукції поля прямого струму і (4.117), можна довести, що два паралельних нескінченно довгих провідника зі струмами I_1 та I_2 , відстань між якими дорівнює R , взаємодіють з

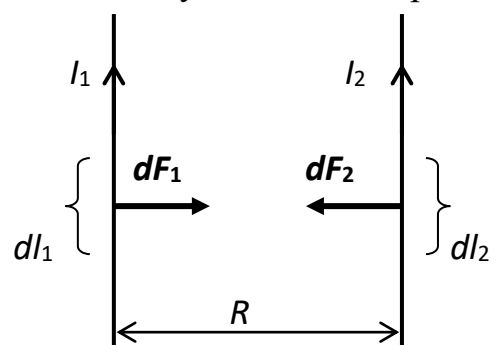


Рис. 4.38

такими силами, що на елемент довжиною dl кожного провідника діє сила (рис. 4.38):

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{R} \cdot dl \quad (4.119.)$$

Якщо напрямки струмів у провідниках однакові, то провідники взаємно притягуються, якщо напрямки струмів протилежні – взаємно відштовхуються.

6. Сила Лоренца

Сила Ампера, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі, зумовлена впорядкованим рухом зарядів усередині провідника, оскільки електричний струм – це рух зарядів. Якщо струм у провіднику зникає (припиняється рух зарядів), зникає й сила Ампера, що діє на провідник. По суті, сила з боку магнітного поля діє не на сам провідник, а на рухомі заряди всередині провідника. Величину сили, що діє на ділянку провідника, знайдемо зі співвідношення (4.117), а кількість рухомих зарядів у цій ділянці знайдемо за їх концентрацією, яку можна знайти зі співвідношення:

$$j = n e v.$$

Звідси можна визначити силу, що діє на кожний окремий заряд. Цю силу вперше визначив Лоренц.

Силою Лоренца називається сила, що діє з боку магнітного поля на рухомий електричний заряд.

Сила Лоренца, що діє на електричний заряд Q , який рухається зі швидкістю $\vec{v}$ у магнітному полі з індукцією $\vec{B}$, визначається за допомогою формули:

$$\vec{F} = Q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (4.120.)$$

Напрямок сили Лоренца також визначають за допомогою правила лівої руки із врахуванням тієї обставини, що напрямок струму – це напрямок руху *позитивних* зарядів. Тобто при $Q > 0$ чотири пальці лівої руки необхідно спрямовувати вздовж вектора швидкості частинки, а при $Q < 0$ – у протилежному напрямку.

Модуль сили Лоренца дорівнює

$$F = Q v B \cdot \sin \alpha, \quad (4.121.)$$

де α – кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

Сила Лоренца завжди перпендикулярна до вектора швидкості руху зарядженої частинки, тому вона змінює лише напрямок цієї швидкості, не змінюючи її модуля.

Отже, *сила Лоренца роботи не виконує* (сила завжди перпендикулярна до елементарного переміщення). Тому кінетична енергія частинки під час її руху в магнітному полі залишається сталою.

Якщо на рухомий електричний заряд Q , крім магнітного поля з індукцією B , діє також і електричне поле з напруженістю E , то результуюча сила, що діє на заряд (її іноді називають *узагальненою силою Лоренца*), дорівнює векторній сумі сил, що діють з боку обох полів:

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (4.122.)$$

7. Рух заряджених частинок у магнітному полі

Розглянемо однорідне магнітне поле, тобто будемо вважати, що магнітна індукція є сталою у всіх точках простору.

Розглянемо різні випадки, що відрізняються напрямком руху частинки відносно магнітного поля.

1) Якщо заряджена частинка рухається *вздовж* ліній магнітної індукції, то кут α у формулі (4.121) дорівнює 0 або π , і сила Лоренца дорівнює нулю. Тобто частинка в цьому випадку рухається прямолінійно і рівномірно.

2) Якщо частинка рухається *перпендикулярно* до вектора $\vec{B}$, то сила Лоренца є сталою за модулем:

$$F = QvB$$

і перпендикулярна до траєкторії частинки, що призводить до викривлення траєкторії зі сталим радіусом кривизни r . В цьому випадку частинка рухається по колу радіуса r , а сила Лоренца відіграє роль доцентрової сили:

$$QvB = \frac{mv^2}{r},$$

звідки

$$r = \frac{mv}{QB}. \quad (4.123.)$$

Отже, радіус траєкторії частинки залежить від її швидкості, магнітної індукції і відношення Q/m , яке називається *питомим зарядом* (зарядом одиниці маси) частинки.

Період обертання частинки по колу (час повного оберту):

$$T = \frac{2\pi r}{v}, \quad (4.124.)$$

або

$$T = \frac{2\pi m}{BQ}. \quad (4.125.)$$

Звідси можна визначити так звану *циклотронну частоту* (циклічну частоту обертання заряджених частинок у магнітному полі):

$$\omega_{\text{цикл}} = 2\pi \nu_{\text{цикл}} = \frac{Q}{m} \cdot B. \quad (4.126.)$$

Таким чином, циклотронна частота (як і період обертання) залежить лише від питомого заряду частинки та від індукції магнітного поля і *не залежить від швидкості частинки*. Цей висновок справедливий для нерелятивістських частинок (тобто за умови $v \ll c$).

3) Якщо швидкість зарядженої частинки спрямована під кутом α до вектора $\vec{B}$, то вона буде рухатись по гвинтовій лінії (спіралі) (рис. 4.39). При цьому радіус спіралі визначається формулою:

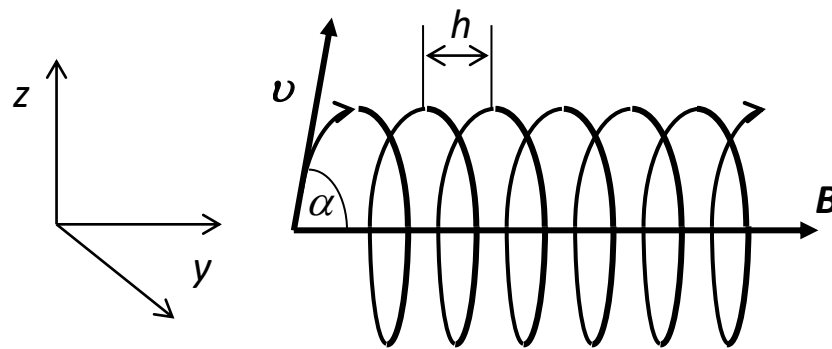


Рис. 4.39

$$r = \frac{mv \cdot \sin \alpha}{QB}, \quad (4.127.)$$

а крок спіралі:

$$h = \frac{2\pi m v \cdot \cos \alpha}{QB}. \quad (4.128.)$$

Однією з характерних ознак руху зарядженої частинки у магнітному полі є те, що віссю її спіральної траєкторії є одна й та сама силова лінія поля. Це виконується також і у випадку неоднорідних полів складної геометрії. Тому заряджена частинка, що потрапила в зону дії магнітного поля, вимушена рухатися вздовж його силових ліній по спіральній траєкторії, навіть у тому випадку, якщо напрямок силових ліній змінюється у просторі. На цьому принципі базується дія *магнітних уловлювачів* заряджених частинок, які застосовуються в наукових дослідженнях. Подібні ж процеси відбуваються і в магнітосфері Землі, яку можна розглядати як величезний постійний магніт, що створює в навколишньому космічному просторі магнітне поле. Магнітосфера захищає Землю від бомбардування зарядженими частинками, які летять від Сонця і зірок. Ці частинки під дією магнітного поля Землі змінюють напрямок свого руху і рухаються по спіральних траєкторіях до магнітних полюсів Землі. У випадку, коли інтенсивність потоку частинок досягає великих значень (періоди магнітних бур), в атмосфері полярних областей можна спостерігати *полярні сяйва* – оптичні явища, зумовлені взаємодією частинок великої кінетичної енергії з атмосферою.

8. Ефект Холла

Американський фізик Е. Холл у 1879 році провів експеримент, у якому пропускав постійний струм через золоту пластину M і вимірював різницю потенціалів

$\Delta\varphi$ між
протилежними
точками A і C на
верхній і нижній
гранях (Рис. 4.40).
Оскільки ці точки
лежать в одному
поперечному
перерізі провідника

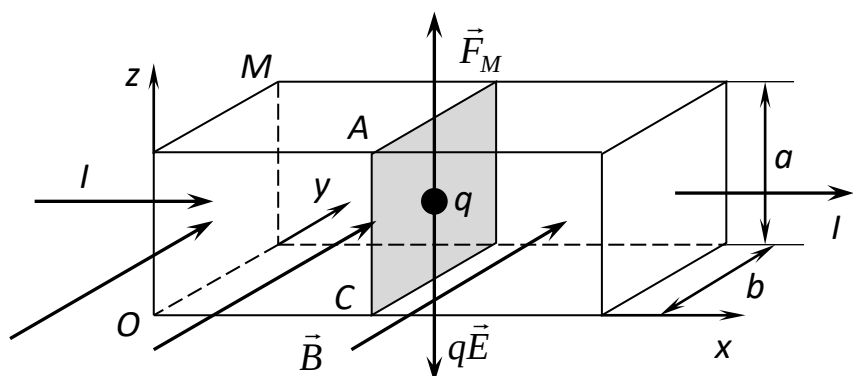


Рис. 4.40

M , то, як і слід було очікувати, $\Delta\varphi = 0$. Коли ж пластинка зі струмом була поміщена в магнітне поле, яке перпендикулярне її бічним граням, то потенціали точок A і C стали різними. Це явище отримало назву *ефекту Холла*. Було встановлено, що різниця потенціалів $\Delta\varphi$ між точками A і C

пропорційна силі струму I , індукції B і обернено пропорційна ширині b пластини, тобто:

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = R \frac{IB}{b}, \quad (4.129.)$$

де R – стала Холла.

Подальші дослідження показали, що ефект Холла спостерігається у всіх провідниках і напівпровідниках незалежно від їх матеріалу. Причому зміна напрямку струму або вектора $\vec{B}$ магнітної індукції на протилежний призводить до зміни знака різниці потенціалів $\varphi_A - \varphi_C$. Числове значення сталої Холла залежить від матеріалу пластинки M , причому цей коефіцієнт для одних речовин додатній, а для інших від’ємний.

Пояснити ефект Холла можна таким чином:

нехай струм, що проходить по пластині обумовлений впорядкованим рухом частинок – носіїв заряду q . Якщо їх концентрація n_0 , а середня швидкість їх впорядкованого руху $\langle \vec{v} \rangle$, то сила струму

$$I = qv_x n_0 S = qv_x n_0 ab, \quad (4.130.)$$

де $S = ab$ – площа поперечного перерізу пластини; v_x – проекція вектора v на вісь Ox , яка проведена у напрямі вектора $\vec{j}$ густини струму.

Якщо заряд частинок, що створюють струм, $q > 0$, то їх швидкість $\langle \vec{v} \rangle$ співпадає з напрямом струму і $v_x = \langle v \rangle$. Якщо заряд $q < 0$, то їх швидкість $\langle \vec{v} \rangle$ частинок протилежна до напрямку вектора $\vec{j}$ густини струму і $v_x = -\langle v \rangle < 0$, але $qv_x = |q| \langle v \rangle > 0$.

На частинку, що рухається в магнітному полі з індукцією $\vec{B}$, діє магнітна складова сили Лоренца:

$$\vec{F}_M = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Якщо розглядати вказаний на рис. 10 напрям струму і вектора $\vec{B}$, то сила $\vec{F}_M$ напрямлена вгору (вздовж позитивного напрямку осі Oz). Під дією сили $\vec{F}_M$ частинки мають відхилятися в бік верхньої грані пластинки, так що на верхній грані утвориться надлишок зарядів того самого знаку, що і q , а на нижній – надлишок зарядів протилежного знаку. Внаслідок цього в пластинці виникає поперечне електричне поле, напрямлене зверху до низу, якщо заряди q позитивні, і знизу до гори, якщо вони негативні.

Нехай напруженість кулонівського поля, що утворилася, буде $\vec{E}$. Тоді сила $q\vec{E}$, яка діє з боку поперечного електричного поля на заряд q , напрямлена в бік, протилежний силі $\vec{F}_M$. У випадку усталеного стану сила Лоренца, що діє на носій заряду q , дорівнює нулю:

$$q\vec{E} + q[\langle \vec{v} \rangle \vec{B}] = 0,$$

звідки напруженість усталеного поперечного електричного поля (**поля Холла**)

$$\vec{E} = -[\langle \vec{v} \rangle \vec{B}]. \quad (4.131.)$$

Вектор $\vec{E}$ напрямлений вздовж осі Oz , а його проекція на цю вісь дорівнює

$$E_z = -v_x B. \quad (4.132.)$$

Відповідно різниця потенціалів між точками A і C дорівнює

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{IB}{qn_0 b}. \quad (4.133.)$$

Ми бачимо, що отриманий результат співпадає з експериментальною формулою (4.133). Порівняння цих формул дає сталу Холла:

$$R = \frac{1}{qn_0}. \quad (4.134.)$$

Звідси зрозуміло що знак сталої Холла співпадає із знаком заряду q частинок, які обумовлюють провідність даного матеріалу. Тому ґрунтуючись на вимірюваннях сталої Холла для напівпровідників можна зробити висновок про природу його провідності: якщо $R < 0$, то провідність електронна, якщо $R > 0$, то провідність діркова. Якщо в напівпровіднику одночасно існує обидва типи провідності, то по знаку сталої Холла можна робити висновок про те, який з них є переважаючим.

За допомогою сталої Холла можна також визначити концентрацію носіїв заряду, якщо характер провідності і заряд носія відомі (наприклад, для металів):

$$n_0 = \frac{1}{qR}.$$

Так, для одновалентних металів виявилось, що концентрація електронів провідності співпадає з концентрацією атомів.

Знаючи сталу Холла для електронного провідника, можна оцінити значення $\langle \lambda \rangle$ середньої довжини вільного пробігу електронів. Виявилось, що:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{2m\langle u \rangle \gamma}{n_0 e^2} = \frac{2m\langle u \rangle \gamma |R|}{e}, \quad (4.135.)$$

де e і m – абсолютні значення заряду електрона і його маси; $\langle u \rangle$ – середня швидкість теплового руху електронів в провіднику; γ – питома електрична провідність.

Виявилося, що середня довжина вільного пробігу електронів в металах сягає сотен міжвузлових відстаней: $\langle \lambda \rangle \sim 10^{-8}$ м.

§4.7 Електромагнітна індукція

1. Магнітний потік

Якщо якась векторна величина має безперервний розподіл у просторі, то за певними математичними правилами можна визначити потік цього вектора через деякий замкнений контур. Раніше ми вже визначили потік вектора напруженості електростатичного поля. Аналогічно можна визначити і потік вектора магнітної індукції $\vec{B}$ (магнітний потік).

Магнітним потоком через малий замкнений контур називається скалярний добуток магнітної індукції на вектор, що чисельно дорівнює площі контуру і спрямований перпендикулярно до нього:

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos \alpha, \quad (4.136.)$$

де $d\vec{S}$ – вектор, модуль якого дорівнює площі контуру, а напрям співпадає з нормаллю до площини контуру; α – кут між векторами $\vec{B}$ і $d\vec{S}$ (Рис. 4.41). Це співвідношення справедливе в тому випадку, коли контур за розмірами є досить малим для того, щоб магнітне поле в межах цього контуру вважати однорідним.

Магнітний потік – це алгебраїчна величина, знак якої визначається знаком величини $\cos \alpha$. При цьому знак буде залежати від того, який з двох напрямків перпендикуляр до контуру обраний за напрямком вектора $d\vec{S}$. Якщо контур обмежує частину замкненої поверхні, то обирається напрямок назовні по відношенню до об'єму, який знаходиться

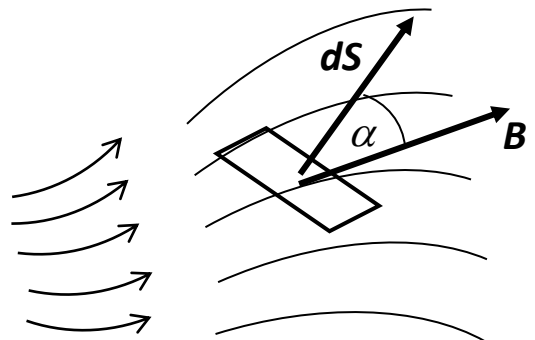


Рис. 4.41

всередині замкненої поверхні.

Магнітний потік може бути як позитивним, так і негативним, в залежності від знаку $\cos\alpha$, і визначається напрямком нормалі до контуру. Можна сказати, що магнітний потік – це величина, пропорційна кількості силових ліній магнітного поля, що пронизують даний контур.

Одиниця магнітного потоку в системі СІ – *вебер* (Вб): $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$.

Для визначення магнітного потоку через довільну поверхню S (в тому числі криволінійну) необхідно обчислити інтеграл:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B \cdot \cos\alpha dS \quad (4.137.)$$

Якщо поверхня S є замкненою, то кожна силова лінія магнітного поля перетинає її двічі, коли заходить всередину, а потім виходить назовні. Оскільки нормаль до поверхні завжди спрямована назовні, то в першому випадку вклад сигової лінії у магнітний потік має знак «-», а в другому – знак «+». Отже, сумарний вклад кожної сигової лінії у потік дорівнює нулю, і загальний потік усіх силових ліній теж дорівнює нулю. Ми прийшли до теорему Гауса для магнітного поля:

магнітний потік через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (4.138.)$$

Цей результат принципово відрізняється від отриманого раніше для

потоку вектора напруженості електростатичного поля $\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i$, де у правій частині рівняння – вираз, пропорційний сумі електричних зарядів всередині замкненої поверхні. Це пов'язано з тим, що електричні силові лінії, на відміну від магнітних, не є замкненими, а починаються і закінчуються на електричних зарядах. Однак, магнітних зарядів не існує. Магнітне поле створюється тими ж електричними зарядами, але рухомими. Тому магнітні силові лінії є замкненими, вони не мають ні початку, ні кінця, і саме це приводить до теореми (4.138).

2. Робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі

Розглянемо прямолінійний провідник довжиною l зі струмом I , який знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією $\vec{B}$, вектор якої перпендикулярний до провідника. В цьому випадку, згідно з законом Ампера, на провідник діє сила $\vec{F}$, модуль якої:

$$F = I \cdot B \cdot l$$

Якщо провідник рухається під дією цієї сили (Рис. 4.42), то при його переміщенні на відстань dx виконується робота:

$$dA = F \cdot dx = I B l \cdot dx$$

Під час руху провідника він перетинає у просторі площу:

$$dS = l \cdot dx$$

Звідси

$$dA = I B \cdot dS = I \cdot d\Phi_B, \quad (4.139.)$$

де $d\Phi_B = B \cdot dS$ – магнітний потік через площу dS .

Отже, робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму на магнітний потік, що перетинається провідником під час його руху:

$$dA = I \cdot d\Phi_B. \quad (4.140.)$$

3. Циркуляція вектора магнітної індукції

Раніше було розглянуте поняття циркуляції вектора напруженості електричного поля. Аналогічно можна ввести і циркуляцію вектора магнітної індукції. Це інтеграл від цього вектора по деякому замкненому контуру. При цьому можна сформулювати теорему про циркуляцію вектора магнітної індукції:

циркуляція вектора магнітної індукції по довільному замкненому контуру дорівнює добутку магнітної сталої на алгебраїчну суму струмів, охоплених цим контуром:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k, \quad (4.141.)$$

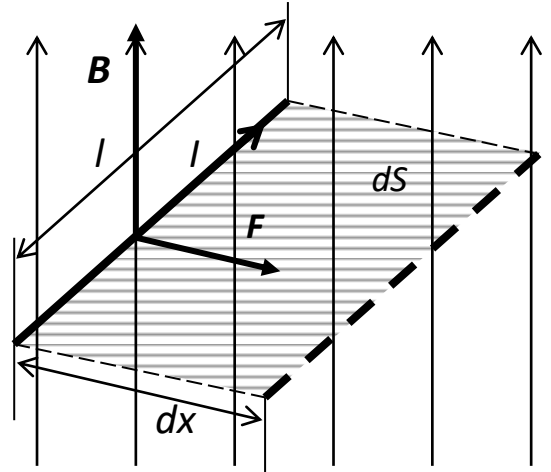


Рис. 4.42

де n – число провідників зі струмами, охоплених замкненим контуром L довільної форми. Знак кожного струму визначається за правилом правого гвинта відносно вибраного напрямку обходу контуру.

Отже, існує принципова різниця між електростатичним і магнітним полями. Циркуляція вектора $\vec{E}$ завжди дорівнює нулю, що не виконується для вектора $\vec{B}$. Це пов'язано з тим, що електростатичне поле є потенціальним, тоді як магнітне поле до потенціальних не відноситься.

Теорема (4.139) використовується для розрахунку магнітних полів, утворених електричними струмами складної форми.

4. Електромагнітна індукція

Як сказано вище, дослідним шляхом було доведено, що електричний струм створює навкруг себе магнітне поле. Але чи можна вирішити зворотню задачу, тобто створити струм у провіднику за допомогою зовнішнього магнітного поля?

Відповідь на це питання була знайдена англійським фізиком М. Фарадеєм у 1831 р. Він поставив задачу: створити за допомогою магнітного поля електричний струм у замкненому електричному колі, в якому відсутні будь-які джерела струму. Схематично зміст деяких його дослідів показано на рис. 4.42.

Електричний струм створювався зовнішнім магнітним полем у котушці, до кінців якої для реєстрації цього струму був приєднаний гальванометр G . В одному з дослідів Фарадея джерелом зовнішнього поля був постійний магніт (Рис. 4.43а). В результаті досліджень було встановлено, що струм у колі відсутній, якщо магніт нерухомий. Якщо ж магніт рухався відносно котушки – стрілка гальванометра відхилялась, реєструючи наявність струму.

В іншому досліді (Рис. 4.43б) поряд з даною котушкою розміщувалась інша котушка меншого розміру, в якій за допомогою гальванічної батареї створювався електричний струм. Цей струм і був джерелом зовнішнього магнітного поля. Якщо обидві котушки були нерухомі – стрілка гальванометра була в нульовому положенні, незважаючи на наявність зовнішнього магнітного поля. Але якщо одна з котушок рухалась відносно іншої – стрілка гальванометра відхилялась. Стрілка відхилялась також у ті моменти, коли ключ K замикався або розмикався (коли поле з'являлось або зникало).

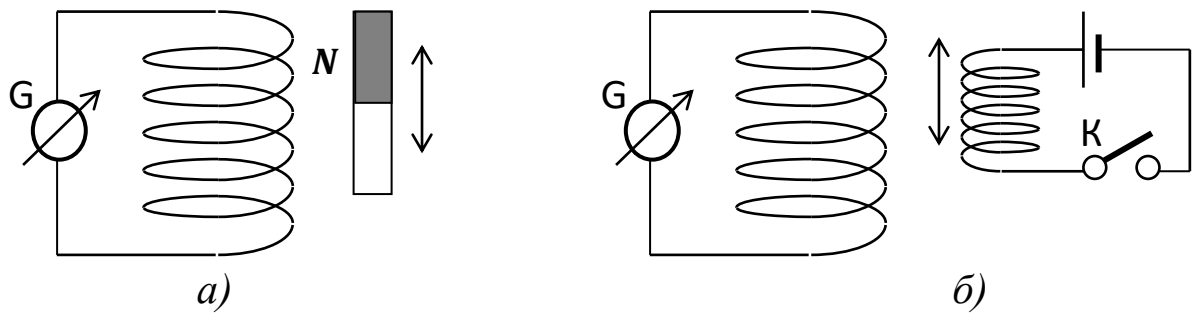


Рис.4.43

В результаті численних дослідів Фарадей дійшов висновку, що струм у замкненому контурі з'являється завжди, коли змінюється магнітний потік через цей контур. При цьому струм викликається електрорушійною силою, яка дістала назву е.р.с. електромагнітної індукції. Величина цієї е.р.с. визначається законом Фарадея:

е.р.с. електромагнітної індукції в контурі чисельно рівна і протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку через цей контур.

$$E_i = - \frac{d\Phi_B}{dt} . \quad (4.142.)$$

Фізичний зміст знаку « $\rightarrow$ » у співвідношенні (7) пояснюється за допомогою правила Ленца:

індукційний струм у контурі завжди має такий напрямок, що створене ним магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку, яка викликала цей індукційний струм.

За допомогою правила Ленца можна встановити, який з двох можливих напрямків індукційного струму в контурі виникає в кожному конкретному випадку. Наприклад, збільшення магнітного потоку ($d\Phi_B/dt > 0$) викликає е.р.с. $E_i < 0$, тобто власне магнітне поле індукційного струму спрямоване назустріч зовнішньому полю, яке створює цей магнітний потік, і, таким чином, протидіє зростанню його потоку. І навпаки, зменшення зовнішнього магнітного потоку ($d\Phi_B/dt < 0$) викликає е.р.с. $E_i > 0$, тобто напрямки зовнішнього магнітного поля і поля, створеного індукційним струмом, співпадають. Власне магнітне поле струму додається до зовнішнього і протидіє зменшенню його потоку.

5. Самоіндукція

Електричний струм, що тече по замкненому контуру, створює навкруг себе магнітне поле, індукція якого, згідно з законом Біо–Савара–Лапласа,

пропорційна силі струму. Магнітний потік цього поля через даний контур, таким чином, пропорційний струму в контурі:

$$\Phi_B = L I, \quad (4.143.)$$

де L – коефіцієнт пропорційності, який називається індуктивністю контуру. Індуктивність залежить від геометричних розмірів і форми контуру.

Одиницею індуктивності в системі СІ є *генрі* (Гн).

При зміні сили струму буде змінюватись і магнітний потік, а тому, згідно з законом Фарадея, в контурі буде виникати електрорушійна сила, яка називається е.р.с. самоіндукції:

$$E_s = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(L I) = -L \frac{dI}{dt}. \quad (4.144.)$$

Знак «–», зумовлений правилом Ленца, свідчить про те, що наявність індуктивності в електричному колі приводить до сповільнення швидкості зміни струму в цьому колі.

При $dI/dt > 0$ (струм зростає) маємо $E_s < 0$, тобто струм самоіндукції спрямований назустріч струму від зовнішнього джерела і гальмує його зростання. При $dI/dt < 0$ (струм зменшується) – $E_s > 0$, тобто струм самоіндукції додається до зовнішнього струму і сповільнює його зменшення. Таким чином, індуктивність зумовлює електричну інертність електричного кола, завдяки якій будь-яка зміна струму гальмується. Тому для змінного струму індуктивність створює додатковий, індуктивний опір, який залежить від величини індуктивності і від швидкості зміни струму, тобто від його частоти. Для постійного струму індуктивний опір дорівнює нулю, незалежно від величини індуктивності.

Типовим елементом електричного кола, який має індуктивність, є котушка, що містить певну кількість витків дроту. Прикладом такої котушки є соленоїд. Як було визначено, магнітна індукція всередині соленоїда:

$$B = \frac{\mu_0 \mu N I}{l}, \quad (4.145.)$$

де I – сила струму, N – кількість витків, l – довжина соленоїда.

Тоді повний магнітний потік через соленоїд (так зване *потокосцеплення*) дорівнює сумі потоків через усі витки соленоїда:

$$\Phi_B = B S N = \frac{\mu_0 \mu N^2 I S}{l}, \quad (4.146.)$$

де S – площа одного витка.

Порівнюючи, знайдемо індуктивність соленоїда:

$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l} = \mu_0 \mu n^2 V \quad (4.147.)$$

Де $V = Sl$ – об'єм соленоїда; $n = N/l$ – густина витків (кількість витків на одиницю довжини) соленоїда.

6. Енергія магнітного поля

Розглянемо контур, що має індуктивність L , по якому протікає струм силою I . Магнітний потік через цей контур, створений власним магнітним полем, згідно з:

$$\Phi_B = L I.$$

При зміні сили струму на dI потік змінюється на величину

$$d\Phi_B = L \cdot dI \quad (4.148.)$$

При цьому виконується робота:

$$dA = I d\Phi_B = L I \cdot dI.$$

Повна робота по створенню магнітного поля струмом I :

$$A = \int_0^I L I dI = \frac{L I^2}{2}.$$

Таким чином, магнітне поле контуру зі струмом містить у собі енергію:

$$W = \frac{L I^2}{2} \quad (4.149.)$$

У випадку соленоїда магнітне поле практично повністю сконцентроване у внутрішньому об'ємі соленоїда.

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l} I^2 \quad (4.150.)$$

де:

$$I = \frac{l}{\mu_0 \mu N} B \quad (4.151.)$$

Звідси:

$$W = \frac{B^2}{2 \mu_0 \mu} V = \frac{BH}{2} V \quad (4.152.)$$

де $V = l S$ – об'єм поля, H – напруженість магнітного поля.

Таким чином, густина енергії магнітного поля (енергія одиниці об'єму поля):

$$w_m = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} \quad (4.153.)$$

При порівнянні цих співвідношень з аналогічними для електростатичного поля можна побачити, що вони мають однакову математичну форму. Це свідчить про те, що, незважаючи на ряд відмінностей (наприклад, математична форма теорем Гауса), електричне та магнітне поля мають і багато спільних рис. Далі буде показано, що зв'язок між цими полями настільки тісний, що можна говорити не про окремі електричне та магнітне поля, а про єдине *електромагнітне поле*, яке проявляється в електричних та магнітних явищах.

§ 4.8 «Електричні коливання. Змінний електричний струм»

1. Обертання замкнутого контуру в магнітному полі

Явище електромагнітної індукції застосовується для перетворення механічної енергії на електричну. Для цього застосовуються генератори змінного струму, принцип дії яких розглянемо на прикладі замкнутого контуру, що рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі (Рис. 4.44).

Кут повороту контуру α і кутова швидкість ω при рівномірному обертанні зв'язані співвідношенням:

$$\alpha = \omega t,$$

де t – час. Магнітний потік через контур визначається співвідношенням:

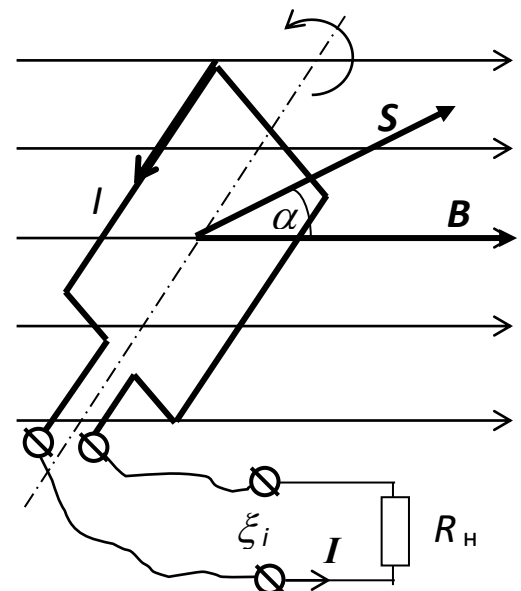
$$\Phi_B = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t \quad (4.154.)$$

Е.р.с. електромагнітної індукції у контурі (закон Фарадея):

$$E_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = BS\omega \cdot \sin \omega t = E_m \sin \omega t \quad (4.155.)$$

де $E_m = BS\omega$ – амплітуда коливань е.р.с.

Як видно з (4.154.), у контурі при його обертанні в магнітному полі збуджується змінна е.р.с., яка з часом змінюється за величиною і напрямком за синусоїдальним законом, а контур у цьому випадку є джерелом змінного електричного струму, частота якого дорівнює частоті обертання контуру. Цей струм можна



спрямувати через деякий споживач – навантаження $R_{\text{н}}$. У цьому полягає принцип роботи генератора змінного електричного струму.

В реальних генераторах навколо осі обертається ротор, на якому закріплена обмотка з багатьох витків дроту, в кожному з яких індукується е.р.с. за описаним вище принципом. Магнітне поле створюється системою постійних або електричних магнітів. Для обертання ротора необхідно мати зовнішнє джерело механічної енергії (наприклад, гідротурбіну або парову турбіну). Таким чином, електрогенератор здійснює перетворення механічної енергії на електричну.

Зворотнє перетворення енергії (з електричної на механічну) можна здійснити, наприклад, за допомогою електродвигуна. Якщо через контур, поміщений у магнітне поле, пропускати струм від стороннього джерела, то на нього буде діяти обертальний момент, зумовлений силою Ампера. Внаслідок цього контур буде обертатись, і при цьому він здатний виконувати певну механічну роботу. В цьому полягає принцип роботи електродвигуна.

Змінний струм виробляється генераторами електростанцій і поступає в мережу споживачів електроенергії для електричного живлення різноманітних пристроїв. У реальних електрогенераторах рухома частина (ротор) генератора має обмотку, що складається з великої кількості витків дроту, завдяки чому відповідно збільшується е.р.с. генератора. Але принципова основа роботи генератора залишається такою ж, як і для одного витка (контур) (див. рис. 1). Як було визначено, при цьому залежність е.р.с. індукції від часу має такий вигляд (див. (4.44.)):

$$E = E_m \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (4.156.)$$

де ω – кутова швидкість обертання контуру (циклічна частота змінного струму). Заміна функції $\sin$ на $\cos$ не є принциповою, оскільки тип функції визначається лише вибором початкового моменту часу (*початковою фазою* е.р.с. φ_0).

Напруга на вихідних клеммах генератора визначається електрорушійною силою і має таку ж залежність від часу:

$$U = U_m \cos(\omega t + \varphi_{0U}), \quad (4.157.)$$

де U_m – амплітудне значення напруги, φ_{0U} – початкова фаза напруги. Фактично в нормальному режимі роботи (коли генератор не перевантажений) $U_m \approx E_m$.

Якщо до клем генератора приєднати електричне навантаження $R_{\text{н}}$, утвориться замкнене електричне коло, в якому під дією змінної е.р.с. потече змінний електричний струм. Сила струму залежить від часу за законом:

$$I = I_m \cos(\omega t + \varphi_{0_I}), \quad (4.158.)$$

де I_m – амплітуда сили струму, φ_{0_I} – початкова фаза струму.

2. Змінний електричний струм

Для аналізу кіл змінного електричного струму застосовують *метод векторних діаграм*, який полягає в тому, що електричні величини (сила струму, напруга, е.р.с.) зображуються векторами відповідної величини і орієнтації, які виходять із початку координат і обертаються навколо початку координат O проти стрілки годинника із частотою, рівною частоті змінного струму (рис. 4.45). При цьому модуль вектора дорівнює амплітудному значенню відповідної величини, а його кут відносно осі x у початковий момент часу дорівнює початковій фазі φ_0 цієї величини. У наступні моменти часу цей кут завдяки обертанню вектора змінюється. Поточне значення цього кута φ_t для моменту часу t називається *фазою* коливань:

$$\varphi_t = \omega t + \varphi_0. \quad (4.159.)$$

Порівнюючи співвідношення, можна побачити, що різниця фаз напруги і струму φ (зсув фази напруги відносно струму) залишається сталою у часі, оскільки циклічна частота ω є однаковою для цих величин:

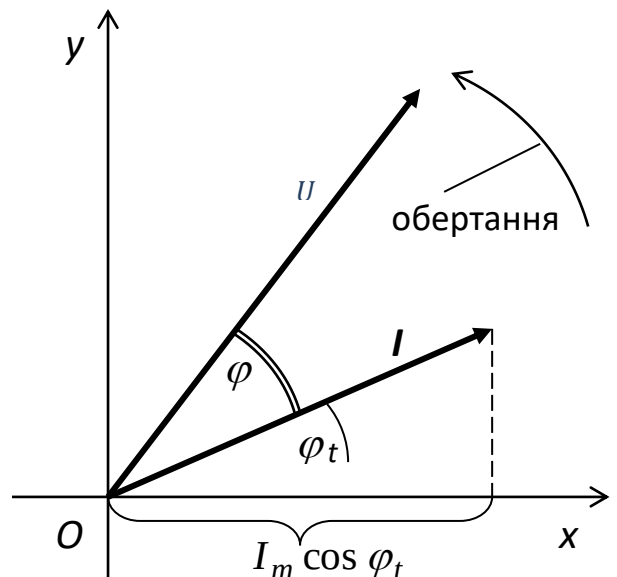
$$\varphi = \varphi_{0_U} - \varphi_{0_I}. \quad (4.160.)$$

Поточне значення електричної величини у кожний момент часу при цьому дорівнює, наприклад, для електричного струму:

$$I = I_m \cos \varphi_t,$$

тобто проекції вектора $\vec{I}$ на вісь x .

При обертанні векторів із циклічною частотою ω їх проекції на вісь x періодично змінюються, відображуючи поточні значення відповідних електричних величин. Але орієнтація векторів один відносно одного залишається сталою, оскільки вони обертаються з однаковою кутовою швидкістю ω . Кут між векторами



дорівнює їх взаємному зсуву фаз φ , і цей кут залишається фіксованим. Вектори $\vec{U}$ та $\vec{I}$ на рис. 4.45 зображені для довільного моменту часу t , тобто струм відстає по фазі від напруги на φ (зсув фази).

Необхідності у зображенні осей координат на векторній діаграмі немає, оскільки орієнтація векторів відносно осей весь час змінюється. Важливою є лише взаємна орієнтація векторів та їх відносна довжина, які залишаються сталими. Тому на векторних діаграмах зображують горизонтальний вектор сили струму (або паралельний йому вектор спаду напруги на активному навантаженні). Інші вектори зорієнтовані відносно цього вектора у відповідності до їх зсувів фаз.

Амплітуда струму I_m і зсув фази φ напруги відносно струму залежать від параметрів і виду навантаження, приєднаного до клем генератора. Для спрощення розрахунків будемо вважати початкову фазу напруги рівною нулю:

$$U = U_m \cos \omega t, \quad (4.161.)$$

Розглянемо різні види навантажень.

А. Активне навантаження.

Приєднаємо до мережі змінного струму резистор (*активний опір*) величиною R (рис. 4.46 а). Через резистор потече струм, який, згідно із законом Ома, змінюватиметься з часом відповідно до зміни напруги:

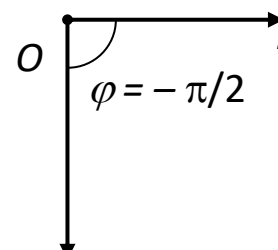
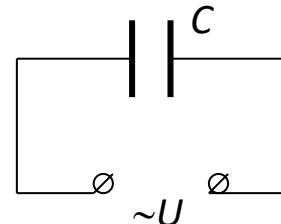
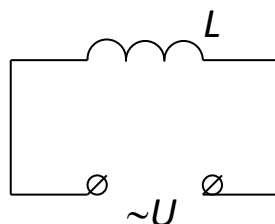
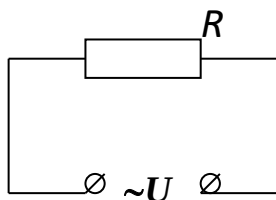
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t, \quad (4.162.)$$

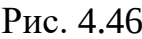
де амплітудне значення сили струму:

$$I_m = \frac{U_m}{R}.$$

Можна побачити, що фази струму і напруги на активному навантаженні в будь-який момент часу співпадають, тобто зсув фази у цьому випадку дорівнює нулю (вектори напруги і струму є паралельними).

Відповідна векторна діаграма зображена у нижній частині рис. 3а.





Якщо змінну напругу прикласти до індуктивності (рис. 4.46 б), то через неї потече змінний струм, внаслідок чого у колі виникне е.р.с. самоіндукції:

$$\xi_s = -L \frac{dI}{dt}$$

Згідно з 2-м правилом Кірхгофа, в даному випадку сума діючих у колі е.р.с. дорівнює нулю (оскільки активні опори в колі відсутні):

$$U_m \cos \omega t - L \frac{dI}{dt} = 0$$

$$dI = \frac{U_m}{L} \cos \omega t \cdot dt$$

$$I = \int dI = \int \frac{U_m}{L} \cos \omega t \cdot dt = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t + C \quad (4.163.)$$

де $C = 0$, оскільки постійна складова струму відсутня.

З тригонометрії відомо, що

$$\sin \omega t = \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

$$I = I_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

де амплітудне значення струму:

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{X_L}$$

Величина

$$X_L = \omega L$$

називається *індуктивним опором*.

Вираз, що описаний вище, свідчить про те, що *напруга на індуктивності випереджає по фазі силу струму на $\pi/2$* .

Відповідна векторна діаграма зображена в нижній частині рис. 4.46 б.

В. Ємнісне навантаження

Якщо в коло змінного струму ввімкнути конденсатор ємністю C (рис. 4.46 в), то напруга (різниця потенціалів) на ньому буде визначатись напругою на клеммах джерела змінного струму:

$$U = U_m \cos \omega t ,$$

Заряд на пластинах конденсатора:

$$Q = CU = CU_m \cos \omega t ,$$

і сила струму через конденсатор:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega CU_m \sin \omega t = I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) , (4.164.)$$

де амплітудне значення струму:

$$I_m = \omega CU_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_m}{X_C} . (4.165.)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} (4.166.)$$

Величина

називається *ємнісним опором*.

Зі співвідношення можна зробити висновок, що *напруга на електричній ємності відстає по фазі від сили струму на $\pi/2$* .

Відповідна векторна діаграма зображена в нижній частині рис. 4.46 в.

3. Закон Ома для змінного струму

Якщо електричне коло має послідовно з'єднані резистор R , індуктивність L і ємність C (рис. 4.47 а), то при його підключенні до мережі змінної напруги із циклічною частотою ω :

$$U = U_m \cos(\omega t + \varphi) (4.167.)$$

через коло потече змінний електричний струм тієї самої частоти:

$$I = I_m \cos \omega t . (4.168.)$$

Для визначення зсуву фаз φ і кількісних співвідношень між напругою і струмом можна скористатись методом векторних діаграм. При

цьому необхідно врахувати, що вектор загальної напруги $\vec{U}$ (напруга на клемах) є векторною сумою спадів напруг на окремих елементах кола – на активному опорі $\vec{U}_R$, на індуктивності $\vec{U}_L$ і на ємності $\vec{U}_C$:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C.$$

Модулі цих векторів дорівнюють амплітудним значенням відповідних напруг:

$$U_{R_m} = R \cdot I_m,$$

$$U_{L_m} = X_L \cdot I_m = \omega L \cdot I_m,$$

$$U_{C_m} = X_C \cdot I_m = \frac{1}{\omega C} \cdot I_m.$$

Відповідна векторна діаграма побудована на рис. 4.46 б. При побудові таких діаграм завжди виконуються певні правила, які були встановлені вище:

- а) напруга на активному опорі є синфазною зі струмом,
- б) напруга на індуктивності випереджає по фазі струм на кут $\pi/2$,
- в) напруга на ємності відстає по фазі від струму на кут $\pi/2$.

Отже, *напруги на індуктивності і ємності завжди змінюються у протифазі.*

Основні кількісні співвідношення для кола змінного струму можна визначити з геометричної побудови. З прямокутного трикутника за теоремою Піфагора:

$$U_{R_m}^2 + (U_{L_m} - U_{C_m})^2 = U_m^2,$$

$$(R \cdot I_m)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \cdot I_m \right]^2 = U_m^2,$$

або

звідки амплітудне значення струму:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (4.169.)$$

Це співвідношення називається *законом Ома для змінного струму.*

Із цього ж трикутника зсув фаз φ між напругою і струмом:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R},$$

або:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Величина

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad (4.170.)$$

називається *реактивним опором кола*, величина R – *активним опором*, а величина, яка стоїть у знаменнику:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (4.171.)$$

називається *повним опором кола*. У відповідності до цих позначень, закон Ома для змінного струму можна написати у такому вигляді:

$$I_m = \frac{U_m}{Z}, \quad (4.172.)$$

а співвідношення для зсуву фаз:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}. \quad (4.173.)$$

При проходженні змінного струму по колу, що складається з елементів активного опору, індуктивності та ємності, перетворення електромагнітної енергії на теплову (виділення теплоти) відбувається лише на активному опорі. Потужність струму в кожний момент часу (миттєва потужність) визначається законом Джоуля – Ленца:

$$P = I U = I^2 R. \quad (4.174.)$$

$$P = I_m \cos \omega t \cdot U_m \cos(\omega t + \varphi).$$

Середня за період коливань потужність струму $\langle P \rangle$ визначається за допомогою тригонометричних перетворень останнього співвідношення та знаходження середньої величини. В результаті отримаємо:

$$\langle P \rangle = \frac{I_m U_m}{2} \cos \varphi. \quad (4.175.)$$

З векторної діаграми можна знайти (з урахуванням співвідношення $U_m = Z I_m$):

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad (4.176.)$$

і враховуючи $U_m / Z = I_m$, знайдемо:

$$\langle P \rangle = \frac{R I_m^2}{2}. \quad (4.177.)$$

Згідно із законом Джоуля – Ленца, при проходженні через такий самий опір R постійного струму силою I_{ef} на опорі виділиться теплота,

$$P = R I_{ef}^2$$

потужність якої:

знайдемо, що $P = \langle P \rangle$ при $I_{ef} = I_m / \sqrt{2}$. Ця величина називається *ефективним (або діючим) значенням сили змінного струму*.

Ефективним (діючим) значенням сили змінного струму називається сила такого постійного струму, який чинить таку саму теплову дію, як і даний змінний струм.

Аналогічно визначається *ефективне значення напруги*:

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (4.178.)$$

Якщо використати ефективні значення, отримаємо:

$$\langle P \rangle = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi. \quad (4.179.)$$

Звідси видно, що середня потужність пропорційна множнику $\cos \varphi$, який називається *коефіцієнтом потужності*. Для підвищення потужності його намагаються зробити якомога більшим, тобто близьким до 1. Для цього необхідно зсув фаз φ зробити близьким до нуля.

При виконанні умови $\varphi = 0$ (тобто $X = 0$) сила струму в колі при тій же напрузі досягає максимального значення. Цей стан електричного кола називається *резонансом напруг (або послідовним резонансом)*. При цьому напруги на конденсаторі та індуктивності є однаковими за амплітудою та протилежними за фазою, внаслідок чого вони взаємно компенсуються. Повний електричний опір кола при цьому $Z = R$, тобто є чисто активним.

У промисловій та побутовій силових мережах змінного струму частотою 50 Гц застосовуються стандартні напруги для живлення споживачів електричного струму 220 В і 380 В. Слід пам'ятати, що це *ефективні значення напруги*. Для отримання відповідних амплітудних значень їх треба помножити на $\sqrt{2}$.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Електричні заряди. Закон збереження заряду. Закон Кулона.
2. Напруженість електричного поля. Силові лінії поля. Однорідне поле. Поле точкового заряду
3. Принцип суперпозиції електростатичних полів.
4. Потік вектора напруженості. Теорема Гауса .
5. Робота сили електростатичного поля.
6. Потенціал. Зв'язок напруженості і потенціалу.
7. Провідники та діелектрики.
8. Електричне поле в діелектриках.
9. Електричний диполь. Дипольний момент. Поляризованість. Діелектрична сприйнятливість. Діелектрична проникність.
10. Вектор електричного зміщення. Лінії електричного зміщення.
11. Теорема Гауса для діелектриків.
12. Провідники в електричному полі.
13. Електрична ємність. Ємність кулі.
14. Конденсатори. Плоский конденсатор. Батареї конденсаторів. Енергія електричного поля.
15. Електричний струм. Сила струму. Густина струму.
16. Джерела струму. Електрорушійна сила. Електрична напруга.
17. Електричний опір та електропровідність.
18. Закон Ома для неоднорідної та для однорідної ділянки кола.
19. Закон Ома для повного кола. Закон Ома в диференціальній формі.
20. Залежність електричного опору від розмірів та температури провідника.
21. Закон Джоуля-Ленца у звичайній та диференціальній формі.
22. Магнітне поле.
23. Магнітний момент контуру зі струмом. Правило правого гвинта. Вектор магнітної індукції. Силові лінії магнітного поля. Напруженість поля.
24. Закон Біо-Савара-Лапласа. Поле соленоїда.
25. Закон Ампера. Правило лівої руки.
26. Сила Лоренца. Рух заряджених часток у магнітному полі.
27. Магнітний потік.

28. Теорема Гауса для магнітного поля.
29. Робота переміщення провідника зі струмом у магнітному полі.
30. Електромагнітна індукція. Закон Фарадея.
31. Правило Ленца. Обертання замкненого контуру в магнітному полі.
32. Індуктивність контуру. Явище самоіндукції.
33. Індуктивність соленоїда. Енергія магнітного поля.
34. Магнітне поле в речовині.
35. Магнітні моменти електронів та атомів.
36. Намагніченість речовини. Магнітна сприйнятливість та магнітна проникність речовини.
37. Типи магнетиків. Магнітні властивості магнетиків.
38. Феромагнетики. Точка Кюрі.
39. Змінний струм. Індуктивний та ємнісний опори. Реактивний опір.
40. Повний опір кола. Зсув фаз між напругою і струмом. Векторна діаграма. Закон Ома для змінного струму.

РОЗДІЛ 5

ХВИЛІ ТА ОПТИКА

У даному розділі ми розглянемо питання що присвяченні вивченню хвилям та оптиці. Тому в основі даного розділу: Закони геометричної оптики, заломлення світла, явище повного внутрішнього відбивання, фотометрія, сила світла, світловий потік, освітленість. когерентні хвилі, різниця фаз хвиль, оптична різниця ходу хвиль, умови інтерференційних максимумів і мінімумів. Методи спостереження інтерференції, принцип Гюйгенса-Френеля, метод зон Френеля, абсолютно чорне тіло. Закони: Кірхгофа, Стефана-Больцмана, зміщення Віна, Релея-Джинса. Оптична пірометрія.

§5.1. “Хвилі”

1. Типи і параметри хвиль

В деяких випадках тіло, що коливається, взаємодіє з іншими тілами і передає їм коливальний рух. Ці тіла, в свою чергу, передають коливальний рух іншим сусіднім тілам. Завдяки цьому коливання можуть розповсюджуватись у просторі. *Процес розповсюдження коливань у просторі називається хвилею.*

Найбільш типовим явищем є розповсюдження хвиль у *суцільному середовищі* (твердому, рідкому або газоподібному), де коливання передаються завдяки взаємодії часток (молекул, атомів), з яких складається це середовище. При розповсюдженні хвилі частки середовища не рухаються разом з хвилею, а коливаються навколо своїх положень рівноваги. Разом з хвилею від частки до частки передається лише стан коливального руху та його енергія. Тобто відбувається перенос енергії без переносу речовини.

Прикладами хвильових процесів є хвилі на поверхні рідини, звукові хвилі в різних середовищах, радіохвилі, видиме світло та ін.

За напрямком коливання часток речовини розрізняють *поздовжні і поперечні* хвилі. У поздовжніх хвилях частки середовища коливаються в напрямку розповсюдження хвилі, а в поперечних – перпендикулярно до

цього напрямку. Звукові хвилі в газах та рідинах є поздовжніми, а електромагнітні хвилі є поперечними.

Будь-яку хвилю можна розглядати як таку, що є результатом взаємонакладення певної кількості *гармонічних хвиль*. Тому надалі будемо розглядати гармонічні хвилі, тобто хвилі, зумовлені процесом розповсюдження гармонічних коливань.

Частки середовища під дією гармонічної хвилі здійснюють коливання за законом косинуса. При цьому *фаза* кожної частки змінюється з часом, як це вже нам відомо з розділу “Коливання”. Але в будь-який фіксований момент часу *різні частки мають різні фази*, тому що одні з них почали коливатись раніше, а інші пізніше, адже хвиля дійшла до них у різні моменти часу. Тобто для хвильового процесу характерним є те, що *фаза коливань залежить не лише від часу, але і від просторових координат*. Якщо зафіксувати певний момент часу (отримати “миттєву фотографію” процесу), то величина зміщення часток від положення рівноваги ξ в залежності від координати x в напрямку розповсюдження хвилі зобразиться певним графіком – синусоїдою (Рис. 5.1)

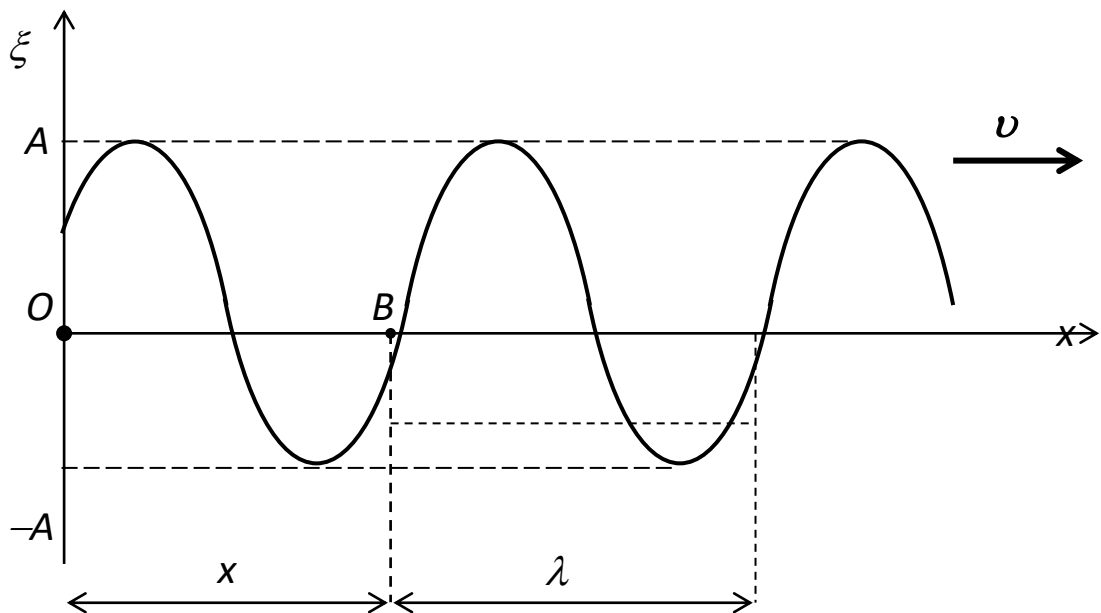


Рис. 5.1

Будь-якій частці можна поставити у відповідність ряд інших часток, що коливаються з нею *синфазно* (в однаковій фазі).

Геометричне місце точок, що коливаються в однаковій фазі, називається хвильовою поверхнею.

Геометричне місце точок, до яких доходять коливання в певний момент часу, називається хвильовим фронтом. Хвильовий фронт в кожний

момент часу розділяє простір на дві частини: одну – зайняту хвильовим процесом і іншу – до якої цей процес ще не дійшов.

Будь-яка хвиля в певний момент часу має безліч хвильових поверхонь, але лише один хвильовий фронт. В той же час, хвильовий фронт є однією з хвильових поверхонь (найбільш віддаленою від джерела хвилі).

В залежності від форми хвильових поверхонь, розрізняють хвилі *плоскі, циліндричні, сферичні* та неправильної форми.

2. Рівняння хвилі

Розглянемо плоску хвилю, що розповсюджується в напрямку Ox від джерела коливань, яке знаходиться в т. O (Рис. 5.1). Це значить, що хвильові поверхні є площини, розміщені перпендикулярно до осі Ox . Коливання часток в площині $x = 0$:

$$\xi(0, t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (5.1.)$$

Тоді довільна частка B на відстані x буде коливатись за тим же законом, але її коливання будуть відбуватись з деяким запізненням у часі τ (час розповсюдження коливань на відстань x):

$$\tau = \frac{x}{v},$$

де v – швидкість розповсюдження коливань.

Тому рівняння коливань часток у площині x :

$$\xi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right] \quad (5.2.)$$

Це – *рівняння плоскої хвилі*.

Його можна записати також у вигляді:

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad (5.3.)$$

де k – хвильове число:

$$k = \frac{\omega}{v} \quad (5.4.)$$

Рівняння плоскої хвилі є розв'язком деякого диференціального рівняння, яке описує хвильовий процес і яке називається *хвильовим рівнянням*:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (5.5.)$$

Амплітуда A плоскої хвилі не залежить від відстані. У випадку *сферичної хвилі* амплітуда обернено пропорційна відстані r від джерела хвиль. Рівняння сферичної хвилі:

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi) \quad (5.6.)$$

3. Фазова швидкість

Фаза коливання – це вираз під знаком косинуса, тобто для плоскої хвилі (див. (5.2)) це вираз

$$\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi$$

Фаза залежить від змінних величин t і x , змінюючись у часі і в просторі. При цьому кожне певне значення фази поширюється у просторі з певною швидкістю. Щоб знайти цю швидкість, зафіксуємо якесь певне значення фази:

$$\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi = \text{const}$$

Продиференціюємо:

$$dt - \frac{1}{v} dx = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

або

Оскільки x – це поточна координата зафіксованого значення фази, то dx/dt – це швидкість її переміщення у просторі, тобто *фазова швидкість* (швидкість переміщення фази).

Отже, згідно отриманому співвідношенню, величина, позначена раніше через v – це і є фазова швидкість хвилі. У ряді випадків фазова швидкість практично співпадає зі швидкістю розповсюдження хвилі.

Відстань між найближчими частками, які коливаються в однаковій фазі, називається довжиною хвилі.

Довжина хвилі λ (Рис. 5.1) дорівнює відстані, на яку певна фаза розповсюджується за період коливань T :

$$\lambda = \nu T, \quad (5.7.)$$

або
$$\lambda = \frac{\nu}{\nu}, \quad (5.8.)$$

де $\nu = \frac{1}{T}$ - частота коливань.

Враховуючи (5.4), можна записати:

$$k = \frac{\omega}{\nu} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (5.9.)$$

Звідси можна знайти:
$$\nu = \frac{\omega}{k} \quad (5.10.)$$

При розповсюдженні хвиль у речовині з складною залежністю $\omega(k)$ фазова швидкість буде залежати від частоти хвиль. Така залежність називається явищем *дисперсії* хвиль.

4. Групова швидкість

Необхідно враховувати, що фазова швидкість хвиль – це не швидкість розповсюдження сигналів, які передаються за допомогою хвиль (наприклад, радіосигнали, звукові сигнали). При визначенні фазової швидкості ми розглядали синусоїдальну хвилю, необмежену у просторі та часі. Але будь-який сигнал обмежений у часі, а тому він не є ідеальною синусоїдою.

З іншого боку, математичний аналіз дозволяє представити сигнал будь-якої форми у вигляді суми синусоїд певних частот та амплітуд. Це так званий *розклад Фур'є*

$$\xi(x, t) = \sum_i A_i \cos(\omega_i t - k_i x + \varphi_i) \quad (5.11.)$$

Для ілюстрації розглянемо найпростіший випадок – суму двох плоских хвиль з однаковими амплітудами та близькими частотами і хвильовими числами:

$$\xi(x, t) = A_0 \cos(\omega t - kx) + A_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] \quad (5.12.)$$

Застосуємо відоме тригонометричне співвідношення:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

Звідси

$$\xi(x, t) = 2A_0 \cos \frac{t \cdot d\omega - x \cdot dk}{2} \cdot \cos(\omega t - kx) \quad (5.13.)$$

Оскільки $d\omega \ll \omega$ і $dk \ll k$, то (5.13) – це хвиля

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx), \quad (5.14.)$$

амплітуда якої

$$A = 2A_0 \cos \frac{t \cdot d\omega - x \cdot dk}{2} \quad (5.15.)$$

є функція, яка повільно змінюється у часі та просторі. Максимум цієї функції відповідає певній фазі

$$t \cdot d\omega - x \cdot dk = \text{const}$$

Цей максимум пересувається у просторі зі швидкістю u , яку можна визначити після диференціювання по t останнього рівняння:

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} \quad (5.16.)$$

Цю швидкість називають *груповою*. Отже, групова швидкість – це швидкість переміщення у просторі локалізованого пакета гармонічних хвиль, тобто швидкість певного сигналу.

Групова швидкість відрізняється від фазової швидкості, яка визначається співвідношенням (5.10). Проте, наприклад, для електромагнітних хвиль у вакуумі вони однакові і дорівнюють швидкості світла: $u = v = c = 3 \cdot 10^8$ м/с. У середовищі з певною залежністю $\omega(k)$ в загальному випадку $u \neq v$ і $u \leq c$.

5. Ефект Доплера

Якщо потяг з ввімкненим гудком проходить повз платформу, то спостерігачем на платформі в момент проходження потягу сприймається зміна висоти тону гудка. Більш високий при наближенні потяга, він стає більш низьким, коли потяг проходить і починає віддалятися.

Це явище пояснюється *ефектом Доплера*, який враховує зміну частоти сигналу при відносному русі джерела і приймача звукової хвилі.

Позначимо через ν_0 частоту коливань джерела звуку. Якщо джерело і приймач нерухомі, то довжина хвилі

$$\lambda_0 = \nu_0 T = \frac{v_0}{\nu_0}, \quad (5.17.)$$

де ν_0 – швидкість звуку в даному середовищі, T – період коливань.

Якщо приймач наближається зі швидкістю v_{np} до нерухомого джерела, то частота звуку, яку він сприймає

$$v = \frac{v}{\lambda_0},$$

де $v = v_0 + v_{np}$ – швидкість звукової хвилі відносно приймача:

$$v = \frac{v_0 + v_{np}}{\lambda_0} = \frac{v_0 + v_{np}}{v_0 T} = \frac{v_0 + v_{np}}{v_0} \cdot v_0 \quad (5.18.)$$

Тобто частота звуку, що сприймається приймачем, збільшена

$$\frac{v_0 + v_{np}}{v_0}$$

порівняно з частотою джерела в v_0 разів.

Якщо джерело наближається зі швидкістю $v_{дж}$ до нерухомого приймача, то за період коливань джерело пройде відстань $v_{дж} \cdot T$, і довжина хвилі скоротиться на цю величину:

$$\lambda' = \lambda - v_{дж} T = v_0 T - v_{дж} T = (v_0 - v_{дж}) T$$

Тому частота коливань на приймачі

$$v = \frac{v_0}{\lambda'} = \frac{v_0}{(v_0 - v_{дж}) T} = \frac{v_0}{v_0 - v_{дж}} \cdot v_0 \quad (5.19.)$$

В загальному випадку, коли рухаються і джерело, і приймач:

$$v = \frac{v_0 \pm v_{np}}{v_0 \mp v_{дж}} \cdot v_0, \quad (5.20.)$$

де верхні знаки відповідають випадку взаємного наближення джерела і приймача, а нижні – випадку взаємного віддалення.

Практичне значення ефекта Доплера полягає в тому, що з його допомогою можна на відстані майже миттєво визначати відносну швидкість руху тіл. Тому він досить широко застосовується з цією метою, наприклад, у радіолокації, астрономії і ряді інших галузей науки і техніки.

6. Електромагнітні хвилі

Будь-яка гармонічна хвиля може бути описана за допомогою відповідного хвильового рівняння типу (5.5). З рівнянь Максвелла шляхом математичних перетворень можна знайти, що вектори напруженостей електричного і магнітного полів також задовольняють хвильовим рівнянням:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (5.21.)$$

де Δ - оператор Лапласа:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (5.22.)$$

а фазова швидкість хвилі дорівнює:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}} \quad (5.23.)$$

У вакуумі

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \quad (5.24.)$$

У речовині

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} < c \quad (5.25.)$$

З оптики відоме співвідношення

$$v = \frac{c}{n}, \quad (5.26.)$$

де n – показник заломлення світла в даній речовині відносно вакууму.

Порівнюючи два останні співвідношення, можна знайти:

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu} \quad (5.27.)$$

Аналіз рівнянь Максвелла приводить до висновку, що коливання векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ здійснюються *синфазно*, тобто вони одночасно досягають мінімумів і максимумів. Крім того, вони коливаються у взаємно перпендикулярних площинах. Наприклад, якщо вектор $\vec{E}$ здійснює коливання у напрямку Ox , то вектор $\vec{H}$ - у напрямку Oy , а хвиля розповсюджується у напрямку Oz :

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - kz + \varphi) \quad (5.28.)$$

Миттєві значення E і H у кожній точці простору зв'язані між собою співвідношенням:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot E = \sqrt{\mu_0 \mu} \cdot H \quad (5.29.)$$

Загальна густина енергії електромагнітного поля дорівнює сумі густин енергій електричного та магнітного полів:

$$w = w_{el} + w_m = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \quad (5.30.)$$

Враховуючи (5.29), маємо

$$\varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2, \quad (5.31.)$$

тому

$$w = 2w_{el} = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \cdot \sqrt{\varepsilon \mu} \cdot EH \quad (5.32.)$$

Добуток густини енергії на швидкість розповсюдження хвилі називається *густиною потоку енергії* S . Враховуючи (5.23), маємо

$$S = w \cdot v = EH \quad (5.33.)$$

Ця величина є вектором, напрямок якого співпадає з напрямком $\vec{v}$, а отже, перпендикулярна до $\vec{E}$ і $\vec{H}$. Цей вектор (густина потоку енергії електромагнітного поля) називається *вектором Умова-Пойнтінга*:

$$\vec{S} = w \cdot \vec{v} = [\vec{E}, \vec{H}] \quad (5.34.)$$

7. Шкала електромагнітних хвиль.

Електромагнітні хвилі створюються кожним контуром або провідником, по якому протікає змінний електричний струм. Як відомо, змінний струм створює навколо себе змінне магнітне поле, яке, відповідно до рівнянь Максвелла, створює змінне електричне поле. При цьому в навколишній простір випромінюються електромагнітні хвилі.

Джерелами електромагнітних хвиль є антени радіопередавачів, молекули і атоми речовини, електрони і атомні ядра за певних умов. Кожне з цих джерел здатне випромінювати хвилі у певному діапазоні частот. Тому всю шкалу електромагнітних хвиль умовно розділяють на окремі діапазони, кожний з яких має свою назву і свої джерела генерування.

§5.2. Оптика

Геометрична оптика - розділ оптики, в якому вивчаються закони поширення в прозорих середовищах світлової енергії на основі уявлень про світловий промінь. Основні закони геометричної оптики -

це закон прямолінійного поширення світла, закон відбивання і заломлення світла.

1. Закон прямолінійного розповсюдження світла:

Світло оптично однорідному середовищі розповсюджується прямолінійно.

Оптично однорідним називається середовище, в усіх точках якого оптичні параметри (показник заломлення світла, швидкість розповсюдження світла) є однаковими. Суттєві відхилення від цього закону можуть спостерігатися за певних умов, коли на розповсюдження світла впливає явище дифракції (полягає в тому, що хвиля здатна оминати перешкоди).

Отже, закон прямолінійності поширення світла можна сформулювати і так: в однорідних середовищах світлові промені прямолінійні.

2. Закон незалежності світлових пучків:

Кожний світловий пучок розповсюджується і діє на речовину незалежно від дії інших світлових пучків.

Згідно з цим законом, при взаємному перетині світлових пучків вони не взаємодіють між собою. При одночасному падінні на певну ділянку речовини кількох світлових пучків дію кожного з них можна розглядати окремо.

Отже, при зустрічі двох світлових променів, вони не впливають один на одного

На границі розділу двох прозорих середовищ падаючий промінь розділяється на два – відбитий і заломлений (рис.5.2). Напрямки цих променів визначаються за законами відбивання та заломлення.

4. Закон відбивання:

Промінь падаючий, промінь відбитий і перпендикуляр, поставлений в точку падіння, лежать в одній площині; при цьому кут падіння дорівнює куту відбивання $i = i'$.

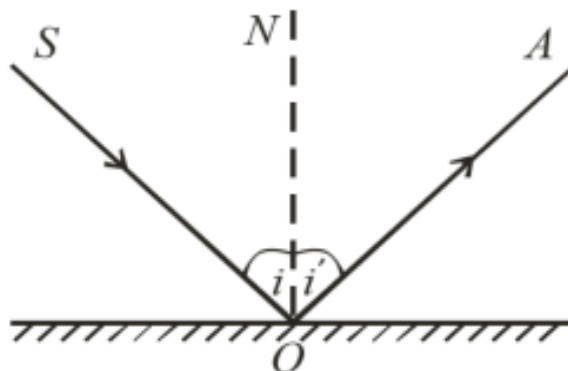


Рис. 5.2.

Кутом падіння (i) називається кут між падаючим променем (SO) і перпендикуляром (NO) у точку падіння. Кут між відбитим променем (OA) і перпендикуляром (NO) у точку падіння називається кутом відбивання (i') (рис. 5.2.).

4. Закон заломлення:

промінь падаючий, промінь заломлений і перпендикуляр, поставлений в точку падіння, лежать в одній площині; при цьому для будь-якого кута падіння відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина стала для двох певних середовищ і називається відносним показником заломлення:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21} \quad (5.35.)$$

де n_{21} – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого. Відносний показник заломлення можна представити через абсолютні показники заломлення кожного із середовищ n_1 і n_2 (показники заломлення відносно вакууму) (рис. 5.3.):

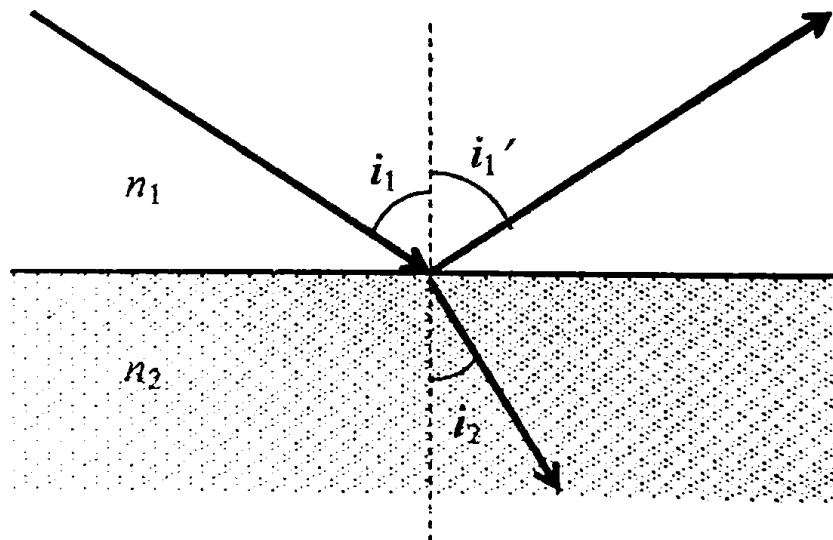


Рис. 5.3

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (5.36.)$$

Показник заломлення світла в речовині відносно вакууму визначається:

$$n = \frac{c}{v} \quad (5.37.)$$

де c – швидкість світла у вакуумі, v – швидкість світла у даній речовині.

З показником заломлення пов'язують поняття **оптичної густини речовини**. Оптично більш густою вважається речовина з більшим абсолютним показником заломлення світла.

При $i_2 > i_{\text{гр}}$ все світло, що падає на границю розподілу середовищ, повністю відбивається. Це явище називається явищем *повного внутрішнього відбивання світла*.

Умовою для визначення $i_{\text{гр}} \in i_1 = 90^\circ$. Звідси:

$$\begin{aligned} n_2 \sin i_{\text{гр}} &= n_1 \sin 90^\circ = n_1, \\ \sin i_{\text{гр}} &= \frac{n_1}{n_2} \end{aligned} \quad (5.38.)$$

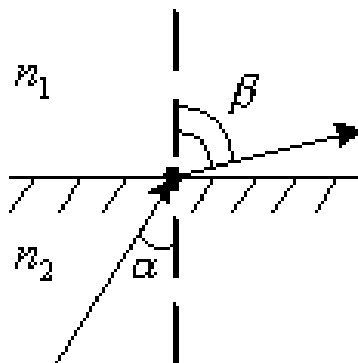


Рис. 5.4

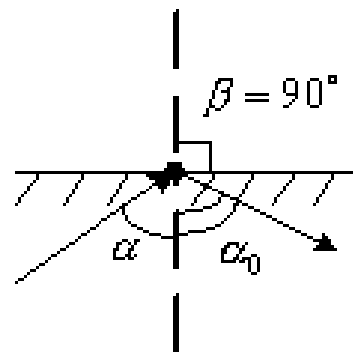


Рис. 5.5

Явище повного внутрішнього відбивання світла використовується в оптичних приладах, у світло діодах (волоконна оптика) та ін.

2. Лінзи

Оптичною системою називається пристрій, який формує дійсне оптичне зображення об'єкта або перетворює світловий потік.

Оптична система складається з лінз, призм, прозорих пластинок, дзеркал тощо, скомбінованих між собою так, щоб одержувати оптичне зображення об'єкта або перетворювати світловий потік.

У загальному випадку оптичні системи мають дві й більше заломлювальних поверхонь. Практичного значення набули оптичні системи, центри кривизни заломлювальних поверхонь яких лежать на одній прямій і називаються центрованими. Пряма лінія, на якій лежать центри кривизни заломлювальних поверхонь оптичної системи, називається головною

оптичною віссю центрованої оптичної системи (рис 5.6). Оптичний центр C – це точка, при проходженні якої промені не заломлюються.

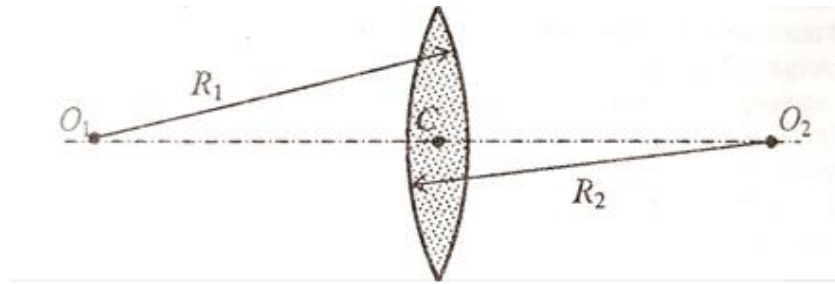


Рис. 5.6

До найпростіших центрованих систем відноситься лінза.

Лінзами називаються прозорі тіла, обмежені двома сферичними поверхнями.

Вона складається з двох заломлювальних поверхонь, які обмежують прозору речовину, наприклад, скло. Одна із заломлювальних поверхонь обов'язково повинна бути сферичною, друга – або сферичною, або плоскою (рис. 5.7). У залежності від комбінації заломлювальних поверхонь лінзи можуть бути: двоопуклі; плоско випуклими; двоввігнуті; плоско вогнутим; опукло-увігнуті; угнутоопуклі.

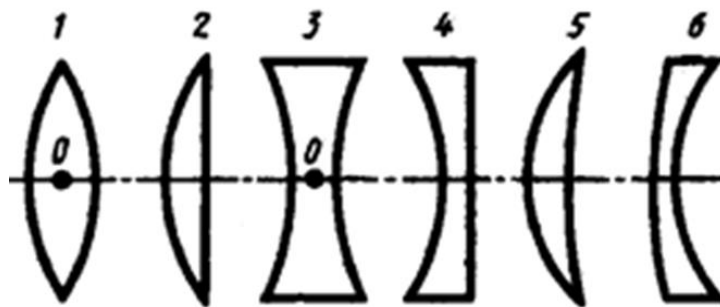


Рис. 5.7 Двоопуклі (1), плоско опуклі (2), вгнуто опуклі (3), двоввігнуті (4), плоско вгнуті (5), опукло вгнуті (6).

При цьому лінзи 1-3 є збірними, лінзи 4-6 є розсіюючими, якщо матеріал, з якого вони виготовлені, буде більш оптично густим, ніж навколишнє середовище.

Тонка лінза – це лінза товщина якої є малою порівняно з радіусом кривизни її поверхонь R_1 і R_2 заломлювальних поверхонь.

Радіус кривизни може бути позитивним (якщо поверхня опукла) або негативним (якщо поверхня увігнута).

Якщо спрямувати з точки A , розташованої на осі лінзи на відстані a від неї промінь у напрямку лінзи, то після заломлення він перетне її головну вісь у деякій точці B на відстані b від лінзи (рис. 5.8).

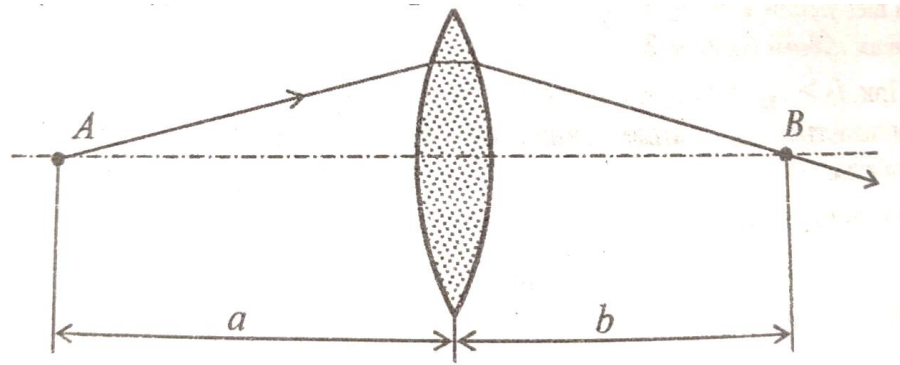


Рис. 5.8

При цьому відстань a і b зв'язані між собою співвідношенням, яке називається *формулою тонкої лінзи*:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (5.40.)$$

де n – показник заломлення матеріалу лінзи відносно навколишнього середовища.

Якщо спрямувати на тонку лінзу паралельний пучок світла ($a = \infty$), то після заломлення всі промені зберуться у деякій точці F на відстані f від лінзи, яка визначається за співвідношенням:

$$f = \frac{1}{n-1} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \quad (5.41.)$$

Відповідно точка F на головній осі лінзи називається фокусом лінзи, а величина f – фокусною відстанню лінзи. Величина, обернена до фокусної відстані, називається *оптичною силою лінзи*:

$$\Phi = \frac{1}{f} \quad (5.42.)$$

Оптична сила вимірюється у *діоптріях*: $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$

Радіус кривизни може бути позитивним – збиральні лінзи (якщо поверхня опукла) або негативним – розсіювальні лінзи (якщо поверхня увігнута).

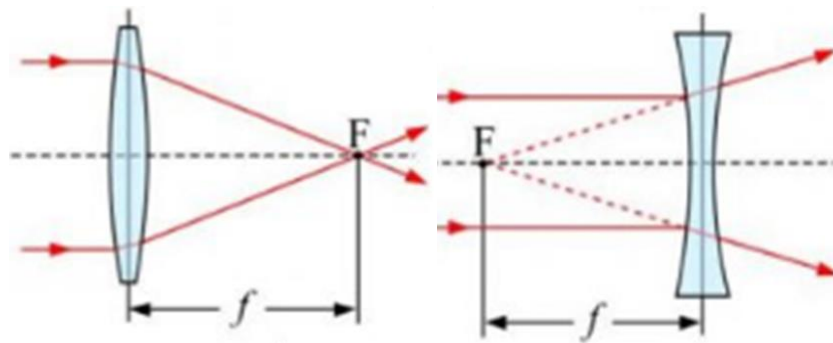


Рис. 5.9

З урахуванням формули тонкої лінзи, можна представити ще один вираз:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (5.43.)$$

Побудова зображень у лінзах здійснюється за допомогою таких променів:

- 1) промінь, що проходить через оптичний центр лінзи С, не змінює свого напрямку,
- 2) промінь, паралельний головній оптичній осі, після заломлення проходить через фокус лінзи (б – продовження променя),
- 3) промінь (б – продовження променя), що проходить через фокус лінзи після заломлення іде паралельно головній осі.

Щоб побудувати зображення будь-якої точки А (джерела світла), необхідно використати будь-які два промені, проведені з цієї точки за вищенаведеними правилами, і знайти точку їх перетину В. При цьому для збиральної лінзи зображення буде дійсним, а для розсіювальної – уявним, тобто воно буде утворюватись при перетині не самих заломлених променів, а їх продовжень у протилежному напрямку.

Для дійсного зображення відстані b у формулах є додатною величиною, а для уявного – від'ємною.

Відношення лінійних розмірів зображення та предмета називається лінійним збільшенням лінзи.

§ 5.3. Фотометрія

Фотометрія - розділ хвильової оптики, що розглядає методи вимірювання інтенсивності світла та його джерел.

Це система енергетичних величин і система світлових величин.

Основні принципи фотометрії:

1) вимірювання світлових потоків від джерел світла, якими можуть бути як власне джерела, так і потоки світла від поверхонь, що відбивають світло;

2) вимірювання освітлюваності поверхонь джерелом світла;

3) визначення світлових та енергетичних характеристик світлових потоків та співвідношень, що їх зв'язують.

Вимірювання у фотометрії можна виконувати без застосування якихось нових одиниць, тобто енергію світла вимірювати у джоулях, потужність – у ватах. Величини фотометрії, створені на цій основі називаються енергетичними.

Наприклад:

Енергетичний потік випромінювання Φ_e – це потужність випромінювання, що розповсюджується в певних просторових межах.

Одиниця виміру Вт (ват).

Енергетична сила світла I_e – це відношення потоку випромінювання Φ_e до тілесного куту ω , в межах якого це випромінювання розповсюджується:

$$I_e = \frac{\Phi_e}{\omega} \quad (5.44.)$$

Енергетична світність R_e – це потужність випромінювання W з одиниці площі поверхні деякого джерела випромінювання:

$$R_e = \frac{W}{S} \quad (5.45.)$$

Одиниці вимірювання енергетичної сили світла – ват не стерadian (В/ср), енергетична світність вимірюється у ват на метр кв. (Вт/м²).

Для пояснення вищевикладеного необхідно з'ясувати що таке тілесний кут.

Перш за все, необхідно зазначити, що фотометрії говорити про окремий світловий промінь, як про нескінченно тонкий світловий пучок, безглуздо. Світло ніколи не розповсюджується окремими променями, світловий пучок завжди має певні скінчені поперечні розміри. Якщо світловий пучок розповсюджується від певного точкового джерела світла, то він є розбіжним, тобто його поперечні розміри зростають у міру його віддалення від джерела. Перетинання світлового пучка сферичною поверхнею, центр якої є пропорційною квадрату її відстані від джерела світла, утворює фігуру (частину сфери), площа якої є пропорційною квадрату її відстані від джерела світла (квадрату радіуса сфери). Відношення площі цієї фігури до квадрату її відстані від джерела є величина стала для даного світлового пучка, яка характеризує його ширину у просторі, і вона

називається тілесним кутом, у якому розповсюджується даний світловий пучок:

$$\omega = \frac{S}{r^2} \quad (5.46.)$$

Одиниця виміру тілесного куту – стерadianт (ср).

Повний тілесний кут – при якому світло від джерела розповсюджується у всіх напрямках, дорівнює 4π ср. Справді, для повного тілесного кута площа всієї сфери $S = 4\pi r^2$.

Для діапазону видимого світла історично склалася своя система світлових фотометричних величин, яка знаходить своє широке застосування.

Основною світловою одиницею в системі СІ є сила світла – кандела (кд).

Кандела – це сила світла I_c у заданому напрямку від джерела, що випромінює монохромне світло частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла I_e якого в цьому напрямку складає $1/683$ Вт/ср.

Світловий потік Φ_c – визначається через силу світла із співвідношення:

$$\Phi_c = I_c \cdot \omega \quad (5.47.)$$

Із цієї формули визначають одиницю світлового потоку - люмен (лм).

Люмен – це світловий потік, що падає на одиницю площі поверхні.

$$E_c = \frac{\Phi_c}{S} \quad (5.48.)$$

де S – площа освітленої поверхні.

Одиницею освітленості в системі СІ є люкс (лк): $1 \text{ лк} = 1 \text{ лм/м}^2$.

Для розрахунку освітленості певної точки В поверхні джерелом світла А із силою світла I_c , розташованого на відстані r від даної точки поверхні (рис. 14) застосовують співвідношення:

$$E_c = \frac{I_c \cdot \cos \alpha}{r^2} \quad (5.49.)$$

де α - кут падіння променів на поверхню відносно нормалі.

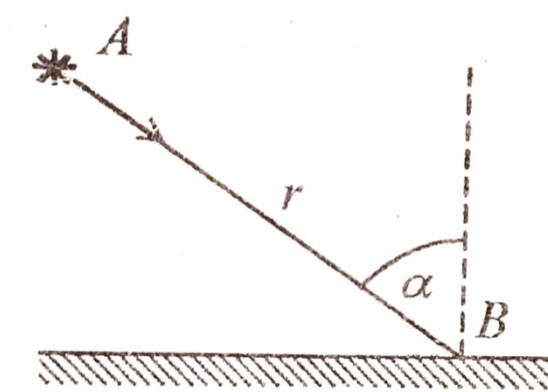


Рис. 5.10

2. Поглинання світла речовиною

При проходженні світла через речовину його інтенсивність зменшується внаслідок поглинання речовиною. При поглинанні енергія світлової хвилі перетворюється на інші види енергії (внутрішню енергію речовини, енергію вторинного випромінювання та ін.).

Поглинання світла в речовині приводить до зменшення його інтенсивності залежно від пройденого шляху x згідно із законом Бугера:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} \quad (5.50.)$$

де I_0 – початкова інтенсивність світла, μ – коефіцієнт поглинання, який залежить від складу та структури речовини і довжини хвилі світла.

Залежність коефіцієнта поглинання від довжини хвилі призводить до того, що більшість прозорих речовин мають певне забарвлення, тому що вони краще пропускають світло з одними довжинами хвиль і гірше – з іншими.

Співвідношення (5.15) свідчить про те, що поділ речовин на прозорі та непрозорі є досить умовним. Непрозорими вважаються речовини, які мають велике значення коефіцієнта поглинання. Але якщо взяти досить тонкий шар такої речовини, то вона, згідно з (5.15), все ж таки буде пропускати через себе певну частину світлового потоку. Крім того, необхідно враховувати, що речовина, яка сильно поглинає світло у певному діапазоні довжин хвиль, може бути практично прозорою в іншому діапазоні.

3. Дисперсія світла. Спектральний аналіз

На границі розділу двох середовищ світлові промені заломлюються, при цьому експериментально було встановлено, що абсолютний показник заломлення речовини n залежить від частоти (довжини хвилі). Ця залежність називається дисперсією світла. Завдяки явищу дисперсії промені з різною

частотою відхиляються при заломленні на різні кути. Тому світло, що складається із хвиль різної частоти, можна розкласти у спектр, тобто здійснити просторове розділення світла на окремі складові, кожна з яких має свою частоту. Це дає змогу здійснити вимірювання інтенсивності складових і таким чином проаналізувати спектральний склад випромінювання.

Оптичний спектр - це розділення складного випромінювання на окремі складові у вигляді залежності їх інтенсивності від частоти.

Типовим оптичним приладом, який застосовується для розкладання видимого світла у спектр, є скляна призма (рис. 5.11 а). Якщо на одну грань призми падає світловий пучок, що є сумішшю, наприклад, 3-х компонент з різними частотами (довжинами хвиль), то після проходження через призму утворюються 3 світлові пучки з різними кутами відхилення від початкового напрямку розповсюдження. На екрані E можна спостерігати спектр (рис. 5.11б), його можна фотографувати і вимірювати інтенсивність кожної компоненти. Прилад такого типу називається спектрографом.

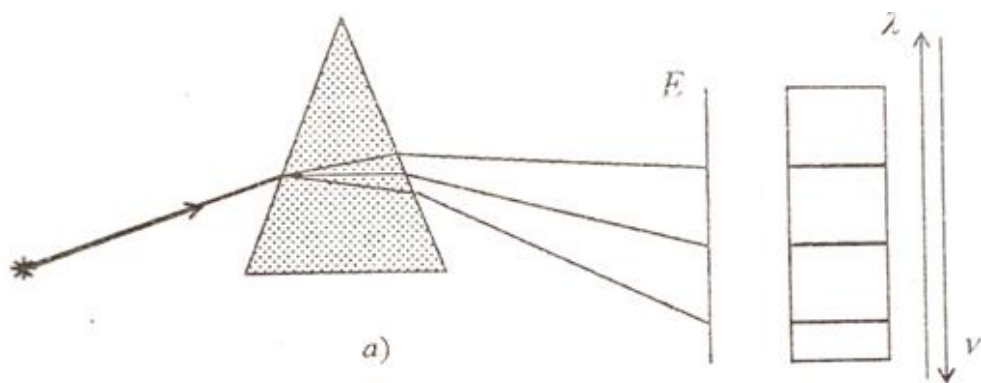


Рис. 5.11

Слід сказати, що скляна призма як дисперсійний елемент має досить обмежене застосування. Набагато більш досконалим оптичним приладом для отримання спектрів електромагнітного випромінювання не лише в оптичному, але і в інших діапазонах, є дифракційна решітка, принцип дії якої розглянутий нижче.

Оптичний спектр може бути суцільним або лінійчатим. В останньому випадку загальний світловий пучок складається з певної кількості окремих компонентів, кожна з яких має свою частоту (точніше кажучи, свій вузький діапазон частот, або спектральну лінію) і свою інтенсивність. Інтенсивності спектральних ліній на спектрі можуть бути показані висотою відповідного максимуму, або яскравістю зображення ліній на екрані, або шириною і ступенем почорніння кожної лінії на фотографічному зображенні спектра, отриманому на спектрографі.

На основі розкладу світла в оптичний спектр здійснюється спектральний аналіз різних речовин. Кожний атом після його збудження через певний час повертається в нормальний стан, випромінюючи світло з певними довжинами хвиль. При цьому атом кожного хімічного елемента має набір довжин хвиль (спектр випромінювання), притаманний лише цьому хімічному елементу. І навпаки, під час збудження атома зовнішнім випромінюванням він поглинає лише випромінювання з тими ж самими довжинами хвиль. Завдяки цьому існують різні методи спектрального елементного аналізу речовини.

Якщо атоми речовини збуджуються і є джерелами оптичного випромінювання, аналіз елементного складу речовини здійснюється на основі вимірювання спектра цих променів (спектр випромінювання). Спектр випромінювання складається з ряду яскравих ліній на темному тлі, кожна з яких відповідає випромінюванню з певною частотою (довжиною хвилі). Вимірюючи частоти та інтенсивності цих ліній і порівнюючи з даними про спектри певних хімічних елементів, можна обчислити процентний вміст кожного хімічного елемента в даній речовині.

Аналогічний аналіз можна виконати за допомогою спектра поглинання, якщо розташувати на шляху світла з безперервним спектром досліджувану речовину, яка частково його поглинає, і виміряти спектр того світла, яке пройшло крізь речовину. Тоді на світлому тлі безперервного спектру будуть спостерігатися темні лінії поглинутого світла, що відповідають спектральним лініям хімічних елементів, які входять до складу речовини. Аналізуючи положення та інтенсивність темних ліній, отримують таку саму інформацію, як і у випадку спектрів випромінювання.

4. Поляризація світла

Згідно з теорією Максвелла, світло, як і всі інші електромагнітні хвилі, є поперечними хвилями. При цьому за напрямом коливань цієї хвилі умовно приймають напрямом коливань електричного вектора (напруженості електричного поля E). Цей напрямок називають світловим вектором.

У природному світлі, створеному за рахунок випромінювань величезної кількості атомів речовини, немає якоїсь виділеної орієнтації світлового вектора. Під час випромінювання він орієнтується хаотично, а тому природне світло має рівноймовірний розподіл світлового вектора по всіх напрямках орієнтації.

Світло, в якому напрямки коливань світлового вектора якимось чином впорядковані, називається поляризованим. Якщо світловий вектор коливається лише в одному напрямку, перпендикулярному до напрямку розповсюдження хвилі, то таке світло називається плоскополяризованим, а площина, в якій здійснюються коливання, називається площиною поляризації.

Природне світло можна перетворити на плоскополяризоване за допомогою так званих поляризаторів, тобто оптичних приладів, що пропускають світло лише одного певного напрямку коливань світлового вектора. Поляризаторами можуть служити деякі кристалічні речовини, наприклад, турмалін. Деякі джерела світла (наприклад, лазери) не потребують використання поляризаторів, оскільки вони випромінюють світло, яке є первісно поляризованим.

Поляризація світла відбувається також при відбиванні та заломлюванні світла на границі розділу двох діелектриків. При певному куті падіння, який називається кутом Брюстера, відбитий промінь є плоскополяризованим, а заломлений - поляризованим частково. Кут Брюстера i_B визначається із співвідношення

$$\tan i_B = n_{21} \quad (5.51.)$$

де n_{21} – показник заломлення другого середовища відносно першого

Аналіз ступеня поляризації світла дає змогу отримати додаткову інформацію про певні фізичні процеси у деяких джерелах світла (наприклад, у плазмі). Поляризоване світло застосовується також при дослідженнях поверхні твердих тіл і тонких плівок, при вимірюванні концентрації певних хімічних розчинів тощо.

§ 5.4. “Хвильова оптика”

1. Інтерференція

Розглянемо явище взаємного накладання двох хвиль, які одночасно існують у певній ділянці простору. Будемо вважати хвилі *монохроматичними*, тобто кожній з них відповідає гармонічне коливання з однією певною частотою:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= A_1(r_1) \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{01}), \\ \xi_2 &= A_2(r_2) \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{02}), \end{aligned} \quad (5.52.)$$

де φ_{01} і φ_{02} – початкові фази коливань джерел хвиль, r_1 і r_2 – відстані від джерел першої і другої хвилі до даної точки простору, ω_1 і ω_2 – циклічні частоти хвиль.

Різниця фаз двох хвиль у цій точці:

$$\begin{aligned}\delta &= \varphi_1 - \varphi_2 = (\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{01}) - (\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{02}) = \\ &= (\omega_1 - \omega_2) \cdot t + (\varphi_{01} - k_1 r_1) - (\varphi_{02} - k_2 r_2) = \\ &= (\omega_1 - \omega_2) \cdot t + \varphi'_1 - \varphi'_2 ,\end{aligned}\tag{5.53.}$$

де φ'_1 і φ'_2 – початкові фази коливань у даній точці простору:

$$\begin{aligned}\varphi'_1 &= \varphi_{01} - k_1 r_1 , \\ \varphi'_2 &= \varphi_{02} - k_2 r_2 .\end{aligned}\tag{5.54.}$$

Якщо зі зміною часу різниця фаз δ у кожній точці простору зберігає своє значення, то при накладанні двох хвиль виникає явище їх взаємного підсилення або ослаблення, в залежності від величини δ . Це явище отримало назву *інтерференції*.

Умова збереження у часі сталого значення різниці фаз двох хвиль для кожної точки простору називається *когерентністю*.

Дві хвилі називаються когерентними, якщо різниця їх фаз у кожній точці простору є сталою в часі.

Оскільки для фіксованої точки простору $r_1 = \text{const}$ і $r_2 = \text{const}$, то

$$\varphi'_1 - \varphi'_2 = \text{const}.$$

Тоді різниця фаз двох хвиль у цій точці є сталою в часі лише за умови, що коефіцієнт при t дорівнює нулю, тобто $\omega_1 = \omega_2$.

Отже, *когерентними можуть бути лише монохроматичні хвилі однакової частоти*. За цієї умови $\delta = \varphi'_1 - \varphi'_2$.

Щоб отримати дві когерентні світлові хвилі, застосовують метод поділу однієї хвилі на 2 частини, які потім накладаються одна на одну. При цьому утворюється *інтерференційна картина*, тобто чергування у просторі максимумів і мінімумів амплітуд коливань частинок, зумовлене інтерференцією двох хвиль.

Розглянемо це явище більш детально.

При взаємонакладенні двох когерентних хвиль у певній точці простору кожна частинка речовини, до якої дійшли ці хвилі, бере участь одночасно у двох коливаннях однакової частоти:

$$\begin{aligned}\xi_1 &= A_1 \cos(\omega t + \varphi'_1), \\ \xi_2 &= A_2 \cos(\omega t + \varphi'_2).\end{aligned}\tag{5.55.}$$

Сумою цих двох коливань є також гармонічне коливання тієї ж самої частоти ω , амплітуду якого можна визначити за допомогою методу векторних діаграм. В результаті знайдемо, що квадрат амплітуди результуючого коливання:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \delta ,\tag{5.56.}$$

де $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця фаз двох хвиль у даній точці простору.

Інтенсивність світла I (середня густина потоку енергії електромагнітної хвилі) є пропорційною квадрату амплітуди світлової хвилі: $I \sim A^2$. Тому співвідношення (5.56) можна написати для інтенсивностей хвиль. Інтенсивність результуючого коливання в даній точці:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta ,\tag{5.57.}$$

де $I_1 \sim A_1^2, I_2 \sim A_2^2$ – інтенсивності коливань, що накладаються.

Таким чином, з останнього співвідношення маємо, що інтенсивність результуючого коливання залежить від різниці фаз δ двох коливань, які накладаються в даній точці простору. При $\cos \delta = +1$ утворюється максимум, при $\cos \delta = -1$ – мінімум. Якщо хвилі, що накладаються, мають однакові амплітуди: $I_1 = I_2 = I_0$, то в точках максимумів амплітуда результуючої хвилі зростає вчетверо: $I_{\max} = 4I_0$, а в точках мінімумів – зменшується до нуля: $I_{\min} = 0$. Якщо $I_1 \neq I_2$, інтерференційна картина має інше співвідношення максимумів і мінімумів.

З умови $\cos \delta = +1$ знайдемо умову інтерференційного максимуму:

$$\delta_{\max} = \pm 2m\pi ,\tag{5.58.}$$

а з умови $\cos \delta = -1$ – умову мінімуму :

$$\delta_{\min} = \pm(2m + 1)\pi ,\tag{5.59.}$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$ – ціле число.

Різниця фаз δ при інтерференції двох когерентних хвиль буде залежати від шляху, пройденого кожною з цих хвиль.

Нехай дві когерентні хвилі утворені в результаті поділу в точці О однієї хвилі на дві частини (Рис. 5.12). Їх інтерференцію будемо спостерігати у деякій точці М, до якої перша хвиля йде у середовищі з показником

заломлення n_1 , проходячи при цьому шлях l_1 , а друга – в іншому середовищі з показником заломлення n_2 , проходячи шлях l_2 .

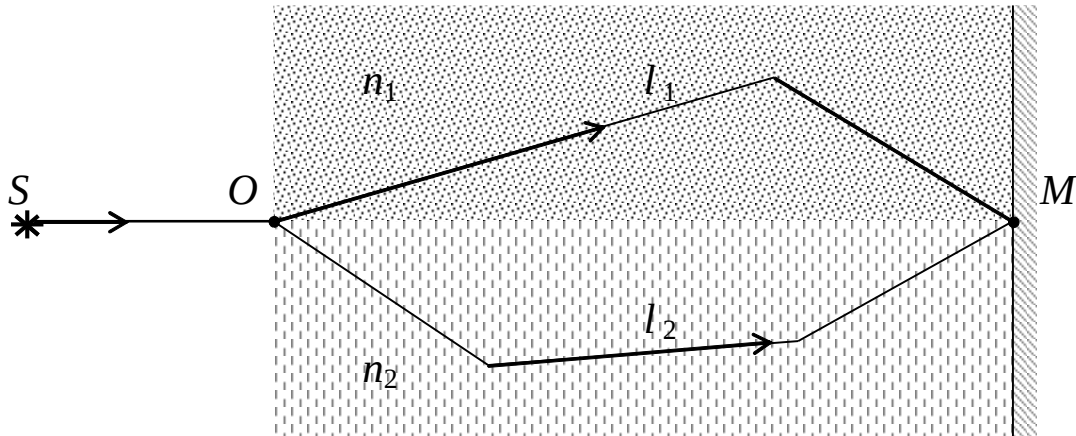


Рис.5.12

Фазові швидкості хвиль:

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{c}{n_1}, \\ v_2 &= \frac{c}{n_2}, \end{aligned} \quad (5.60.)$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

Якщо в т. О відбувається коливання

$$\xi = A \cos \omega t,$$

то в т. М перша хвиля збуджує коливання:

$$\xi_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{l_1}{v_1} \right) \quad (5.61.)$$

$$\xi_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{l_2}{v_2} \right) \quad (5.62.)$$

а друга:

Різниця фаз хвиль, враховуючи (9):

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega \left(\frac{l_2}{v_2} - \frac{l_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (l_2 n_2 - l_1 n_1), \quad (5.63.)$$

$$\delta = \frac{\omega}{c} (L_2 - L_1), \quad (5.64.)$$

або:

де $L = l \cdot n$ – оптична довжина ходу світлової хвилі.

Введемо позначення: $\Delta = L_2 - L_1$ – *оптична різниця ходу* двох хвиль.

Знайдемо $\omega/c = 2\pi/\lambda = k$ – хвильове число, що відповідає розповсюдженню хвилі даної частоти у вакуумі (λ – довжина хвилі у вакуумі). Тоді (13) набере вигляду:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad (5.65.)$$

Це співвідношення дає змогу визначити умови інтерференційних максимумів і мінімумів не для різниці фаз, а для оптичної різниці ходу когерентних хвиль, що накладаються при інтерференції.

$$\text{Умова максимуму:} \quad \Delta_{\max} = \pm m\lambda \quad (5.66.)$$

умова мінімуму :

$$\Delta_{\min} = \pm(2m + 1) \lambda/2 \quad (5.67.)$$

Отже, у просторі спостерігається чергування інтерференційних максимумів і мінімумів, які разом утворюють *інтерференційну картину*.

Інтерференційні максимуми утворюються в тих точках, де оптична різниця ходу хвиль дорівнює *парному* числу півхвиль (враховуючи, що $m\lambda = 2m(\lambda/2)$), мінімуми – де оптична різниця ходу дорівнює *непарному* числу півхвиль.

2. Дифракція світла

Існують оптичні явища, які свідчать про те, що закони геометричної оптики є наближеними і в ряді випадків вимагають уточнення. До таких явищ належить відхилення світлових променів від прямолінійного розповсюдження на границі світла і тіні, тобто при наявності перешкод на шляху розповсюдження світла. Внаслідок цього неможливо отримати чітку тінь від непрозорих предметів, а також накладаються певні обмеження на можливості оптичних приладів (мікроскоп, телескоп тощо).

Дифракція – це явище відхилення хвиль від прямолінійного розповсюдження при їх взаємодії з перешкодами.

Дифракція світла зумовлена його хвильовою природою і пояснюється за допомогою принципу Гюйгенса-Френеля. Згідно з цим принципом,

кожна точка простору, до якої дійшла хвиля, в свою чергу стає джерелом вторинних хвиль, когерентних з первинною.

Сутність даного принципу можна зрозуміти досить просто, якщо згадати, що хвилі – це коливання, які розповсюджуються у просторі внаслідок взаємодії між сусідніми точками простору. Якщо до якоїсь точки

дійшла хвиля і вона починає коливатися з певною частотою, то всі сусідні з нею точки починають також коливатися (з певним запізненням відносно цієї точки) внаслідок того, що перша точка “тягне” їх за собою, і вони коливаються з тією самою частотою, але з певним зсувом по фазі. Вони, в свою чергу, передають коливання своїм сусідам, і хвиля йде далі з певною швидкістю. Параметри коливання кожної точки визначаються впливом на неї усіх сусідніх з нею точок.

Якщо відоме положення фронту хвилі у певний момент часу t , то для побудови фронту хвилі в наступний момент часу $t + \Delta t$ необхідно побудувати обвідну всіх вторинних хвиль, створених вторинними джерелами на попередньому фронті хвилі (рис. 5.13).

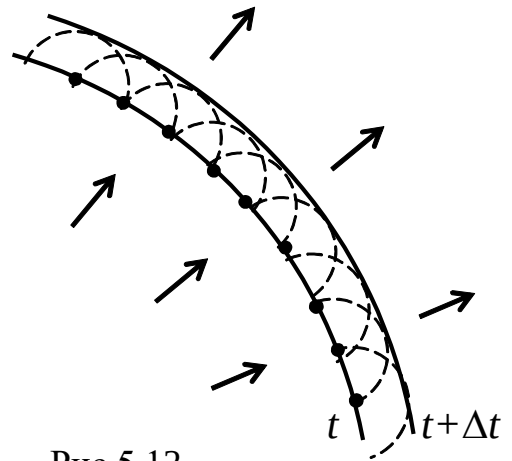
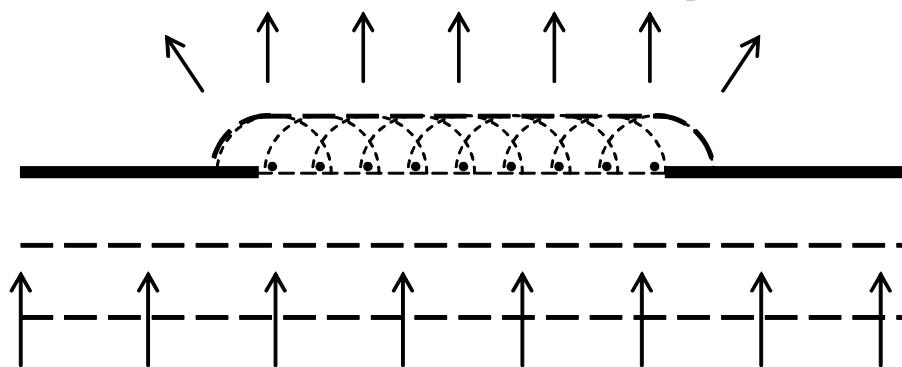


Рис.5.13

Будь-яка перешкода на шляху хвилі приводить до того, що “вибувають із гри” вторинні джерела хвилі, які були б на цьому місці, якби перешкоди не було. Тому після перешкоди параметри результуючої хвилі визначаються взаємонакладенням хвиль від тих вторинних джерел, які залишились діючими.

Якщо, наприклад, на шляху хвилі встановити непрозорий екран із отвором (Рис. 5.14), то хвилю за отвором можна розглядати як результат взаємонакладення хвиль, створених вторинними джерелами в площині отвору. Якщо до перешкоди хвильові поверхні (пунктир) мали форму площин (плоска хвиля), то після отвору вони набувають іншої форми. Оскільки кожне вторинне джерело є точковим і створює навколо себе сферичну хвилю, то хвильова поверхня, яка є обвідною всіх вторинних сферичних хвиль, поблизу країв отвору має викривлення, яке свідчить про зміну напрямку розповсюдження хвилі (стрілки). Це приводить до розповсюдження коливань також і в область геометричної “тіні”.



§5.5.“Теплове випромінювання”

1. Характеристики теплового випромінювання

Всі нагріті тіла є джерелами теплового електромагнітного випромінювання. Воно виникає за рахунок енергії теплового руху атомів і молекул речовини. При низьких температурах випромінюються низькочастотні невидимі інфрачервоні промені. При підвищенні температури зростає частота електромагнітних хвиль і випромінювання стає видимим: спочатку червоним, потім жовтим, білим, синюватим, при цьому частина енергії випромінюється і в ультрафіолетовому діапазоні.

Інтенсивність теплового випромінювання деякого тіла можна охарактеризувати за допомогою розглянутого раніше параметра, що називається його *енергетичною світністю*:

Енергетична світність R_e – це потужність випромінювання з одиниці площі поверхні тіла:

$$R_e = \frac{W}{S} . \quad (5.68.)$$

До складу теплового випромінювання входять електромагнітні хвилі різних частот ν (довжин хвиль λ). Щоб охарактеризувати здатність тіла випромінювати хвилі у певному частотному діапазоні, застосовується ще одна кількісна характеристика теплового випромінювання – *спектральна світність* тіла.

Спектральною світністю називається потужність випромінювання з одиниці площі поверхні тіла в одиничному інтервалі частот:

$$R_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu}}{S \cdot d\nu} , \quad (5.69.)$$

де S – площа поверхні тіла, dW_{ν} – потужність випромінювання тіла при частоті ν у нескінченно малому інтервалі частот шириною $d\nu$ (тобто в інтервалі частот $(\nu, \nu+d\nu)$). Індекс T підкреслює суттєву залежність спектральної світності від абсолютної температури тіла.

Оскільки частота ν і довжина хвилі λ зв'язані однозначною залежністю $\lambda = c/\nu$, то спектральну світність можна визначити і таким чином:

$$R_{\lambda,T} = \frac{dW_{\lambda}}{S \cdot d\lambda}, \quad (5.70.)$$

тобто потужність визначається не в одиничному інтервалі частот, а в одиничному інтервалі довжин хвиль.

Нагріте тіло здатне не лише випромінювати, але й поглинати зовнішнє випромінювання, що падає на його поверхню. Частина зовнішнього випромінювання відбивається поверхнею тіла, а частина – поглинається.

Спектральною поглинальною здатністю називається доля поглинутої енергії зовнішнього випромінювання заданої частоти:

$$A_{\nu,T} = \frac{W_{\nu}^{погл}}{W_{\nu}^{пад}}, \quad (5.71.)$$

де $W_{\nu}^{пад}$ і $W_{\nu}^{погл}$ – відповідно падаюча на поверхню і поглинута потужність випромінювання в нескінченно малому інтервалі частот $(\nu, \nu+d\nu)$.

Спектральна світність і спектральна поглинальна здатність кожного тіла залежать від частоти випромінювання і температури тіла (про що свідчать їх індекси), а також від матеріалу, стану поверхні і т. ін.

Теоретичний аналіз названих процесів найбільш просто здійснювати у випадку, коли поверхня тіла поглинає абсолютно все падаюче на нього випромінювання. Це певна ідеальна фізична модель, яка називається *абсолютно чорним тілом*.

Тіло, яке при будь-якій температурі поглинає все падаюче на нього випромінювання будь-якої частоти, називається абсолютно чорним.

Для абсолютно чорного тіла поглинальна здатність $A_{\nu,T}^{чорн} \equiv 1$.

Тіло, для якого поглинальна здатність також не залежить від частоти, але менша від одиниці, називається сірим.

Поглинальна здатність сірого тіла в загальному випадку залежить від температури, тому можна записати для нього: $A_T^{сір} < 1$. Індекс ν в даному випадку відсутній, оскільки для сірого тіла поглинальна здатність однакова у всіх частотних діапазонах.

2. Закон Кірхгофа.

Як зазначено вище, величини $R_{\nu,T}$ і $A_{\nu,T}$ в загальному випадку залежать від частоти випромінювання, а також від температури і природи тіла. Але їх відношення, як свідчить теоретичний аналіз, вперше зроблений Кірхгофом, від природи тіла не залежить. Для всіх тіл це відношення є

однаковою, універсальною функцією $r_{\nu,T}$, яка залежить від частоти і температури:

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T} \quad (5.72.)$$

Для абсолютно чорного тіла $A_{\nu,T} \equiv 1$, тому для нього $R_{\nu,T}^{чорн} = r_{\nu,T}$, тобто універсальна функція Кірхгофа $r_{\nu,T}$ – це спектральна світність абсолютно чорного тіла.

Отже, закон Кірхгофа можна сформулювати так:

для всіх тіл відношення спектральної світності до спектральної поглинальної здатності однакове і дорівнює спектральній світності абсолютно чорного тіла при тій же частоті і температурі.

Закон Кірхгофа говорить про те, що універсальна функція $r_{\nu,T}$ існує, але довгий час спроби визначити *теоретично* її формулу були невдалими.

Для *експериментального* визначення цієї функції необхідно мати об'єкт, близький за своїми властивостями до абсолютно чорного тіла. Але у природі абсолютно чорних тіл не існує. Абсолютно чорне тіло – це ідеальна модель, зручна для теоретичних розрахунків, але вона не пов'язана з якимось конкретним тілом чи речовиною. Існують деякі речовини (сажа, платинова чернь), поглинальна здатність яких є близькою до одиниці в обмеженому діапазоні частот, але в інших діапазонах вона суттєво менша за одиницю.

Проте можна створити пристрій, властивості якого досить близькі до властивостей абсолютно чорного тіла. Це замкнена порожнина з невеликим отвором для входу світлового променя. Цей промінь практично повністю поглинається внаслідок багатократних відбивань від стінок порожнини, які він повинен зробити, перш ніж знайде отвір для виходу (Рис. 5.15). Теплове

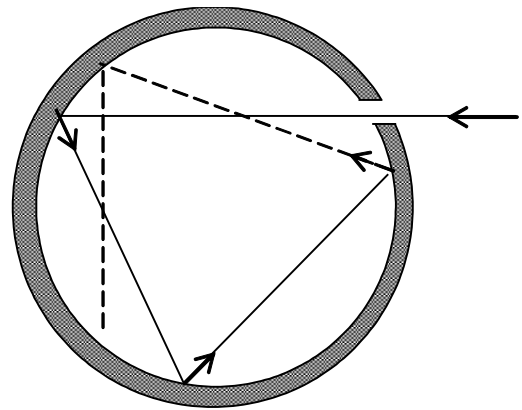


Рис.5.15

випромінювання всередині порожнини знаходиться в термодинамічній рівновазі зі стінками порожнини, і його властивості не залежать від фізичної природи стінок, а залежать лише від їх температури. Спектральний склад випромінювання, яке виходить з порожнини через отвір, є досить близьким до спектрального складу випромінювання абсолютно чорного тіла.

Вимірювання спектрів такого випромінювання дозволили отримати графік універсальної функції Кірхгофа $r_{\nu,T}$ експериментальним шляхом.

Виявилося, що це крива лінія з максимумом, висота якого швидко зростає при підвищенні температури, а його положення на осі частот зміщується при цьому в бік більших частот.

На рис. 5.16 зображено три графіки цієї функції для трьох різних температур, але в залежності не від частоти, а від довжини хвилі випромінювання. Відповідно, довжина хвилі максимуму функції при підвищенні температури зменшується.

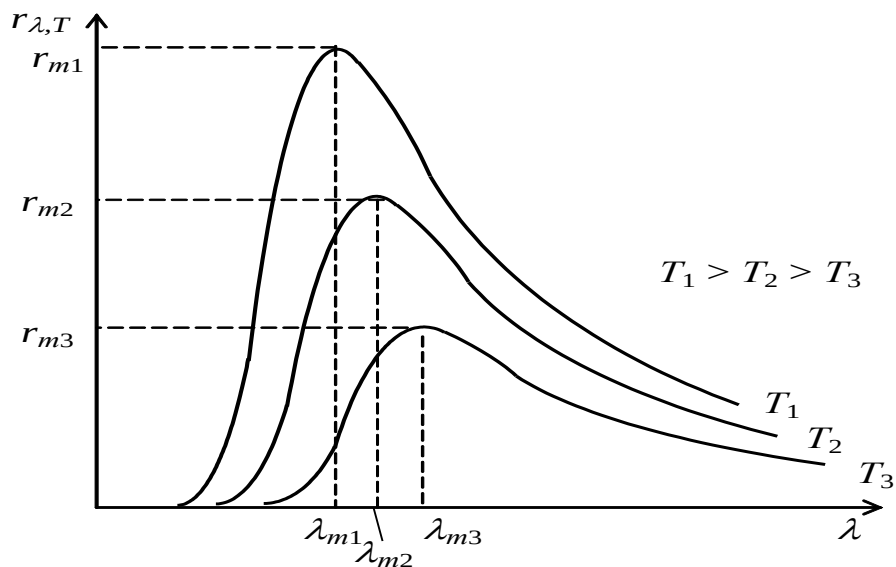


Рис.5.16

Для сірого тіла поглинальна здатність не залежить від частоти, а залежить лише від температури. Тому із співвідношення (5.72) знайдемо:

$$R_{v,T} = A_T \cdot r_{v,T} \quad (5.73.)$$

3. Закони Стефана – Больцмана і Віна

Ці закони були першими кроками до аналізу властивостей універсальної функції Кірхгофа. Закон Стефана – Больцмана був встановлений спочатку на основі аналізу експериментальних даних, а потім підтверджений суто теоретичним шляхом, на основі термодинамічних законів.

З рис. 5.16 можна зробити висновок, що площа під графіком функції $r_{\lambda,T}$ зростає при підвищенні температури. Але ж, ця площа – не що інше, як інтегральна світність абсолютно чорного тіла $R_T^{\text{чорн}}$. Закон Стефана – Больцмана кількісно визначає цю залежність і говорить про те, що

інтегральна світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню його абсолютної температури:

$$R_T^{чорн} = \sigma \cdot T^4, \quad (5.74.)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2\text{К}^4\text{)}$ – стала Стефана – Больцмана.

При зміні температури абсолютно чорного тіла, крім площі під графіком універсальної функції, змінюється також і форма графіка (див. рис. 5.16). Зокрема, відбувається зміщення максимуму кривої по осі довжин хвиль. Це зміщення максимуму було теоретично проаналізовано Віном і була встановлена його залежність від температури, яка визначається законом зміщення Віна (перший закон Віна):

довжина хвилі λ_m , що відповідає максимальному значенню спектральної світності абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (5.75.)$$

де $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – стала Віна.

Закон зміщення Віна пояснює, чому при зниженні температури тіла в його спектрі переважає довгохвильове випромінювання (наприклад, розжарений до білого свічення метал при остиганні поступово стає оранжевим, а потім червоним).

Відповідь на питання про величину максимального значення спектральної світності абсолютно чорного тіла при даній температурі (величини r_{m1} , r_{m2} , r_{m3} на рис. 5.16) дає другий закон Віна:

максимальна спектральна світність абсолютно чорного тіла пропорційна п'ятому степеню його абсолютної температури:

$$(r_{\lambda,T})_{max} = C \cdot T^5, \quad (5.76.)$$

де $C = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(м}^3 \cdot \text{К}^5\text{)}$.

4. Оптична пірометрія

Закони теплового випромінювання застосовуються для вимірювання температури нагрітих тіл. Цей метод має перевагу над іншими в тому, що він дозволяє визначати температуру тіла дистанційно, на відстані. Прилади для вимірювання температури тіл за характеристиками їх теплового випромінювання називаються *пірометрами*, а сам метод – *оптичною пірометрією*.

В залежності від того, який закон теплового випромінювання застосовується, розрізняють кілька типів пірометрії.

- 1) *Радіаційні пірометри.*

У пірометрах цього типу реєструється інтегральна (енергетична) світність досліджуваного тіла R_T . Після цього за законом Стефана – Больцмана визначається його *радіаційна температура* T_p :

$$T_p = \sqrt[4]{\frac{R_T}{\sigma}} . \quad (5.77.)$$

Але, оскільки закон Стефана-Больцмана справедливий для абсолютно чорного тіла, то при вимірюванні цим методом температури інших тіл отримуємо систематичну похибку. Нескладний аналіз дозволяє визначити, що істинна температура тіла T і його виміряна радіаційна температура зв'язані співвідношенням:

$$T_p = \sqrt[4]{A_T} \cdot T , \quad (5.78.)$$

де A_T – поглинальна здатність тіла (для сірого тіла). Оскільки $A_T < 1$, то істинна температура тіла завжди вища за його радіаційну температуру.

2) Кольорові пірометри.

Більшість тіл за випромінювальними властивостями близькі до сірих тіл, а тому для них, спектральна світність:

$$R_{\lambda,T} = A_T \cdot r_{\lambda,T} , \quad (5.79.)$$

де $A_T = \text{const} < 1$. Тому для сірих тіл, як і для абсолютно чорного, справедливим є закон зміщення Віна (5.76). У кольоровій пірометрії визначається довжина хвилі λ_m , що відповідає максимуму спектральної світності досліджуваного тіла. Потім для цього тіла визначається *кольорова температура* за співвідношенням:

$$T_K = b/\lambda_m . \quad (5.80.)$$

Для сірих тіл кольорова температура співпадає з істинною, для інших – відрізняється від неї, причому в деяких випадках помилка може бути великою.

3) Пірометри яскравості.

Температура яскравості T_J – це температура абсолютно чорного тіла, для якого при певній довжині хвилі λ його спектральна світність дорівнює спектральній світності досліджуваного тіла:

$$R_{\lambda,T} = r_{\lambda,T_J} , \quad (5.81.)$$

де T – істинна температура тіла. За законом Кірхгофа:

$$\frac{R_{\lambda,T}}{A_{\lambda,T}} = r_{\lambda,T}, \quad (5.82.)$$

або, враховуючи (5.81.):

$$r_{\lambda,T_J} = A_{\lambda,T} \cdot r_{\lambda,T}. \quad (5.83.)$$

Оскільки для нечорних тіл $A_{\lambda,T} < 1$, то $r_{\lambda,T_J} < r_{\lambda,T}$, а тому $T_J < T$, тобто істинна температура тіла завжди вища від температури яскравості.

Пірометри яскравості, як правило, мають оптичну систему, яка дозволяє суміщувати зображення досліджуваного тіла і провідника, розжареного електричним струмом. Світлофільтри виділяють випромінювання у вузькому діапазоні довжин хвиль, тобто ці зображення є близькими до монохроматичних. Змінюючи температуру провідника, добиваються того, щоб зображення провідника зникло на тлі досліджуваного тіла. Це відбувається в той момент, коли їх температури яскравості стають рівними. Отже, контролюючи температуру провідника, визначають тим самим і температуру яскравості тіла.

Якщо відома поглинальна здатність тіла $A_{\lambda,T}$ при тій же довжині хвилі, то із співвідношення (5.79), використовуючи формулу Планка (див. нижче) для універсальної функції Кірхгофа, можна розрахувати істинну температуру тіла. Для перерахунку температури яскравості в істинну можна скористатися створеними на цій основі таблицями та номограмами, які дозволяють виконувати цю процедуру досить швидко.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Хвилі. Поздовжні і поперечні хвилі. Фаза коливань.
2. Довжина хвилі. Зв'язок довжини хвилі і частоти. Хвильова поверхня. Хвильовий фронт. Типи хвиль за формою фронту.
3. Рівняння плоскої хвилі. Фазова швидкість. Довжина хвилі. Хвильове число. Групова швидкість.
4. Електромагнітні хвилі. Швидкість електромагнітних хвиль.
5. Густина потоку енергії. Вектор Пойнтінга. Шкала електромагнітних хвиль.
6. Закони геометричної оптики.
7. Заломлення світла. Показник заломлення.
8. Інтерференція світла. Когерентні хвилі. Різниця фаз хвиль.
9. Оптична довжина ходу хвилі. Оптична різниця ходу хвиль. Умови максимумів і мінімумів.
10. Розрахунок інтерференційної картини від двох джерел.
11. Методи спостереження інтерференції. Інтерференція в тонких плівках.

12. Дифракція світла. Принцип Гюйгенса-Френеля.
13. Метод зон Френеля. Дифракційна решітка.
14. Фотометрія. Енергетичні та світлові величини.
15. Енергетичний потік. Сила світла. Енергетична світність. Освітленість поверхні.
16. Теплове випромінювання. Спектральна та інтегральна світність.
17. Спектральна поглинальна здатність. Абсолютно чорне тіло. Сіре тіло.
18. Закон Кірхгофа. Універсальна функція Кірхгофа.
19. Закон Стефана-Больцмана. Закон Віна.

РОЗДІЛ 6

АТОМНА ФІЗИКА

У даному розділі буде розглянуто питання дослід Резерфорда. планетарну модель атома, постулати Бора, модель атома Бора, спектр випромінювання атома, поняття про спектральний аналіз, гіпотезу де Бройля, хвильові властивості мікрочасток, співвідношення невизначеностей, хвильову функцію, Рівняння Шредінгера.

Радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду. Активність речовини. Поглинута доза випромінювання. Методи реєстрації радіоактивних випромінювань. Ядерні реакції. Ланцюгова реакція поділу ядер. Критична маса. Будова та принцип дії атомного реактора. Атомні електростанції. Термоядерні реакції.

§6.1. Квантова природа випромінювання

1. Формула Релея – Джінса.

Закони Стефана – Больцмана і Віна пояснюють лише деякі властивості універсальної функції Кірхгофа, але для подальших теоретичних досліджень необхідно було знайти її математичну формулу.

Перша серйозна спроба розв'язати цю задачу була зроблена англійськими фізиками Релеєм та Джінсом, які застосували до теплового випромінювання закони класичної термодинаміки і статистичної фізики. Строгий теоретичний розгляд цієї проблеми дозволив їм отримати таку формулу, яка називається *формулою Релея – Джінса*:

$$(r_{\nu,T})_{P-D} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot kT, \quad (6.1.)$$

де k – стала Больцмана.

Ця формула досить добре погоджується з експериментальною функцією в області частот, малих порівняно з частотою $\nu_m = c/\lambda_m$, що відповідає максимуму функції. Але в області максимуму і для більш високих частот (для менших довжин хвиль) її поведінка не відповідає

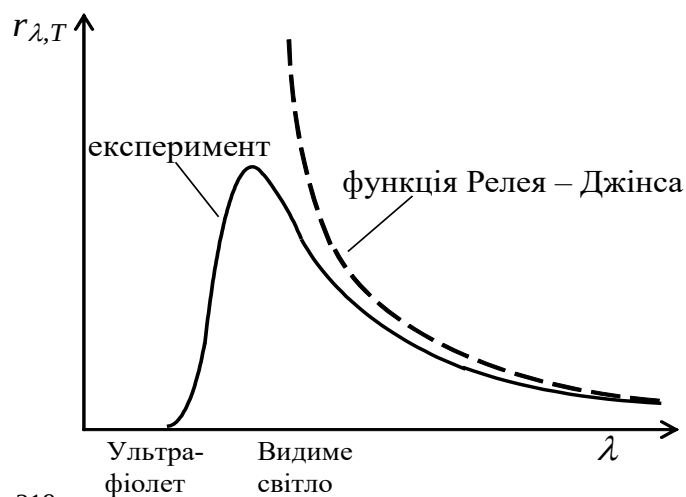


Рис.6.1

експерименту (Рис. 6.1). При $\nu \rightarrow \infty$ ($\lambda \rightarrow 0$), тобто при переході від інфрачервоної і видимої областей спектру до ультрафіолетового діапазону, функція Релея – Джінса необмежено зростає, що суперечить експериментальним даним:

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} (r_{\nu, T})_{P-D} = \infty.$$

Цей результат отримав назву *ультрафіолетової катастрофи*, і це справді була катастрофа для всієї теоретичної основи класичної фізики.

Про невідповідність функції Релея – Джінса експерименту свідчить і те, що функція Релея – Джінса є монотонною, тоді як із експериментальних вимірювань було відомо, що універсальна функція Кірхгофа має максимум.

Ще один аргумент, що свідчить про помилковість функції Релея – Джінса, виникає при спробі визначити з її допомогою, згідно зі співвідношенням, інтегральну світність абсолютно чорного тіла:

$$R_T^{чорн} = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \frac{2\pi k T}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty.$$

Зрозуміло, що це – абсурдний результат, який також свідчить про те, що формула Релея – Джінса не відповідає дійсності.

В той же час, необхідно зазначити, що з точки зору класичної фізики вивід формули Релея – Джінса було зроблено бездоганно. Вона була логічним наслідком класичної термодинаміки та статистичної фізики у застосуванні до теплового електромагнітного випромінювання. Тому отриманий результат, який знаходився у протиріччі з експериментальними фактами, означав, що в даному випадку класична теорія зайшла у безвихідь. Це була одна з перших ознак кризи класичної фізики, яка полягала в тому, що ряд нових експериментальних даних неможливо було теоретично обґрунтувати без докорінної зміни фундаментальних першооснов класичної фізики.

2. Кванти енергії. Формула Планка.

Формулу спектральної світності абсолютно чорного тіла (універсальну функцію Кірхгофа) визначив німецький фізик Макс Планк у 1900 році, але для цього йому знадобилося зробити припущення, яке згодом привело до справжньої революції у фізиці. Він висловив гіпотезу, згідно з якою енергія випромінюється і поглинається атомами речовини не безперервно, а *дискретно*, тобто окремими порціями, які Планк назвав *квантами енергії*. Друге припущення цієї гіпотези полягало в тому, що енергія кванта електромагнітного випромінювання пропорційна його частоті:

$$\varepsilon = h\nu, \quad (6.2.)$$

де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – стала Планка.

Це співвідношення можна написати і в такій формі:

$$\varepsilon = \hbar\omega, \quad (6.3.)$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \quad (6.4.)$$

де

– константа, яку теж називають сталою Планка і застосовують у тому випадку, коли замість звичайної частоти користуються циклічною частотою $\omega = 2\pi\nu$. Літеру $\hbar$ називають “аш перекреслене” і застосовують лише для позначення даної константи, оскільки її немає у жодному алфавіті світу (вона введена в обіг фізиками). Неважко побачити, що результат визначення енергії кванта за обома формулами однаковий.

Застосовуючи цю гіпотезу до процесу взаємодії теплового випромінювання з речовиною та використовуючи статистичні методи, Планк теоретично вивів формулу для універсальної функції Кірхгофа:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (6.5.)$$

Ця формула (*формула Планка*) блискуче погоджується з експериментальною функцією для спектральної світності абсолютно чорного тіла.

У граничному переході $\nu \rightarrow 0$ (довгохвильове наближення) експоненту в знаменнику можна замінити першими двома членами її розкладу в ряд Тейлора:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT},$$

в результаті чого функція Планка переходить у функцію Релея – Джінса. Це можна логічно пояснити тим, що при такому переході величина квантів енергії прямує до нуля, і дискретний процес взаємодії теплового випромінювання з речовиною можна замінити безперервним, при якому діють класичні закони. Отже, *функція Релея – Джінса є справедливою, але її застосування обмежене довгохвильовим наближенням.*

Математичний аналіз функції Планка дозволяє отримати ряд інших результатів, які також свідчать на її користь.

Якщо проінтегрувати цю функцію по частоті в межах $(0, \infty)$, отримаємо вираз, пропорційний T^4 , що відповідає закону Стефана –

Больцмана. Коефіцієнт пропорційності, отриманий при цьому, практично співпадає з експериментально визначеною сталою Стефана – Больцмана.

Крім того, за допомогою формули (6.5) можна теоретично отримати закон зміщення Віна та обчислити відповідну константу, яка також добре погоджується з експериментальними даними.

Все це свідчить на користь квантової гіпотези Планка, яка лягла в основу нової, *квантової фізики*.

Але для повного утвердження нової теорії необхідно було відповісти на ряд нових запитань. Перш за все, вони стосувалися природи електромагнітного випромінювання. Згідно з гіпотезою Планка, світло випромінюється і поглинається у вигляді окремих частинок (корпускул). Але класична теорія і ряд експериментальних явищ (інтерференція, дифракція) свідчили, що електромагнітне випромінювання – це хвилі. Але хвиля – це безперервний процес у безперервному середовищі. На той час це здавалося непереборним аргументом проти гіпотези квантів. Для її підкріплення необхідно було отримати прямі експериментальні докази існування квантів енергії.

Одним із таких експериментальних доказів стало явище *зовнішнього фотоефекту*.

3. Фотоефект

З усіх різновидів фотоефекту ми розглянемо так званий *зовнішній фотоефект*, який дозволяє найбільш наочно переконатись у справедливості квантової теорії.

Зовнішнім фотоефектом (фотоелектричним ефектом) називається явище випускання електронів речовиною під дією електромагнітного випромінювання.

Електрони, які вийшли з речовини у вакуум внаслідок такого процесу, називаються *фотоелектронами*. Для експериментального дослідження фотоефекту зразок речовини поміщують у вакуумну камеру і створюють умови для його освітлення випромінюванням, частоту якого можна плавно змінювати. Електрони, які при цьому вилітають із зразка (фотоелектрони), досліджуються з метою вимірювання їх кількості (вимірювання струму фотоелектронів), а також визначення їх кінетичної енергії.

В результаті експериментальних досліджень були встановлені такі закони фотоефекту:

1. (Закон Столетова): Число фотоелектронів за одиницю часу пропорційне інтенсивності світла (енергетичній освітленості поверхні тіла).

2. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів не залежить від інтенсивності світла, а визначається лише його частотою і лінійно зростає зі збільшенням частоти.

3. Для кожної речовини існує “червона межа” фотоефекту, тобто мінімальна частота світла, нижче якої світло будь-якої інтенсивності фотоефекту не викликає.

Ці закони не можуть бути пояснені за допомогою класичної хвильової теорії світла. Згідно з цією теорією, кінетична енергія фотоелектронів повинна визначатись інтенсивністю світла, а “червоної межі” не повинно бути.

Дослідні закони фотоефекту були пояснені теоретично лише при застосуванні до цього явища квантової теорії. Це було зроблено А.Ейнштейном, який припустив, що світло розповсюджується у просторі не як безперервна хвиля, а як потік окремих частинок – *фотонів*, що рухаються зі швидкістю світла c . Таким чином, взаємодія світла з кожним електроном речовини відбувається не як взаємодія хвилі з частинкою, а як взаємодія двох частинок. При цьому виконується закон збереження енергії, який дозволяє розрахувати енергію електрона після взаємодії.

Енергія одного фотона визначається співвідношенням Планка (6.2.):

$$\varepsilon = h\nu.$$

Фотон – це елементарна частинка, яка не має маси спокою ($m_0 = 0$), але його масу у стані руху зі швидкістю світла c можна розрахувати на основі формули Ейнштейна, що встановлює зв’язок між масою і енергією:

$$\varepsilon = m_\phi c^2.$$

Порівнюючи останні дві формули, знайдемо масу фотона:

$$m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (6.6.)$$

При падінні фотона на речовину вся його енергія передається *одному* електрону. При цьому енергія електрона підвищується відносно початкового рівня на величину ε . Частину енергії, отриманої від фотона, електрон витрачає на здійснення *роботи виходу* A з речовини. Іншу частину B електрон віддає при зіткненнях з іншими електронами та іонами речовини. Решта енергії електрона після його виходу з речовини у вакуум визначає його кінетичну енергію T . Запишемо для цього процесу рівняння закону збереження енергії:

$$\varepsilon = A + B + T. \quad (6.7.)$$

Робота виходу для всіх фотоелектронів залежить лише від типу речовини, а тому в даному конкретному процесі вона є фіксованим параметром. В той же час, різні фотоелектрони мають різну величину B втрат енергії на шляху з глибини речовини до її поверхні. Із співвідношення (6.7) зрозуміло, що при фіксованих параметрах ε і A максимальну кінетичну енергію

$$T_{\max} = \frac{m v_{\max}^2}{2}$$

мають ті фотоелектрони, для яких втрати енергії $B = 0$. За цієї умови з (6.7) отримаємо:

$$h\nu = A + \frac{m v_{\max}^2}{2}. \quad (6.8.)$$

Це – рівняння Ейнштейна для фотоефекту. З нього, як наслідок, відразу ж випливають 2-й та 3-й закони фотоефекту.

Якщо зменшувати частоту ν (тобто зміщуватись у “червоний” бік спектру), буде зменшуватись і максимальна швидкість фотоелектронів $v_{\max}$ (також і їх кінетична енергія). При деякій частоті $\nu = \nu_0$ швидкість стане рівною нулю, і фотоефект припиниться. При цьому, згідно з (6.8):

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \quad (6.9.)$$

Ця частота (або відповідна довжина хвилі) називається “червоною межею” фотоефекту.

Оскільки закони фотоефекту стало можливим пояснити лише при застосуванні корпускулярних уявлень про природу світла (частинками, або корпускулами світла є фотони), то це явище було першим експериментальним доказом на користь таких уявлень.

4. Корпускулярно-хвильовий дуалізм

Корпускулярно-хвильовий дуалізм — запропонована [Луї де Бройлем](#) гіпотеза про те, що будь-яка елементарна частка має хвильові властивості, а будь-яка хвиля має властивості, характерні для частинки.

Гіпотеза де Бройля з'явилася тоді, коли стало відомо, що [електромагнітні хвилі](#) випромінюються й поглинаються порціями — [квантами](#) (див. [абсолютно чорне тіло](#), [фотоефект](#)). Тобто, хвилі демонструють властивості, які раніше приписувалися лише частинкам ([корпускулам](#)).

Де Бройль висловив гіпотезу, що справедливе обернене твердження: будь-яка [елементарна частинка](#) має також хвильові властивості. Він оцінив довжину хвилі частинки, виходячи з енергетичних міркувань. Якщо електромагнітна хвиля з частотою ν має енергію $E=h\nu$, де h — [стала Планка](#), то схожим чином можна визначити також частоту (а отже, й довжину хвилі) інших частинок, наприклад, [електронів](#).

Енергія частинки згідно з положеннями теорії відносності залежить від її маси. Тоді для визначення довжини хвилі де Бройля λ можна скористатися співвідношенням

$$E = mc^2 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (6.10.)$$

Довжина хвилі де Бройля мікрочастинки можна визначити за виразом:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (6.11.)$$

де p — імпульс мікрочастинки. Хвильове число k теж має зв'язок із довжиною хвилі:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (6.12.)$$

З останніх двох співвідношень знайдемо:

$$p = \hbar k. \quad (6.13.)$$

Знайдемо зв'язок між енергією частинки та її імпульсом:

$$E = \frac{p^2}{2m}, \quad (6.14.)$$

що співпадає з класичним співвідношенням.

Отримані математичні співвідношення дозволяють зробити висновок, що у випадку руху вільної частинки її енергія та імпульс можуть набирати будь-яких значень, тобто *енергетичний спектр вільної частинки є безперервним*.

Гіпотеза де Бройля знайшла підтвердження, коли в [1925 р.](#) [Ервін Шредінгер](#) використав її для запису [хвильового рівняння](#).

Експериментальне відкриття в [1927 р.](#) явища [дифракції електронів](#) остаточно підтвердило справедливість корпускулярно-хвильового дуалізму.

§ 6.2. Модель атома Бора та елементи квантової механіки

1. Дослід Резерфорда

Уявлення про атоми, як найменші частинки речовини, виникло ще в античні часи. Проте питання про побудову теоретичної моделі атома постало значно пізніше, у ХІХ сторіччі, коли вже було накопичено велику кількість дослідних даних (кількісні характеристики хімічних реакцій, молекулярно-кінетичні дослідження та ін.), які свідчили про існування атомів. Перші теоретичні моделі будувались на основі класичної фізики і виявили свою неспроможність пояснити всі відомі на той час дослідні дані. Але вони дали поштовх до подальшого вдосконалення теоретичних конструкцій та інтенсифікації експериментальних досліджень будови матерії на мікроскопічному рівні.

Велике значення для виявлення суттєвих рис будови атома мав дослід англійського фізика Ернеста Резерфорда. Під час цього дослідів вивчалось проходження пучка α -частинок через тоненьку, товщиною близько 1 мкм, золоту фольгу. α -частинки – це заряджені частинки (ядра атома гелію), які є продуктом розпаду ядер радіоактивних речовин, і які внаслідок реакції розпаду мають велику кінетичну енергію. Кожна α - частинка складається з 2 протонів і 2 нейтронів, тому вона має позитивний заряд, вдвічі більший, ніж заряд електрона, і масу, приблизно в 7300 разів більшу, ніж маса електрона. Така велика різниця в масах приводить до того, що зіткнення з електроном практично не впливає на траєкторію руху α -частинки. Змінити її траєкторію в змозі лише зіткнення з частинкою великої маси.

Під час дослідів Резерфорда реєструвалось відхилення напряму руху α - частинок великої енергії при їх проходженні через фольгу. Для цього застосовувались спеціальні люмінесцентні екрани з шаром сірчистого цинку, при взаємодії з яким швидко α - частинка викликає характерний спалах (сцинтиляцію). Кут відхилення α - частинки визначався за допомогою точної фіксації місця кожної сцинтиляції. При цьому підраховувалась відносна кількість α -частинок, що відхиляються на певний кут від початкового напряму руху (кут розсіювання).

На основі досліджень було визначено залежність відносної кількості частинок від кута їх розсіювання. Виявилось, що переважна більшість α -частинок майже не відхиляються (їх кут розсіювання близький до нуля). В той же час, невелика кількість частинок мала значне відхилення, а для деяких кут розсіювання наближався навіть до 180° .

Аналіз цих дослідів дозволив зробити висновок, що більша частина об'єму атома “прозора” для α -частинок. В той же час, у атомі присутнє мале

за об'ємом і велике за масою тіло, при зближенні з яким α - частинки змінюють напрямок руху внаслідок силової взаємодії з ним. Це тіло було назване *ядром* атома. Вважаючи причиною відхилення α - частинок їх кулонівську взаємодію з ядром, Резерфорд теоретично проаналізував цей процес, і на основі кількісних результатів експерименту зміг оцінити розмір ядра. Виявилось, що діаметр ядра не перевищує 10^{-14} м, тобто розмір ядра приблизно в 10 000 разів менше розміру атома.

На основі отриманих результатів Резерфорд у 1911 р. запропонував так звану “планетарну модель” атома. Згідно з нею, атом складається з масивного ядра, що має позитивний заряд Ze (e – елементарний заряд), навколо якого, немов планети навколо Сонця, обертаються по орбітах Z негативно заряджених електронів, які утримуються на орбітах силою кулонівської взаємодії з ядром.

Проте спроба теоретично обґрунтувати цю модель не мала успіху, оскільки в рамках класичної теорії неможливо було пояснити стабільність такого атома. За класичними законами, електрони під час руху по криволінійних траєкторіях повинні безперервно втрачати свою енергію за рахунок електромагнітного випромінювання. Внаслідок цього радіус орбіти електрона повинен поступово зменшуватись, і через певний час кожний електрон повинен впасти на ядро.

Планетарна модель не могла також пояснити і результати досліджень оптичних спектрів випромінювання хімічних елементів. Вони показали, що кожен хімічний елемент має свій, характерний лише для нього, спектр електромагнітного випромінювання, який має лінійчасту структуру, тобто випромінюються лише хвилі окремих частот. Приклад такого спектру наведено на Рис. 6.2, де положення кожної лінії випромінювання вздовж горизонтальної осі відповідає її частоті, а товщина лінії пропорційна інтенсивності її свічення. Але за класичною теорією частота випромінювання атома повинна визначатись частотою обертання електрона навкруг ядра. Оскільки класична механіка не передбачає ніяких обмежень на параметри орбіти електрона, то, згідно з моделлю Резерфорда, радіус орбіти, а отже, і частота обертання могли бути будь-якими. Тому спектр випромінювання будь-якого хімічного елементу теоретично повинен бути безперервним. Але це теж входило в протиріччя з дослідними даними.

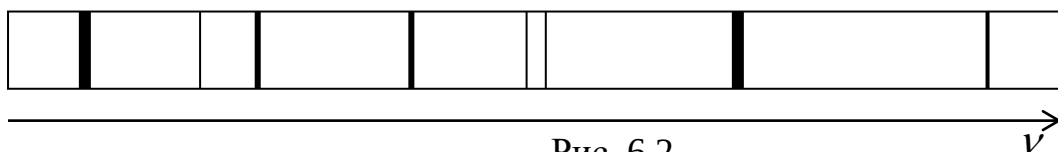


Рис. 6.2

2. Модель атома Бора

Для подолання протиріч моделі Резерфорда датський фізик Нільс Бор запропонував нову теоретичну модель, в основу якої було покладено ту ж саму планетарну будову атома, але додатково Бор сформулював 2 постулати, які дозволяли погодити теорію з дослідними фактами.

I постулат. У атомі існують стаціонарні електронні орбіти, при обертанні по яких електрон не випромінює енергію. Радіуси стаціонарних орбіт визначаються з умови, якій повинен задовольняти момент імпульсу електрону:

$$L = m v r_n = n \hbar, \quad (6.15.)$$

де m – маса електрону, v – швидкість електрону на орбіті, $n = 1, 2, 3, \dots$ – ціле число, r_n – радіус n -ї орбіти, $\hbar$ (перекреслене h) – стала, яка дорівнює сталій Планка, поділеній на 2π (ї яку теж іноді називають сталою Планка):

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} . \quad (6.16.)$$

II постулат. При переході електрона з однієї стаціонарної орбіти на іншу випромінюється або поглинається один фотон з енергією, що дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів атома:

$$h\nu = E_n - E_m . \quad (6.17.)$$

Модель Бора дозволила розрахувати радіуси стаціонарних електронних орбіт та енергії електронів на цих орбітах (енергії стаціонарних електронних станів).

Оскільки доцентрова сила для електрона – це кулонівська взаємодія з ядром, заряд якого дорівнює Ze , то

$$\frac{m v^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z e^2}{r_n^2} \quad (6.18.)$$

Розв'язуючи це рівняння разом з правилом квантування моменту імпульсу електронних орбіт (I постулат Бора), отримаємо

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m Z e^2} \cdot n^2 = \frac{a}{Z} \cdot n^2, \quad (6.19.)$$

$$\text{де } a = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} = 0,528 \text{ \AA} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м} \quad (6.20.)$$

Константа a дорівнює радіусу 1-ї орбіти у атомі водню і називається *першим борівським радіусом*.

Розраховуючи кінетичну та потенціальну енергії електрона на n -й стаціонарній орбіті, можна знайти їх суму – повну енергію електрона E_n . Вона також може приймати лише певні дискретні значення:

$$E_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} = E_1 \cdot \frac{Z^2}{n^2}, \quad (6.21.)$$

$$E_1 = -\frac{m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2} \quad \text{де} \quad (6.22.)$$

1– перший (основний) енергетичний рівень у атомі водню. Цей рівень відповідає незбудженому стану атома, в якому атом може перебувати необмежено довго. Інші енергетичні рівні є збудженими, тобто 2-й рівень є першим збудженим, 3-й – другим збудженим і т. д. Час перебування атома у збудженому стані визначається рядом додаткових умов і є обмеженим.

Оскільки електрон, віддалений від ядра на нескінченність, ніяк з ним не взаємодіє, його енергія приймається за нуль (нульовий рівень енергії, або рівень вакууму). Знак “–” у формулі (6.22.) свідчить про те, що електрон у атомі перебуває у зв’язаному стані. Віддалення електрона від ядра потребує підвищення його енергії, а отже, є енергетично не вигідним. Найменшу (тобто найбільшу по модулю) енергію E_1 має електрон у стані $n = 1$.

Якщо атом водню є незбудженим (перебуває в основному стані), його електрон знаходиться на першому енергетичному рівні, тобто обертається по орбіті з номером 1, найближчій до ядра. Щоб іонізувати атом водню (відірвати електрон від ядра), необхідно надати електрону енергію, яка визначається різницею енергій між енергією вільного електрона (нульовий рівень) і основним станом атома (рівень E_1). Тому енергію $E_i = -E_1$ називають також *енергією іонізації* атома. Розрахунок за формулою (8) дозволяє визначити для атома водню енергію іонізації $E_i = 13,55$ еВ, що досить точно співпадає з експериментальним значенням.

Згідно з II постулатом Бора, при переході атома водню ($Z = 1$) з стаціонарного стану n в стаціонарний стан m ($n > m$) випромінюється квант

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m e^4}{8 h^2 \varepsilon_0^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{енергії:} \quad (6.23.)$$

Звідси частота випромінювання

$$\nu = \frac{me^4}{8h^3 \varepsilon_0^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (6.24.)$$

$$R = \frac{me^4}{8h^3 \varepsilon_0^2} \quad (6.25.)$$

де

– це деяка фізична константа, яка називається *сталюю Рідберга*. Співвідношення (6.24) визначає ряд частот електромагнітних хвиль, які повинен випромінювати збуджений атом водню. Порівнюючи теоретично розраховані значення частот випромінювання з експериментальними спектрами водню, можна пересвідчитись, що вони співпадають з великою точністю. Розрахунок сталої Рідберга за формулою (6.25) також приводить до величини, яка практично співпадає з визначеною експериментально. Це також свідчить на користь постулатів Бора і його моделі атома водню.

Але спроби розрахувати спектри атомів інших хімічних елементів за допомогою моделі Бора не мали успіху. Розв'язання цих та інших задач атомної фізики стало можливим лише після створення *квантової механіки* (її іноді називають також *хвильовою механікою*). Теорія Бора мала ряд недоліків, оскільки вона не була ні послідовно класичною, ні послідовно квантовою. Тому на даний час вона має певне значення лише в історичному аспекті, як один з перших кроків до створення сучасної фізики.

3. Поглинання і випромінювання світла атомами

Виходячи з постулатів Бора, можна пояснити процес поглинання і випромінювання енергії атомами. Якщо атом поглинає енергію, то при цьому він переходить у збуджений стан. Його електрон може підніматися на вищу орбіту. Якщо існують вакансії для електрона ближче до ядра, то з часом електрон займає їх, переходячи на більш низький енергетичний рівень. Енергія, яка при цьому вивільняється, випромінюється атомом у вигляді кванта світла.

Якщо світло випромінюють розріджені гази, то атоми газу знаходяться так далеко один від одного, що не чинять ніякого впливу на випромінювання сусідніх атомів, і у спектрі такого джерела будуть спостерігатись лише певні лінії. Цей спектр називають *лінійчастим спектром*.

Якщо світло випромінюють тверді тіла, рідини чи дуже сильно стиснені гази, то на випромінювання кожного з атомів суттєво впливають сусідні атоми. Унаслідок цього можна спостерігати розмивання ліній в спектрі випромінювання і плавний перехід від одного кольору до іншого. Так виглядає *суцільний спектр*.

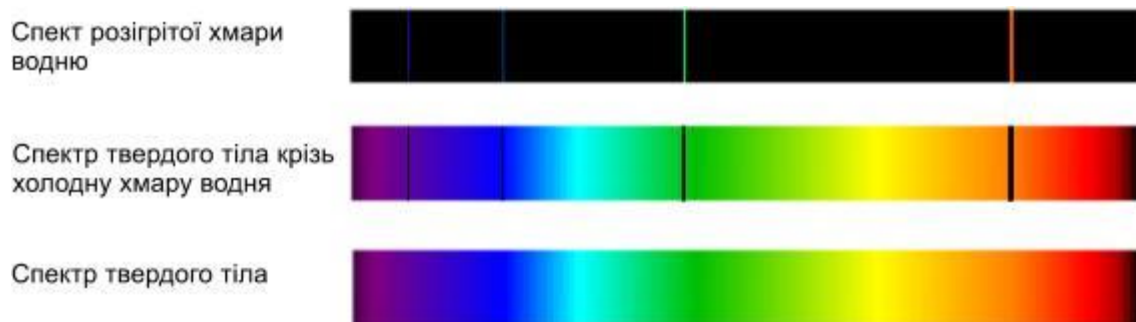


Рис. 6.3

Лінійчастий спектр кожного хімічного елемента є індивідуальним. Цю властивість використовують для спектрального аналізу сполук, оскільки кожний атом цього елемента в його складі випромінює свої лінії, які не зливаються з лініями інших елементів. Цю речовину обов'язково потрібно перевести в газоподібний стан і дуже нагріти, щоб вона світилась. Прилади, які використовують для спектрального аналізу, називають спектрографами.

Спектральний аналіз має низку переваг і є одним із найбільш чутливих методів дослідження речовин:

- сама речовина не потрібна, потрібне лише випромінювання від неї.
- для проведення дослідження потребує дуже мало часу;
- для дослідження потрібна дуже мала маса речовини.

1917 року Ейнштейн передбачив можливість індукованого випромінювання, суть якого така. Якби значну частину атомів речовини можна було перевести в збуджений стан, а потім якимось чином одночасно повернути в початковий стан, то можна отримати потужний спалах світла.

Принцип дії першого лазера на кристалі рубіна такий: під час проходження електромагнітної хвилі крізь речовину, її енергія поглинається. За рахунок поглинутої енергії хвилі частина атомів переходить у збуджений стан (вищий енергетичний стан). Енергія світлового пучка при цьому дорівнює: $h\nu = E_2 - E_1$ (див. рис. 6.4.) .

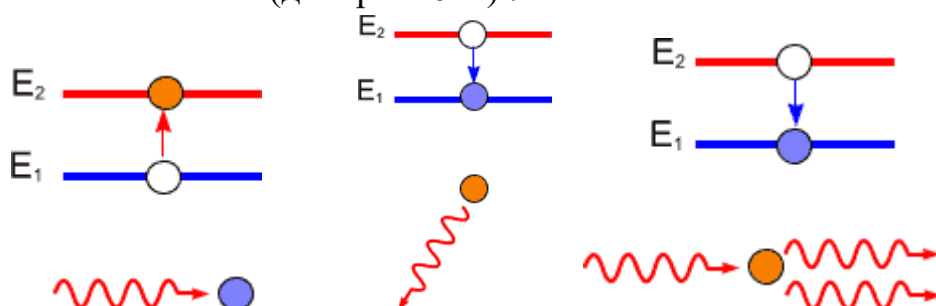


Рис. 6.4

Збуджений атом може віддати свою енергію сусіднім атомам під час зіткнення чи випромінити фотон у будь-якому напрямі (див. рис. 6.4.).

У разі збудження великої частини атомів електромагнітна хвиля

$$\nu = E_2 - \frac{E_1}{h}$$

частотою: буде підсилюватися внаслідок індукованого випромінювання. Під її дією атоми узгоджено переходять на нижчі енергетичні рівні, випромінюючи хвилі, які збігаються за частотою і фазою із падаючою хвилею (див. рис. 6.4.).

Є різні методи утворення середовища із збудженими станами атомів. У рубіновому лазері (рис. 6.5) використовують для цього спеціальну потужну газорозрядну лампу, що має форму спіралі і дає синьо-зелене світло.

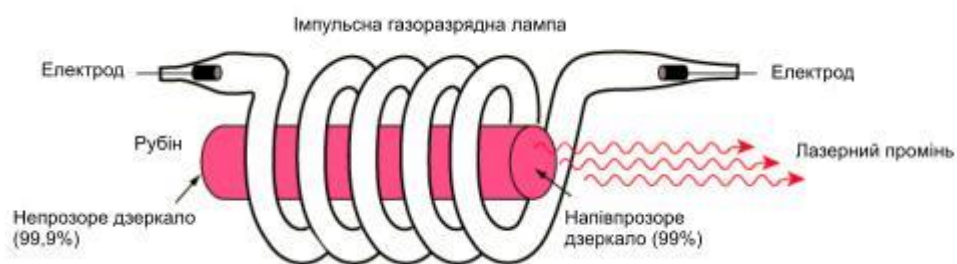


Рис.6.5.

Атоми збуджуються внаслідок поглинання світла. Але двох рівнів енергії для роботи лазера недостатньо. Яким би потужним не було світло лампи, кількість збуджених атомів буде не більшою від незбуджених. Бо світло одночасно збуджує атоми і спричинює індуковані переходи з верхнього рівня на нижній. Вихід було знайдено у використанні трьох енергетичних рівнів. Потрібні енергетичні рівні мають кристали рубіну. Рубін - це яскраво червоний кристал оксиду алюмінію Al_2O_3 з домішкою атомів хлору (близько 0,05%). Саме рівні іонів хлору в кристалі мають потрібні властивості.

На рівні 3 система "живе" дуже мало, приблизно 10^{-8} с, після цього самовільно без випромінювання переходить до стану 2 (енергія при цьому передається кристалічним ґратам). Перехід від стану 2 до стану 1 під впливом зовнішньої електромагнітної хвилі супроводиться випромінюванням, що й використовується у лазерах. Після спалаху потужної лампи система переходить до стану 2 і через проміжок часу близько до 10^{-8} с переходить до стану 3, в якому "живе" порівняно довго (приблизно 10^{-3} с). Так забезпечується "перенаселеність" збудженого рівня 2 порівняно з не збудженим рівнем 1.

Унаслідок самовільних переходів $2 \rightarrow 1$ випромінюються хвилі різних напрямів. Ті з них, які йдуть під кутом до осі кристала, виходять з нього і для наступних процесів не мають ніякого значення. Але хвиля, що проходить вздовж осі кристала, багато разів відбивається від його торців. Вона зумовлює випромінювання збуджених іонів хрому і швидко підсилюється. Через один із торців стрижня (напівпрозорий) виходить потужний короткочасний імпульс червоного світла.

Рубіновий лазер працює в імпульсному режимі. Але є лазери неперервної дії. На тепер розроблено різні лазери на склі, газах, напівпровідниках та ін. Коефіцієнт корисної дії газового лазера на CO_2 досягає 20%, саме їх використовують в промисловості.

Лазерне випромінювання має такі властивості:

- лазери здатні створювати пучки світла з дуже малим кутом розбіжності;
- світло лазера є монохроматичним;
- лазер є найпотужнішим джерелом світла.

Лазери використовують для: зв'язку в космосі, випаровування чи зварювання матеріалів у вакуумі, в хірургічних операціях (офтальмологія), збудження хімічних реакцій, здійснення керованої термоядерної реакції та ін.

4. Рівняння Шредінгера

Для аналізу процесів усередині атома та інших квантових систем необхідно мати теорію механіки мікрочастинок, яка дозволяла б теоретично визначати стан їх руху (координати, імпульси, енергію) в залежності від часу та від певних зовнішніх умов. У той же час, після відкриття хвильових властивостей мікрочастинок та встановлення співвідношення невизначеностей стало очевидним, що класична механіка для розв'язання цієї задачі є непридатною. В її основі лежать рівняння руху, які приводять до *точних значень* координат та імпульсів частинок, а це, як на той час уже стало зрозумілим у світлі останніх відкриттів, не може дати адекватний опис процесів у мікросвіті. Необхідно було створити зовсім нову механіку, здатну пояснити вже відомі факти і прогнозувати напрямки для нових досліджень.

Основи нової теорії, яка отримала назву “квантова механіка”, були створені у 20-ті роки ХХ століття завдяки зусиллям ряду фізиків-теоретиків, перш за все Е. Шредінгера, В. Гайзенберга і П. Дірака.

У класичній механіці для визначення стану руху певної механічної системи складаються рівняння руху на основі II закону Ньютона, до яких входять координати цієї системи та їх похідні по часу (швидкості і прискорення), зв'язані між собою певною функціональною залежністю.

Після розв'язання системи таких рівнянь можна отримати залежність координат від часу і з цієї залежності отримати всі інші параметри системи (швидкість, прискорення, імпульс, енергію тощо) в залежності від часу.

У квантовій механіці рівняння, що визначають стан системи, складаються не відносно координат та їх похідних, а відносно деякої функції, яка є головною характеристикою квантової системи і яка називається *хвильовою функцією*. Хвильова функція залежить від координат квантової системи і від часу:

$$\Psi = \Psi(x, y, z, t) . \quad (6.26.)$$

Якщо необхідно визначити стан певної мікрочастинки (наприклад, електрона), то треба знайти відповідну хвильову функцію і, знаючи її, можна відповісти на ряд питань про параметри руху цього електрона.

За допомогою хвильової функції можна визначити як хвильові, так і корпускулярні властивості мікрочастинки. Причому вона дає не абсолютні значення певних параметрів, а лише їх імовірність. Наприклад, імовірність того, що мікрочастинка знаходиться у певному елементі простору об'ємом dV :

$$dW = |\Psi|^2 dV . \quad (6.27.)$$

Звідси можна зробити висновок, що квадрат модуля хвильової функції, обчислений для певних координат і моменту часу, дорівнює густині ймовірності знаходження мікрочастинки у даній точці простору:

$$|\Psi|^2 = \frac{dW}{dV} .$$

Отже, фізичний смисл має не сама хвильова функція, а квадрат її модуля.

Для того, щоб визначити імовірність знаходження даної мікрочастинки в певній ділянці простору об'ємом V , необхідно обчислити інтеграл:

$$W = \int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV . \quad (6.28.)$$

Для знаходження хвильової функції певної мікрочастинки необхідно скласти рівняння, яке повинно враховувати умови, під впливом яких перебуває ця частинка. Це рівняння у квантовій механіці грає таку саму роль, як і II закон Ньютона – у класичній механіці.

Основне рівняння квантової механіки має назву *рівняння Шредінгера*, оскільки його вперше запропонував у 1926 році австрійський фізик Е.

Шредінгер. Він прийшов до цього рівняння шляхом аналізу відомих на той час експериментальних даних і теоретичних моделей та намагаючись створити таку нову теорію, яка не відкидала б класичну механіку, а містила її як граничний випадок.

Загальне рівняння Шредінгера для мікрочастинки має такий вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \cdot \Psi = i\hbar \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (6.29.)$$

де m – маса мікрочастинки,

$U(x, y, z, t)$ – її потенціальна енергія,

i – уявна одиниця ($i = \sqrt{-1}$),

Δ – оператор Лапласа (сума других похідних по декартових координатах):

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Дію оператора Лапласа на хвильову функцію можна написати в такому вигляді:

$$\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}. \quad (6.30.)$$

Загальне рівняння Шредінгера є справедливим у будь-яких випадках, але воно не завжди є зручним для аналізу квантових систем, оскільки з математичної точки зору воно є складним для розв'язування.

У ряді випадків рівняння Шредінгера намагаються спростити, використовуючи ті чи інші особливості квантових систем.

Досить типовим випадком є такий, коли зовнішнє силове поле, яке визначає потенціальну енергію мікрочастинки, є стаціонарним (сталим у часі). У цьому випадку вираз для потенціальної енергії, який входить до рівняння Шредінгера, не містить залежності від часу:

$$U = U(x, y, z). \quad (6.31.)$$

Математично доведено, що розв'язок рівняння Шредінгера такого типу приводить до хвильової функції у вигляді добутку двох множників, один із яких залежить від координат, а другий – від часу:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot e^{-i\omega t}, \quad (6.32.)$$

де ω – циклічна частота хвилі, пов'язаної з даною мікрочастинкою (хвилі де Бройля). Згідно з:

$$\omega = 2\pi \nu = 2\pi \frac{E}{h} = \frac{E}{\hbar} . \quad (6.33.)$$

Якщо підставити добуток двох множників замість хвильової функції Ψ в загальне рівняння Шредінгера, то після виконання математичних операцій множник $e^{-i\omega t}$ можна скоротити, і рівняння буде містити лише координатну частину хвильової функції $\psi(x, y, z)$. При цьому рівняння Шредінгера набере такого вигляду:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U) \cdot \psi = 0 . \quad (6.34.)$$

Це – *рівняння Шредінгера для стаціонарних станів*. Воно має розв'язки не для кожного значення енергії E , а лише для деяких фіксованих значень, кожне з яких відповідає певному стаціонарному стану квантової системи (мікрочастинки). Ці значення енергії називаються *енергетичними рівнями*. Кожний стаціонарний стан характеризується своєю координатною хвильовою функцією $\psi(x, y, z)$, яку можна визначити з рівняння після підстановки в нього відповідного значення енергії E . Повна хвильова функція буде визначена після множення координатної функції на залежний від часу множник $e^{-i\omega t}$, в якому циклічна частота знаходиться із співвідношення:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot e^{-i\frac{E}{\hbar}t} . \quad (6.35.)$$

5. Теорія атома водню

Як приклад застосування рівняння Шредінгера до аналізу властивостей конкретної квантової системи, розглянемо одну з найпростіших таких систем – атом водню, тобто атомне ядро (протон) і електрон, зв'язані силою електричного поля.

Будемо розглядати рух електрона у сферичній системі координат, прив'язаній до атомного ядра. Потенціальна енергія взаємодії електрона з ядром – це енергія, що визначається кулонівським потенціалом точкового заряду:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 r} , \quad (6.36.)$$

де r – відстань між електроном і ядром (радіус орбіти електрона). Графік цієї функції представлений на рис. 6.6.

Оскільки потенціальна енергія не залежить від часу, можна застосувати рівняння Шредінгера для стаціонарних станів:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \cdot \psi = 0, \quad (6.37.)$$

де E – повна енергія електрона.

Математичний аналіз цього рівняння показує, що воно має розв’язки лише за умови, що енергія електрона дорівнює одному з таких значень:

$$E_n = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (6.38.)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ – ціле число.

Отже, електрон у атомі може мати лише певні дискретні значення енергії (енергетичні рівні). На рис. 6.6. схематично зображена система енергетичних рівнів атому водню разом із залежністю $U(r)$. Оскільки повна енергія електрона дорівнює сумі його потенціальної і кінетичної енергій $E = U + T$

$\geq U$, то на цій діаграмі точка, що зображує енергетичний стан електрона, не може знаходитися нижче від графіка $U(r)$. Тому довжина риски, що зображує певний енергетичний рівень на рис. 6.6,

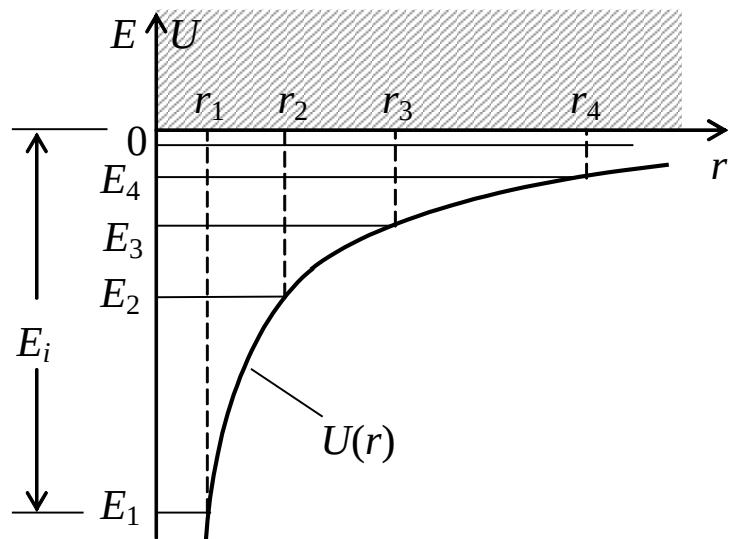


Рис.6.6

дорівнює

максимальному розміру відповідної електронної орбіти у масштабі осі r . Втім, не слід забувати про те, що у квантовій системі точно визначити електронну орбіту неможливо. Можна вказати лише імовірність того, що електрон перебуває в певних просторових межах. Для атома найбільш високою імовірністю перебування електрона характеризуються якраз орбіти певних розмірів і форми, які визначають “електронну хмарину” (розподіл у просторі густини імовірності, визначеної хвильовою функцією електрона).

Згідно із загальним принципом, будь-яка механічна система у стані рівноваги займає стан із мінімальним значенням енергії. Це значить, що *основним станом* атому водню є стан, якому відповідає найнижчий з усіх можливих енергетичний рівень E_1 ($n = 1$). Всі інші стани атому є *збудженими*. Для того, щоб перевести атом із основного стану в один із збуджених, необхідно надати йому енергію, яка відповідає різниці

відповідних енергетичних рівнів. Атом не може довго перебувати у збудженому стані. Через деякий час, який визначається законами квантових систем, атом повертається із збудженого в основний стан, віддаючи відповідну енергію у вигляді кванта електромагнітного випромінювання, який випромінюється у навколишній простір.

Електронна орбіта, що відповідає основному стану атома, має найменші розміри (на рис. 6.6 – r_1). При зростанні номерів орбіт зростають і їх розміри (r_2, r_3, r_4 і т.д.). При $E < 0$ електрон знаходиться у *зв'язаному стані*, тобто він не може подолати силу притягнення до ядра і покинути атом. Цьому діапазону енергій відповідають дискретні енергетичні рівні і обмежені електронні орбіти.

Якщо $E \geq 0$ – рух електрона не обмежений у просторі. Його енергія є достатньою для того, щоб покинути атом і відлетіти на будь-яку відстань. Цьому діапазону енергій відповідає суцільний енергетичний спектр, тобто для електрона є можливим будь-яке значення енергії $E \geq 0$ (на рис. 6.6 заштриховано).

Атом, що втратив один або кілька електронів, називається *іоном*. Зрозуміло, що атом водню може втратити лише один електрон. Для того, щоб атом водню, який перебуває в основному стані, перетворити на іон, його електрон необхідно перевести з першого енергетичного рівня на рівень $E \geq 0$ (відірвати електрон). Найменша енергія, необхідна для цього – це різниця енергій нульового рівня $E = 0$ і основного рівня E_1 :

$$E_i = 0 - E_1 = -E_1.$$

Ця енергія називається *енергією іонізації* атома. Для атома водню енергія іонізації:

$$E_i = -E_1 = \frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \approx 13,55 \text{ eV}. \quad (6.39.)$$

Співвідношення для енергетичних рівнів співпадає з раніше отриманим співвідношенням на основі постулатів Бора. Але для його отримання не знадобилося використовувати постулати Бора. Співвідношення отримане в результаті розв'язування рівняння Шредінгера для даної квантової системи (атома водню).

Таким чином, при застосуванні до аналізу стану атома (як і будь-якої іншої квантової системи) послідовної квантової теорії, в основі якої лежить рівняння Шредінгера, немає необхідності застосовувати постулати Бора. Ці постулати були свого часу введені (фактично – вгадані) для пояснення властивостей атома у світлі досліджень Резерфорда. Але після створення

квантової механіки на основі рівняння Шредінгера необхідність у постулатах Бора відпала.

6. Квантові числа електронів у атомі

Силове поле, що зумовлює рух електрона в атомі водню (електростатичне поле кулонівської взаємодії), є сферично симетричним (залежить тільки від радіусу орбіти r і не залежить від напрямку). Потенціальна енергія електрона також є сферично симетричною. Тому і хвильові функції електрона в атомі водню, які є розв'язками диференціального рівняння Шредінгера, мають сферичну симетрію. У зв'язку з цим, при розв'язуванні даного рівняння використовують не декартову, а сферичну систему координат і отримують хвильові функції, які залежать від координат r , θ і φ :

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) . \quad (6.40.)$$

Вигляд функціональної залежності визначається трьома індексами – цілочисельними параметрами n , l і m , кожному набору яких відповідає своя хвильова функція, яка визначає відповідний стан електрона в атомі. З точки зору математики, кожна з цих функцій входить до множини власних функцій диференціального рівняння.

Цілочисельні параметри n , l і m , які називаються *квантовими числами* електрона, визначають енергію і момент імпульсу електрона, які він має внаслідок свого руху по орбіті і взаємодії з атомним ядром. Крім того, задавання цих трьох чисел однозначно визначає вигляд хвильової функції, тобто стан електрона в атомі водню.

Головне квантове число n визначає енергетичні рівні електрона в атомі і може набувати будь-яких цілочисельних значень, починаючи з одиниці:

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Енергія електрона в атомі водню і є дискретною, тобто квантується.

Як показує аналіз рівняння Шредінгера, момент імпульсу електрона також квантується, тобто може набувати лише певних дискретних значень, які визначаються двома іншими квантовими числами l і m .

На відміну від енергії, яка є скаляром і для визначення якої досить одного квантового числа n , момент імпульсу є вектором, а тому для його визначення необхідно задати два квантових числа, одне з яких визначає його модуль, а інше – напрямок у просторі.

Орбітальне квантове число l визначає модуль орбітального моменту імпульсу електрона, який він має внаслідок свого руху по орбіті навколо

ядра. При заданому n орбітальне квантове число може набувати таких цілочисельних значень:

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1). \quad (6.41.)$$

Модуль орбітального моменту імпульсу електрона для певного значення орбітального квантового числа l можна визначити за допомогою співвідношення:

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (6.42.)$$

Просторова орієнтація моменту імпульсу визначається по відношенню до існуючого у просторі магнітного поля.

Магнітне квантове число m визначає проекцію орбітального моменту імпульсу електрона на напрямок зовнішнього магнітного поля (напрямок z , рис. 6.7). При заданому l воно може набувати таких цілочисельних значень:

$$m = -l, -l+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, l-1, l, \quad (6.43.)$$

тобто всі цілі числа від $-l$ до l , всього $2l+1$ значень.

З рішень рівняння Шредінгера можна знайти, що проекцію орбітального моменту імпульсу на напрямок зовнішнього магнітного поля (напрямок z) для певного значення магнітного квантового числа m можна визначити за допомогою співвідношення:

$$L_{lz} = \hbar m. \quad (6.44.)$$

Підсумовуючи все вищесказане, зазначимо, що енергія електрона залежить лише від його головного квантового числа n . З наведених вище співвідношень можна зробити висновок, що кожному значенню енергії (кожному n) відповідає кілька власних функцій ψ_{nlm} , які відрізняються значеннями квантових чисел l і m . Це значить, що атом водню може мати одне й те саме значення енергії у кількох різних квантових станах.

Стани з однаковою енергією називаються *виродженими*, а число різних станів з однаковим значенням енергії називається *кратністю виродження* відповідного енергетичного рівня.

Кратність виродження Γ кожного енергетичного рівня з певним значенням n можна легко обчислити, враховуючи можливі значення квантових чисел. Оскільки кожному значенню n відповідає n різних значень квантового числа l (від 0 до $n-1$), а кожному з цих значень l відповідає $2l+1$ різних значень квантового числа m , то загальна кратність виродження може бути обчислена як сума ряду:

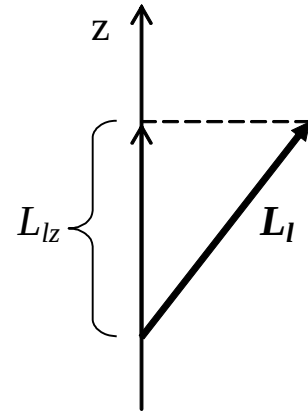


Рис. 6.7

$$\Gamma(n) = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2 \quad (6.45.)$$

Таким чином, для електрона в основному стані атома водню ($n = 1$) кратність виродження Γ дорівнює 1. Справді, при $n = 1$ можливий лише один набір квантових чисел: $l = 0, m = 0$.

Для електрона на першому збудженому рівні $n = 2$ кратність виродження дорівнює $2^2 = 4$. При цьому можливі такі набори квантових чисел l і m :

$$\begin{aligned} l = 0, m = 0; \\ l = 1, m = -1; \\ l = 1, m = 0; \\ l = 1, m = 1. \end{aligned}$$

Аналогічно можна визначити всі можливі комбінації квантових чисел (тобто індексів хвильових функцій) для будь-якого енергетичного рівня.

Для кожного набору квантових чисел існує відповідний розв'язок рівняння Шредінгера – хвильова функція даного квантового стану електрона. Як відомо із сказаного вище (див. “співвідношення невизначеностей”), точні координати та імпульси електрона визначити неможливо внаслідок наявності у нього хвильових властивостей. Тому про електронну орбіту в класичному розумінні цього слова говорити не має сенсу. Електрон не є частинкою, яка рухається вздовж певної траєкторії. Він існує одночасно у всьому об'ємі атома, утворюючи щось на зразок “електронної хмарини”, густина якої пропорційна густині імовірності знаходження електрона в тій чи іншій точці простору.

Густина імовірності дорівнює квадрату хвильової функції, а отже, залежить, як і сама функція, від набору квантових чисел.

Квантові числа n і l визначають розмір і форму електронної хмарини, а квантове число m – її орієнтацію в просторі.

В атомній фізиці застосовуються умовні позначення для квантових станів з різними значеннями орбітального квантового числа, при яких кожному значенню l відповідає певна літера латинського алфавіту:

$$\begin{aligned} l = 0 & \quad - \quad s; \\ l = 1 & \quad - \quad p; \\ l = 2 & \quad - \quad d; \\ l = 3 & \quad - \quad f. \end{aligned}$$

При записі певного стану електрона значення головного квантового числа n записується перед умовним позначенням орбітального числа. Наприклад, запис $2s$ означає, що в даному стані $n = 2, l = 0$.

Отже, рух електрона в атомі навколо ядра визначається трьома квантовими числами n , l і m . Але експериментальні дослідження виявили, що електрону властивий ще один вид руху – внутрішній. Класичним аналогом цього руху є обертання тіла навколо осі, що проходить через його центр мас (так само, як планета Земля, обертаючись по орбіті навколо Сонця, одночасно обертається і навколо власної осі). Внаслідок цього руху електрон має ще один момент імпульсу, не пов'язаний із його рухом навколо ядра атома. Цей власний момент імпульсу електрона, який електрон має завжди, в будь-яких умовах, називається *спіном* і позначається $\vec{L}_s$.

Як і орбітальний момент імпульсу, спін електрона квантується за законом, подібним до:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (6.46.)$$

де s – спінове квантове число.

Експериментально було визначено, що для електрона $s = 1/2$.

Проекція спіну на напрямок зовнішнього магнітного поля визначається співвідношенням, подібним до (30):

$$L_{sz} = \hbar m_s, \quad (6.47.)$$

де m_s – магнітне спінове квантове число. Це квантове число для електрона може мати тільки 2 значення:

$$m_s = \pm 1/2. \quad (6.48.)$$

Спін властивий не лише електрону, але й іншим елементарним частинкам: протону, нейтрону, фотону та іншим, а також складним квантовим системам, що складаються з елементарних частинок (ядра, атоми, молекули тощо).

Наявність у електрона додаткового (внутрішнього) ступеня свободи – спіна, приводить до того, що для повного визначення стану електрона в атомі необхідно враховувати і орієнтацію спіна відносно зовнішнього магнітного поля, тобто магнітне спінове квантове число m_s . Оскільки воно може мати два значення, то число можливих квантових станів, що відповідає певному енергетичному рівню (кратність виродження) необхідно помножити на 2:

$$\Gamma(n) = 2 \cdot \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2n^2. \quad (6.49.)$$

Наприклад, для електрона на першому енергетичному рівні ($n = 1$) кратність виродження Γ дорівнює 2. Це два квантові стани, які відрізняються орієнтацією спіна – вздовж магнітного поля і проти поля.

Наведені вище співвідношення та висновки зроблені по відношенню до найпростішого з усіх атомів – атома водню, який має лише один електрон. Але їх можна розповсюдити і на всі інші атоми, що мають велику кількість електронів.

Отже, стан електрона в будь-якому атомі характеризується 4-ма квантовими числами:

головне квантове число n ,
орбітальне квантове число l ,
магнітне квантове число m ,
магнітне спінове квантове число m_s .

Оскільки число можливих квантових станів електрона в атомі, внаслідок необмеженості числа n , є нескінченно великим, виникає питання про те, в яких станах знаходяться всі електрони багатоелектронного атома.

§ 6.3. Напівпровідники

1. Принцип Паулі. Електронні оболонки атома

Згідно з *принципом мінімуму енергії*, будь-яка система намагається з усіх можливих квантових станів прийти до такого, який має найменшу енергію. Отже, якщо керуватися цим принципом, то можна зробити висновок, що в багатоелектронних атомах (якщо атом незбуджений) всі електрони повинні знаходитись на найнижчому енергетичному рівні E_1 (тобто при значенні головного квантового числа $n = 1$). Але результати експериментальних досліджень говорять про те, що насправді електрони розподілені по певній кількості енергетичних рівнів з різними значеннями n . При цьому на кожному рівні може знаходитися лише обмежена кількість електронів.

Для пояснення цього явища В. Паулі у 1925 році зробив припущення, що у мікросвіті діє загальний принцип, який він сформулював таким чином:

в будь-якій квантовій системі в одному і тому ж стані не може одночасно знаходитися більше, ніж 1 частинка.

Цей принцип отримав назву *принципу Паулі* і дійсно дозволив створити теоретичну базу для пояснення розподілу електронів та інших мікрочастинок по квантових станах всередині квантових систем.

Застосувавши принцип Паулі до атома, його можна сформулювати так:

в одному і тому ж атомі не може бути двох електронів з однаковими наборами 4-х квантових чисел.

Це значить, що всередині атома будь-які 2 електрони завжди перебувають у станах, які відрізняються хоча б одним квантовим числом.

Отже, якщо електрон приєднується до атома, то він, згідно із загальним законом природи, займає стан із мінімально можливою енергією. При цьому, якщо найнижчі по енергії можливі квантові стани вже зайняті іншими електронами, то він, згідно з принципом Паулі, може зайняти лише один із незайнятих станів.

Всі електрони всередині атома цілком логічно можна розподілити на *електронні оболонки*, які, в свою чергу, поділяються на *електронні підоболонки*.

Сукупність електронів всередині атома, які мають одне й те саме значення головного квантового числа n , називається електронною оболонкою.

Як було визначено вище, кожному значенню n відповідає $2n^2$ електронних станів з різними значеннями квантових чисел l , m і m_s . Таким чином, згідно з принципом Паулі, оболонка може вмістити саме таку максимальну кількість електронів, тобто $2n^2$.

За традицією, кожна електронна оболонка має символічне позначення великою літерою латинського алфавіту:

$n = 1$	–	K ;
$n = 2$	–	L ;
$n = 3$	–	M ;
$n = 4$	–	N ;
$n = 5$	–	O .

Усі електрони всередині оболонки умовно поділяються на електронні підоболонки, які відрізняються значеннями орбітального квантового числа l . Максимальна кількість електронів всередині підоболонки дорівнює $2 \cdot (2l + 1)$, де коефіцієнт 2 враховує виродження електронних станів за рахунок просторової орієнтації спіна.

2. Енергетичні зони твердих тіл

Тверді тіла (кристали) утворені атомами, які з'єднані між собою хімічними зв'язками і розташовані з певною періодичністю у строгому геометричному порядку, що називається кристалічною решіткою. Хімічний зв'язок між атомами, а також більшість фізичних і хімічних властивостей твердого тіла (твердість, пружність, електропровідність тощо) зумовлені будовою і властивостями зовнішніх електронних оболонок атомів.

Для теоретичного аналізу властивостей твердого тіла необхідно визначити стани електронів усередині цього тіла. Такий аналіз здійснюється

за допомогою рівняння Шредінгера, написаного для тих умов, у яких перебувають електрони зовнішніх оболонок (валентні). Рівняння Шредінгера визначає також і енергетичний спектр валентних електронів, тобто ті дозволені значення енергії (енергетичні рівні), яких можуть набувати ці електрони.

З попередніх лекцій відомо, що енергетичні рівні ізолюваного атома – це певний набір дискретних значень енергії, розділених відносно великими проміжками. Якщо взяти певну кількість однакових ізолюваних атомів, то в них електрони знаходяться у однакових квантових станах. Якщо при об'єднанні атомів у кристал електрони не змінять свого стану, то утвориться квантова система, де в однакових станах знаходиться велика кількість електронів, що є порушенням принципу Паулі. Насправді цього не відбувається, оскільки при об'єднанні атомів у кристал їх взаємодія приводить до *розщеплення* енергетичних рівнів і утворення *енергетичних зон*.

На рис. 6.8 в представлена схема енергетичних рівнів ізолюваних атомів (відстань між сусідніми атомами $r = \infty$). При їх зближенні (зменшенні відстані r) взаємодія атомів приводить до зміщення енергетичних рівнів кожного з атомів на різну величину. При цьому один і той самий енергетичний рівень, спільний для всіх атомів, розщеплюється на ряд близько розміщених рівнів, утворюючи енергетичну зону. Цей процес схематично показаний на рис. 6.8

Число енергетичних рівнів у кожній зоні дорівнює кількості N взаємодіючих атомів. Отже, кожна енергетична зона – це набір близько розміщених енергетичних рівнів окремих атомів, зміщених внаслідок їх взаємодії. При цьому суттєвого впливу зазнають лише енергетичні рівні зовнішніх (валентних) електронів. Що ж стосується внутрішніх електронів, то їх рівні або зовсім не розщеплюються, або розщеплюються слабо.

На рис. 6.8а представлена схема енергетичних зон твердого тіла, утвореного з атомів таким чином, що відстань між сусідніми атомами дорівнює r_0 . Дозволені енергетичні зони розділені забороненими зонами, всередині яких відсутні енергетичні рівні електронів.

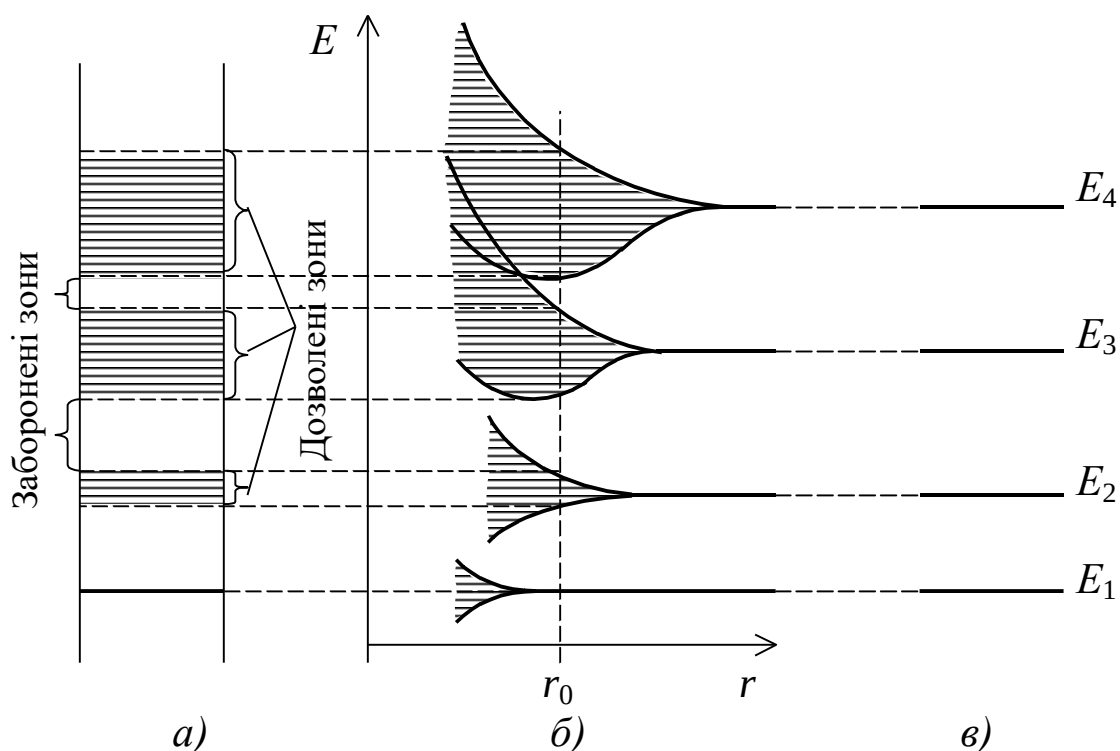


Рис. 6.8

Ширина дозволених зон зовнішніх (валентних) електронів у твердих тілах зазвичай складає величину порядку кількох електрон-вольт. Для типових твердих тіл густина енергетичних рівнів всередині зони є такою, що відстань між сусідніми рівнями дорівнює приблизно $10^{-23} \div 10^{-22}$ еВ. Ця відстань є настільки малою, що нею в більшості випадків можна знехтувати і вважати, що енергетичний спектр електронів усередині зони є безперервним.

Ширина заборонених зон у різних твердих тілах є різною і може складати величину від сотих і тисячних часток електрон-вольта до кількох електрон-вольт.

3. Електропровідність твердих тіл

Як відомо, всі тверді тіла за електропровідністю поділяються на провідники, напівпровідники та діелектрики.

Квантова теорія твердого тіла дозволяє пояснити, що найбільш суттєве значення для пояснення цього явища має структура енергетичних зон різних типів твердих тіл.

З викладеного вище відомо, що носіями електричного струму в металах є електрони. Для створення струму необхідно надати деякій частині електронів спрямованого руху. Це може бути здійснено, наприклад, під дією електричного поля, яке надає електронам прискорення в певному напрямку. Але це призведе до надання цим електронам додаткової кінетичної енергії,

тобто приведе до зростання їх повної енергії на певну величину. Електрон при цьому повинен перейти на більш високий енергетичний рівень. Це можна зробити лише в тому випадку, якщо існує вільний більш високий енергетичний стан, у який може перейти електрон. Якщо ж найближчі енергетичні стани зайняті іншими електронами або таких станів взагалі не існує (заборонена зона), то електрон не може отримати прискорення і набути спрямованого руху.

Отже, *електрони можуть бути носіями електричного струму лише за умови перебування цих електронів у енергетичній зоні, частина енергетичних рівнів якої є незаповненими.*

Енергетична зона, утворена енергетичними рівнями валентних електронів, називається *валентною зоною* твердого тіла. Наступна за нею по енергії, вільна від електронів енергетична зона називається *зоною провідності*. Взаємне розміщення цих двох зон, а також їх заповнення електронами і визначає електричні властивості твердого тіла, його здатність проводити електричний струм.

На рис. 6.9 схематично представлені типові випадки взаємного розміщення валентної зони і зони провідності для різних типів твердих тіл.

Найбільш сприятливі умови для руху електронів виникають у тому випадку, коли валентна зона заповнена електронами частково (рис. 6.9а). Це спостерігається у двох випадках: 1) коли кристал побудований із атомів, які мають на останньому із зайнятих енергетичних рівнів лише один електрон; 2) коли має місце перекриття зайнятої і вільної енергетичних зон. Отже, частково заповнена валентна зона має вільні від електронів енергетичні рівні, які можуть бути використані для створення спрямованого руху електронів, тобто електричного струму. Валентна зона при цьому є одночасно і зоною провідності. Тверді тіла такого типу називаються *металами*.

Якщо валентна зона заповнена електронами повністю, то кристали такого типу називаються напівпровідниками або діелектриками (рис. 6.9 б,в). У цьому випадку для надання валентним електронам додаткової енергії їх необхідно перевести на більш високі вільні енергетичні рівні, тобто у зону провідності, яка відділена від валентної зони забороненою зоною. Отже, у випадку напівпровідників та діелектриків, на відміну від металів, для переходу електрона у вільний стан йому необхідно “перестрибнути” через заборонену зону. Енергія електрона при цьому повинна зрости щонайменше на величину ΔE , яка дорівнює ширині забороненої зони. Таке підвищення енергії є можливим за рахунок теплового руху електронів, але лише в тому випадку, коли температура твердого тіла є досить високою, а ширина забороненої зони – досить малою.

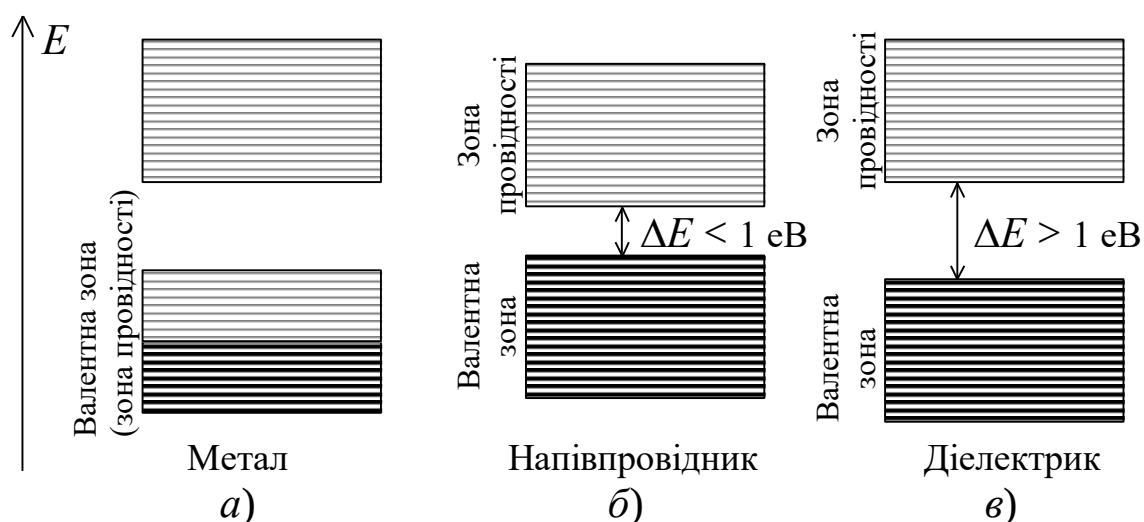


Рис. 6.9

Простий розрахунок показує, що при температурах порядку 300 – 500 К створення суттєвої кількості носіїв електричного струму можливе лише за умови, що ширина забороненої зони суттєво не перевищує 1 еВ (рис. 6.9б). Кристали, енергетичні зони яких відповідають цій умові, називаються *власними напівпровідниками*. Оскільки кількість електронів, які за рахунок теплової енергії потрапили в зону провідності, є лише малою часткою від загальної кількості валентних електронів, електропровідність напівпровідників на кілька порядків нижча, порівняно з металами.

В діелектриках ширина забороненої зони набагато перевищує 1 еВ (рис. 6.9 в), а тому теплової енергії недостатньо для переведення електронів із валентної зони в зону провідності. Тверді тіла такого типу за нормальних умов не мають носіїв електричного струму і є ізоляторами, тобто їх електропровідність практично дорівнює нулю.

4. Напівпровідники

Власними напівпровідниками називаються хімічно чисті тверді тіла, у яких при температурі 0 К валентна зона повністю заповнена електронами, а ширина забороненої зони суттєво не перевищує 1 еВ (рис. 6.9 б).

Існують також *домішкові напівпровідники* (див. нижче), електричні властивості яких визначаються невеликою кількістю домішок, які вводяться всередину напівпровідників штучним шляхом.

Спочатку розглянемо власні напівпровідники.

При абсолютному нулі всі рівні валентної зони напівпровідника є зайнятими, а у зоні провідності електрони відсутні. Тому при $T = 0 \text{ К}$ власний

напівпровідник не має носіїв електричного струму і поводить себе як діелектрик.

При підвищенні температури частина електронів зі станів у валентній зоні переходить у стани зони провідності. Це приводить до двох наслідків: 1) у валентній зоні з'являються стани, вільні від електронів (*дірки*); 2) у зоні провідності з'являється певна кількість електронів (*електрони провідності*).

Очевидно, що кількість електронів провідності дорівнює кількості дірок, оскільки при створенні одного електрона провідності створюється одна дірка.

Типовими напівпровідниками є германій і кремній, які в періодичній таблиці елементів займають місця в IV групі, тобто мають по 4 валентних електрони в кожному атомі. При з'єднанні атомів у кристал валентні електрони утворюють ковалентні хімічні зв'язки кожного атома з чотирма сусідніми атомами.

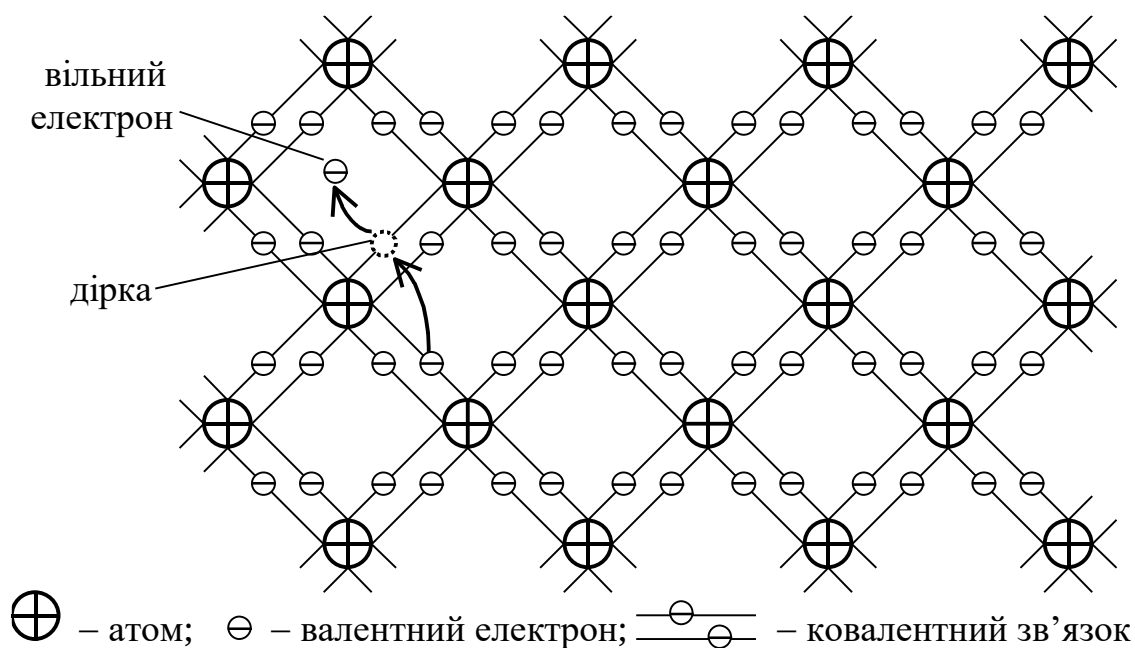


Рис. 6.10

Схематично таку кристалічну решітку можна зобразити у вигляді плоскої структури (насправді вона є об'ємною), зображеної на рис. 6.10.

Кожні два сусідні атоми (вірніше, позитивно заряджені залишки атомів, які разом з валентними електронами є електрично нейтральними) є зв'язаними один з одним ковалентними зв'язками, у створенні кожного з яких беруть участь два електрони (по одному від кожного атома). Ковалентний зв'язок можна представити як спільну електронну орбіту, яка містить два електрони і охоплює відразу два атоми.

Атоми напівпровідника здійснюють тепловий рух – коливання навколо положень рівноваги, амплітуда яких залежить від температури T і зростає при її підвищенні. При досить високій температурі тепловий рух може розірвати ковалентний зв'язок і звільнити електрон. Цей електрон вже не є прив'язаним до атома і може вільно мандрувати в межах усього кристалу. Він перетворюється на електрон провідності, оскільки при накладанні електричного поля переносить заряд і створює електричний струм.

Той атом, від якого відірвався електрон, має надлишковий позитивний заряд, який раніше був скомпенсований валентним електроном. При відриві електрона утворюється некомпенсований позитивний заряд, який називається *діркою*. На місце дірки може перестрибнути валентний електрон від сусіднього атома, при цьому дірка перейде до цього атома (див. рис. 6.10.). Отже, дірки, як і електрони провідності, також можуть мандрувати в межах усього кристалу. При цьому електрони переносять негативний заряд, а дірки – позитивний.

При відсутності електричного поля рух дірок і електронів є хаотичним, а тому електричний струм у кристалі відсутній. При появі електричного поля на хаотичний рух зарядів накладається спрямований рух: електронів провідності – проти поля, дірок – уздовж поля. Це призводить до появи електричного струму, який складається з двох частин – струму електронів і струму дірок.

Електропровідність такого типу називається *власною електропровідністю* напівпровідників. Вона завжди існує в напівпровідниках будь-якого типу, в тому числі й домішкових. Але при наявності домішок існує також набагато більша *домішкова електропровідність* напівпровідників, у порівнянні з якою власною електропровідністю зазвичай можна знехтувати.

Власні напівпровідники не мають великого практичного значення. Застосування напівпровідників у створенні різноманітних елементів електричних кіл пов'язане з використанням *домішкових напівпровідників*, які утворюються штучним шляхом при введенні до кристалічної решітки власного напівпровідника невеликої кількості атомів інших хімічних елементів. В якості домішок використовуються елементи, валентність яких на одиницю відрізняється від валентності атомів кристалічної основи (матриці). Якщо матрицю утворюють 4-валентні атоми (германій, кремній), то домішками можуть бути 3-валентні або 5-валентні хімічні елементи.

Введення домішок надзвичайно сильно впливає на електропровідність напівпровідників. Наприклад, при введенні до складу кремнію лише 1 атома

бору на кожні 100 000 атомів кремнію його електропровідність при кімнатній температурі зростає приблизно в мільйон разів.

Поява додаткових носіїв струму при введенні домішок пов'язана з тим, що кількість валентних електронів атома домішки відрізняється від кількості валентних електронів атома матриці. У атома матриці всі валентні електрони задіяні у створенні ковалентних зв'язків і в основному стані є зв'язаними. При цьому електрони провідності і дірки в основному стані кристалу відсутні. Вони з'являються лише внаслідок розриву зв'язків тепловим рухом.

Атом домішки також є вбудованим у кристалічну решітку напівпровідника, але кількість ковалентних зв'язків цього атома відрізняється від кількості його валентних електронів. При цьому можуть бути реалізованими 2 випадки:

1) один валентний електрон є зайвим (5-валентна домішка) і не бере участі у ковалентному зв'язку, а тому він легко відривається від атома, перетворюючись на вільний електрон;

2) одного валентного електрона не вистачає (3-валентна домішка), і один ковалентний зв'язок домішки є недоукомплектованим, тобто містить дірку.

Перший випадок проілюстрований на рис. 6.11а. Цифри у позначеннях атомів визначають їх валентність. Зайвий електрон 5-валентної домішки прив'язаний до атома дуже слабо. Для відриву цього електрона необхідно витратити *енергію активації* ΔE_d , яка є набагато меншою, порівняно із шириною забороненої зони напівпровідника ΔE . Зазвичай для цього достатньо енергії теплового руху при кімнатній температурі.

Таким чином, домішки, валентність яких на 1 більша порівняно із валентністю атомів матриці, є джерелом вільних електронів, кількість яких дорівнює кількості атомів домішок. Такі домішки називаються *донорами*. При цьому в напівпровіднику виникає електронна домішкова провідність, або *провідність n-типу*. (від англійського слова *negative*).

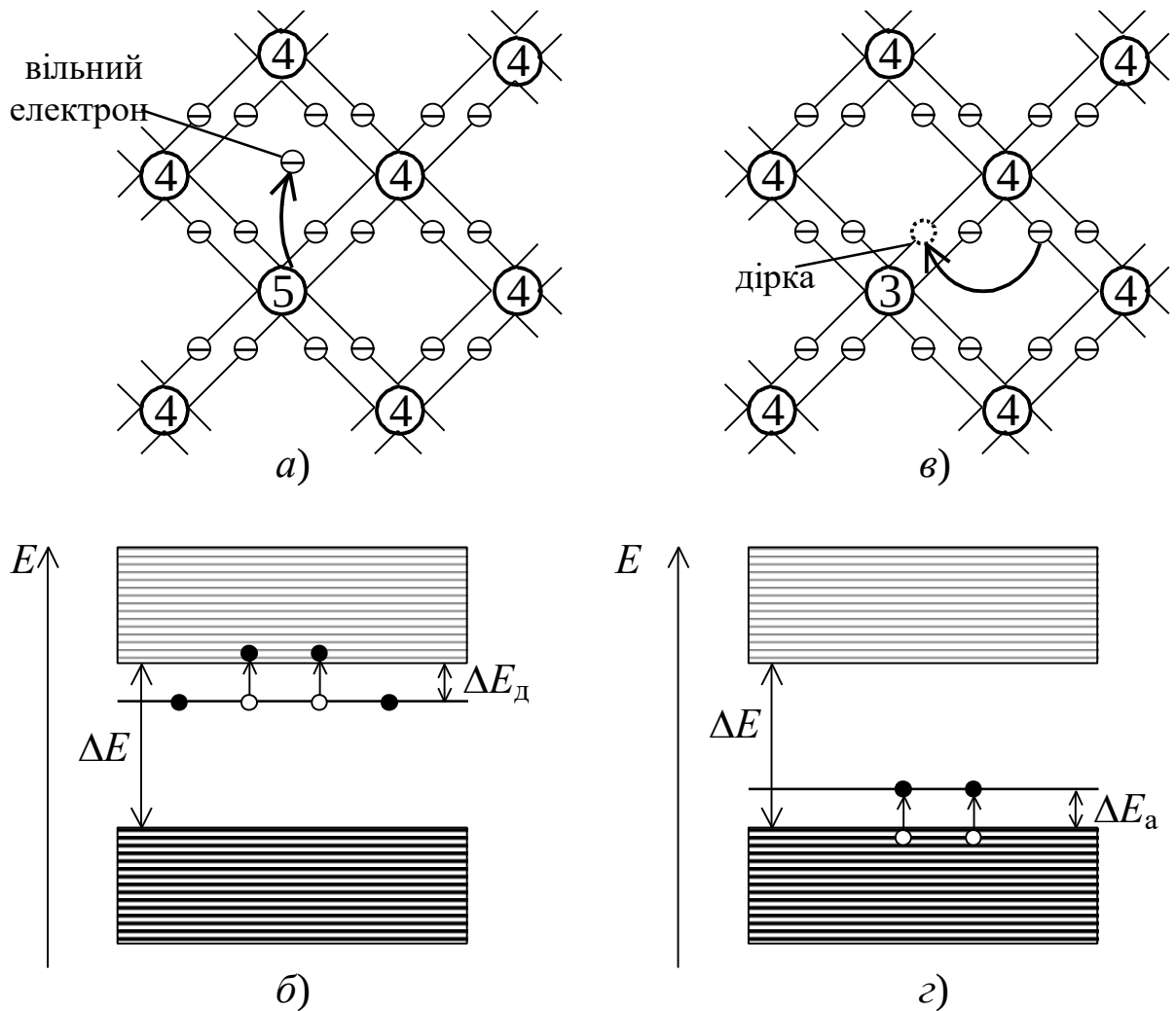


Рис. 6.11.

Другий випадок проілюстрований на рис. 4в. Атом 3-валентної домішки має лише 3 електрони для утворення 4-х ковалентних зв'язків. Для одного із цих зв'язків електрона не вистачає, і на його місці утворюється дірка. Вона може бути заповнена електроном від сусіднього атома і таким чином починає мандрувати по кристалу. Для переходу електрона від сусіднього атома до атома домішки при кімнатній температурі достатньо енергії теплового руху, оскільки енергія активації дірки ΔE_a є набагато меншою, порівняно із шириною забороненої зони напівпровідника ΔE .

Таким чином, домішки, валентність яких на 1 менша порівняно з валентністю атомів матриці, створюють дірки, кількість яких дорівнює кількості атомів домішок. Такі домішки називаються *акцепторами*. При цьому в напівпровіднику виникає діркова домішкова провідність, або *провідність p-типу* (від англійського слова *positive*).

Енергетичні діаграми названих процесів зображені у нижній частині рис. 6.12. Енергетичні рівні домішок розміщені у забороненій зоні основного

напівпровідника. Рівні донорів розміщені поблизу дна зони провідності на відстані ΔE_d , а рівні акцепторів – поблизу вершини валентної зони на відстані ΔE_a . Стрілками показані ініційовані тепловим рухом переходи електронів на більш високі енергетичні рівні, внаслідок яких у донорних напівпровідниках з'являються електрони провідності, а в акцепторних напівпровідниках – дірки.

Практичне застосування напівпровідників у техніці пов'язане, перш за все, із властивостями так званого “*p-n*–переходу”. Так називається пристрій, який утворюється при контакті двох напівпровідників із різними типами провідності, тобто один напівпровідник *p*-типу і другий – *n*-типу. *p-n*–перехід має властивість односторонньої електропровідності, тобто електричний струм через нього може протікати лише в одному напрямку – від напівпровідника *p*-типу до напівпровідника *n*-типу. Це дозволяє використовувати *p-n*–переходи для створення *напівпровідникових діодів* – пристроїв для випрямлення змінного струму. Приклад увімкнення діода в електричну схему однопівперіодного випрямляча струму представлений на рис. 6.12. Якщо до клем випрямляча прикласти змінну напругу (графік зліва), то через навантаження (опір R) струм протікатиме лише в одному напрямі, вказаному стрілкою, протягом тієї половини періоду коливань, коли полярність напруги відповідає даному напрямку струму (графік справа).

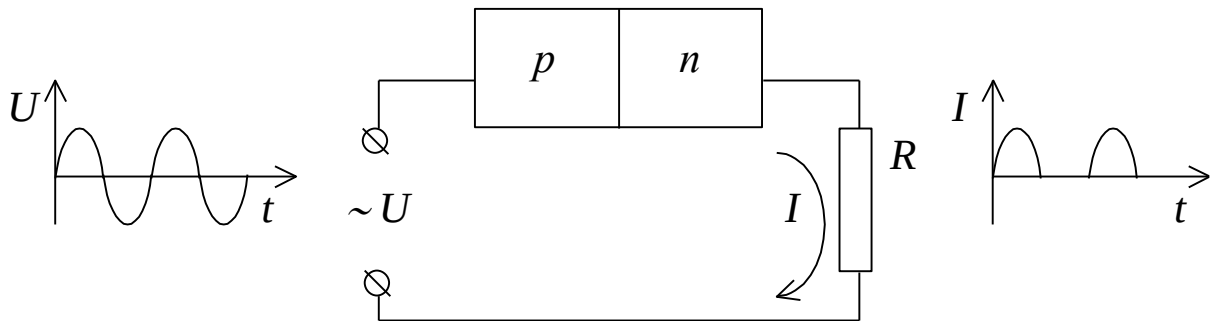


Рис. 6.12

Більш складним пристроєм є *транзистор*, який утворюється при послідовному розміщенні двох *p-n* – переходів (структура типу *p-n-p* або *n-p-n*).

Транзистор здатний підсилювати змінний електричний струм, завдяки чому на основі транзисторів створено безліч різноманітних електричних схем для генерації і перетворення електричних сигналів різного призначення.

Напівпровідникові електронні схеми почали широко впроваджуватися для технічних потреб у 50-ті роки ХХ сторіччя. Із часом завдяки науково-технічному прогресу виявилася тенденція до їх мініатюризації. Розміри напівпровідникових діодів, транзисторів, інших елементів схем вдалося

зменшити спочатку до кількох міліметрів, потім – десятих і сотих часток міліметра. Це дало поштовх до розвитку *мікроелектроніки*, яка спеціалізується на розробці електронних схем із широким спектром функціональних можливостей, які водночас мають дуже малі геометричні розміри. На даний час створюються мікроелектронні схеми, розміри елементів яких у багатьох випадках не перевищують 1 мкм. Це значить, що на поверхні одного кристалу площею порядку 1 см^2 можна розмістити надзвичайно складну схему (так званий *мікрочіп*), що містить кілька мільйонів елементів (транзисторів, діодів, резисторів, конденсаторів тощо). Найбільш значним наслідком бурхливого розвитку мікроелектроніки є створення і подальше вдосконалення сучасної комп'ютерної техніки, основою елементної бази якої є напівпровідникові мікрочіпи.

§ 6.4. Атомне ядро та ядерні реакції

1. Будова атомних ядер

Факт існування атомних ядер вперше був доведений у досліді Резерфорда по бомбардуванню золотої фольги α -частками високої енергії. Математична обробка статистичних результатів досліді дозволила визначити і приблизні розміри ядра. Виявилось, що ядро має діаметр $10^{-14} \div 10^{-15} \text{ м}$, тобто на 4 – 5 порядків менше, ніж діаметр атома, який складає близько 10^{-10} м .

До складу ядра входить 2 типи елементарних часток: *протони* і *нейтрони*. Вони мають спільну назву – *нуклони*.

Протон – це позитивно заряджена частка, заряд якої по модулю дорівнює заряду електрона (елементарному заряду): $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Маса протона: $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1836 m_e$,

де m_e – маса електрона.

Нейтрон – це частка, яка не має електричного заряду, маса якої:

$$m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1838,5 m_e$$

Загальний електричний заряд ядра визначається кількістю протонів у ядрі Z і дорівнює $+Ze$. Число Z називається *атомним номером* і визначає порядковий номер хімічного елемента в періодичній таблиці Менделєєва.

Загальна кількість нуклонів у ядрі позначається A і називається *масовим числом* ядра.

Для умовного позначення ядер користуються символами відповідних хімічних елементів з двома індексами, верхнім і нижнім, які записуються зліва: ${}_Z^A X$, де X – символ елемента, A – масове число, Z – атомний номер

(число протонів у ядрі). Наприклад, ядро атома вуглецю позначається так: $^{12}_6\text{C}$.

Кількість нейтронів у ядрі, у відповідності до вищесказаного:

$$N = A - Z \quad (6.50.)$$

Більшість хімічних елементів мають по кілька різновидів атомних ядер, які мають один і той же заряд (однакове число протонів), але відрізняються масовими числами (тобто мають різну кількість нейтронів). Такі атоми (або їх ядра) називаються *ізотопами*.

Ізотопи – це атомні ядра, що мають однаковий атомний номер, але різні масові числа.

Наприклад, водень має три ізотопи: звичайний водень (протій) ^1_1H , важкий водень (дейтерій) ^2_1H і надважкий водень (третій) ^3_1H . Дейтерій міститься у звичайному водні у вигляді малої домішки. Третій – це нестабільний ізотоп, тобто його ядро існує лише обмежений час, після чого розпадається. Період піврозпаду третію 12,5 років. Ядра протію, дейтерію і третію називаються, відповідно, *протон*, *дейтрон* і *тритон*. Внаслідок великого практичного значення ізотопів дейтерію і третію, вони, на відміну від інших, отримали власні символічні позначення, відповідно *D* і *T*.

Можна навести багато прикладів наявності ізотопів у різних хімічних елементів. Наприклад, кисень має три стабільних ізотопи: $^{16}_8\text{O}$, $^{17}_8\text{O}$, $^{18}_8\text{O}$; олово має 10 стабільних ізотопів і т.д.

Внаслідок наявності ізотопів трапляються такі випадки, коли ядра різних хімічних елементів (ядра з різними *Z*) мають однакове масове число. Такі ядра називаються *ізобарами*.

Ізобари – це атомні ядра, що мають однакові масові числа, але різні атомні номери.

Прикладом ізобар є ядра $^{10}_4\text{Be}$, $^{10}_5\text{B}$, $^{10}_6\text{C}$.

В природі зустрічаються хімічні елементи з атомними номерами *Z* від 1 (водень) до 92 (уран). Інші представлені в періодичній таблиці хімічні елементи (на даний час – до *Z* = 107) отримані штучно за допомогою ядерних реакцій. Всього відомо понад 1500 різних атомних ядер, що відрізняються або *Z*, або *A*, або і тим, і другим. З них приблизно 20% є стабільними, а решта – радіоактивні.

Радіус атомного ядра можна приблизно визначити за формулою:

$$R \approx R_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}, \quad (6.51.)$$

де $R_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-15}$ м. Оскільки об'єм ядра пропорційний кубу його радіусу, то, згідно з цією формулою, об'єм ядра пропорційний кількості нуклонів у ядрі. Отже, густина речовини у всіх ядрах приблизно однакова. Неважко підрахувати, що вона складає близько 10^{17} кг/м³, тобто на багато порядків вище, ніж густина звичайної речовини ($10^3 \div 10^4$ кг/м³).

2. Дефект маси і енергія зв'язку

Ядра атомів – це досить стабільні утворення, здатні до тривалого існування (за винятком радіоактивних ізотопів). Це свідчить про те, що між нуклонами у ядрі є певна взаємодія, яка утримує їх разом. Енергію цієї взаємодії (*енергію зв'язку ядра*) можна визначити за допомогою формули Ейнштейна з теорії відносності, яка визначає зв'язок маси і енергії:

$$E = mc^2, \quad (6.52.)$$

де c – швидкість світла. Точні вимірювання мас протонів, нейтронів і атомних ядер свідчать про те, що маса атомного ядра $m_{\text{я}}$ завжди менша, ніж сума мас протонів і нейтронів, які входять до складу ядра. Ця різниця називається *дефектом маси ядра*:

$$\Delta m = (\sum m_p + \sum m_n) - m_{\text{я}} \quad (6.53.)$$

Згідно з раніше прийнятими позначеннями,

$$\sum m_p = Z m_p, \quad (6.54.)$$

$$\sum m_n = N m_n = (A - Z) m_n \quad (6.55.)$$

Тому

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{я}} \quad (6.56.)$$

Дефект маси обумовлений тим, що при об'єднанні окремих нуклонів у єдине ядро загальна енергія цієї системи часток зменшилась на певну величину, яка і називається *енергією зв'язку*. Якби такого зменшення не відбувалось, об'єднання нуклонів було б енергетично не вигідним, і ядро не могло б існувати як стабільна квантова система. Звідси енергія зв'язку ядра:

$$E_{\text{зв}} = \Delta m \cdot c^2 \quad (6.57.)$$

Але знання енергії зв'язку ще не дає відповіді на питання, наскільки міцно зв'язані один з одним нуклони всередині ядра. Для цього необхідно знати *питому енергію зв'язку* $\delta E_{\text{зв}}$, що визначає, яка енергія зв'язку припадає на один нуклон. Для визначення питомої енергії зв'язку

необхідно загальну енергію зв'язку ядра поділити на кількість нуклонів, тобто на масове число:

$$\delta E_{36} = \frac{E_{36}}{A} \quad (6.58.)$$

Ця величина характеризує стійкість атомних ядер, їх здатність зберігати цілісність у випадку дії зовнішніх чинників, які намагаються їх зруйнувати.

Таким чином, енергетично вигідними є такі процеси: 1) поділ важких ядер на більш легкі (для $A > 60$), 2) злиття легких ядер з утворенням більш важких (для $A < 50$). Під час процесів такого типу звільняється величезна кількість енергії. Так, наприклад, при поділі одного ядра з масовим числом 240 ($\delta E_{36} = 7,5$ MeV) на два ядра з масовими числами 120 ($\delta E_{36} = 8,5$ MeV) звільнилась би загальна енергія 240 MeV. Злиття двох ядер дейтерію в ядро гелію привело б до звільнення енергії 24 MeV. Якщо порівняти ці процеси зі звичайними хімічними реакціями, то виявиться, що енергетична ефективність ядерних реакцій у мільйони разів вища. Наприклад, при згорянні вугілля відбувається хімічна реакція окислення вуглецю. При з'єднанні одного атому вуглецю з двома атомами кисню (утворення CO_2) звільняється енергія близько 5 eV.

Більш детально процеси взаємодії атомних ядер (реакції поділу ядер та термоядерні реакції) будуть розглянуті нижче.

3. Ядерні сили

До складу атомних ядер входять позитивно заряджені протони, які взаємно відштовхуються за рахунок кулонівської взаємодії. Той факт, що ядро все ж зберігає свою цілісність, свідчить про те, що, крім електростатичних, між нуклонами всередині ядра діють також інші сили, сили взаємного притягнення, величина яких є значно вищою, порівняно з кулонівською. Це не можуть бути гравітаційні сили, оскільки простий підрахунок показує, що гравітаційна взаємодія занадто слабка, щоб пояснити притягнення нуклонів. Не можна пояснити цю взаємодію і за допомогою магнітного поля. Таким чином, два вже відомих нам силових поля (електромагнітне і гравітаційне) не в змозі пояснити природу сил взаємодії нуклонів всередині атомних ядер.

Отже, можна зробити логічний висновок, що існує ще один тип силового поля, величина якого всередині ядер значно перевищує гравітаційне і електромагнітне. Це силове поле називається *полем сильної взаємодії*. Внаслідок наявності цього поля, між нуклонами всередині ядра діють *ядерні*

сили. Аналіз властивостей атомних ядер дозволяє визначити такі характерні риси ядерних сил:

1) Ядерні сили є *короткодійними* і діють лише на відстанях, що не перевищують 10^{-15} м.

2) Ядерні сили є *силами притягнення*; але на відстанях, суттєво менших від 10^{-15} м, притягнення перетворюється на відштовхування, завдяки чому нуклони утримуються один від одного на певних відстанях, близько 10^{-15} м.

3) Ядерні сили *не залежать від електричного заряду* нуклонів. Взаємодія між протоном і протоном, протоном і нейтроном, нейтроном і нейтроном є однаковою.

В 1930-х роках була створена теорія ядерних сил (теорія поля сильної взаємодії), яка пізніше отримала експериментальне підтвердження. Згідно з цією теорією, поле сильної взаємодії обумовлене тим, що нуклони всередині ядра здійснюють взаємообмін віртуальними (уявними) частками, які називаються π -мезонами. Маса цих часток була спочатку визначена теоретично на основі відомої величини радіусу дії ядерних сил. Самі ж ці частки, π -мезони, були виявлені експериментально значно пізніше, у 1947 р., в складі космічних променів.

Точна теорія атомного ядра на даний час ще не створена. Перепоною на шляху її створення є те, що до складу ядра входить велика кількість часток, які взаємодіють між собою, а тому кожна частка перебуває одночасно під впливом багатьох сил, що змінюються в залежності від руху часток. Задача такого типу (задача багатьох тіл) поки що не має точного розв'язку. Крім того, недостатньо розроблена теорія сил взаємодії між нуклонами.

В той же час, розроблено ряд *моделей атомного ядра*, які мають наближений характер, але дозволяють виконувати деякі розрахунки процесів у ядрах. Найбільш відомими серед них є такі:

1) *Краплева модель ядра* основана на аналогії між поведінкою нуклонів у ядрі і молекул у краплі рідини. При цьому сила взаємодії нуклонів аналогічна поверхневому натягу рідини і також є короткодійною. Ще однією спільною рисою є те, що густина часток в обох випадках практично не залежить від зовнішніх умов (нестисливість рідини). На основі краплевої моделі були пояснені характерні особливості деяких процесів, що відбуваються в атомних ядрах, наприклад, процесів поділу важких ядер.

2) *Оболонкова модель ядра* розглядає ядро як квантову систему, всередині якої нуклони знаходяться у певних енергетичних станах (*оболонках*), які заповнюються згідно з принципом Паулі. Оболонкова модель є більш досконалою, порівняно з краплевою. На основі цієї моделі

можна розрахувати спіни та магнітні моменти ядер, їх стійкість, енергетичний стан та інші характеристики.

4. Радіоактивність

У кінці XIX сторіччя французький фізик А.Беккерель виявив, що хімічний елемент уран є джерелом випромінювання невідомої природи, яке діє на фотопластинки, іонізує повітря і т. ін. Подальші дослідження показали, що таку ж властивість мають і деякі інші важкі елементи (торій, актиній, радій та ін.). Це явище було назване *радіоактивністю*. Природа радіоактивності пов'язана з тим, що ядра цих хімічних елементів є нестабільними. З часом вони перетворюються на ядра інших елементів, віддаючи надлишок енергії та часток у вигляді *радіоактивного випромінювання*. Це випромінювання має в своєму складі промені 3-х типів, які отримали такі назви:

- 1) α - промені – це потік ядер атомів гелію ${}^4_2\text{He}$ (α -частки),
- 2) β - промені – це потік швидких електронів (β - частки),
- 3) γ - промені – це потік фотонів (електромагнітне випромінювання)

з надзвичайно малою довжиною хвилі $\lambda < 10^{-10}$ м.

Радіоактивний розпад ядер відбувається спонтанно, без впливу зовнішніх чинників. Окремі радіоактивні ядра розпадаються незалежно один від одного. Кількість ядер dN , що розпадаються протягом малого проміжку часу dt , пропорційна загальному числу радіоактивних ядер N і тривалості цього проміжку часу:

$$dN = -\lambda N dt, \quad (6.59.)$$

де коефіцієнт λ – деякий характерний параметр радіоактивної речовини, який називається *сталю розпаду*. Знак “–” свідчить про те, що приріст кількості радіоактивних ядер dN є негативним, тобто в результаті радіоактивного розпаду загальна кількість ядер зменшується.

В результаті інтегрування можна отримати закон залежності загальної кількості ядер, що ще не розпались, від часу:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (6.60.)$$

де N_0 – загальне число ядер в початковий момент часу $t = 0$,

N – число ядер, що ще не розпались, в момент часу t .

Періодом піврозпаду радіоактивної речовини називається проміжок часу, протягом якого розпадається половина початкової кількості атомних ядер.

Згідно з цим визначенням, використовуючи (6.60), можна записати:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \quad (6.60.)$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (6.61.)$$

звідки

З врахуванням останнього співвідношення, закон радіоактивного розпаду можна записати в такому вигляді:

$$N = N_0 e^{-\frac{0,693}{T_{1/2}} \cdot t} \quad (6.62.)$$

Періоди піврозпаду різних радіоактивних ізотопів становлять від мільйонних долей секунди до мільярдів років. Наприклад, основний ізотоп урану $^{238}_{92}\text{U}$ має період піврозпаду 4,5 млрд. років. В результаті чорнобильської катастрофи навколишня територія виявилась забрудненою радіоактивними речовинами, які мають такі періоди піврозпаду: $^{131}_{53}\text{I}$ - 8 діб, $^{137}_{55}\text{Cs}$ - 30 років, $^{239}_{94}\text{Pu}$ - 24 тисячі років. Велика кількість радіоактивного йоду та його висока активність зумовлювали високий рівень радіоактивного фону в перші тижні після катастрофи. Але внаслідок малого періоду піврозпаду радіоактивний фон, зумовлений йодом, швидко зменшувався, і вже через кілька місяців не відігравав помітної ролі. На даний час головним чинником, що зумовлює рівень радіоактивного забруднення, є радіоактивний цезій, кількість якого внаслідок розпаду помітно зменшиться лише через десятки років після катастрофи. Коли ж пройдуть тисячі років, рівень радіоактивного забруднення у чорнобильській зоні буде визначатись кількістю викинутого під час катастрофи плутонію.

Кількість радіоактивних випромінювань, яку віддає в навколишній простір радіоактивна речовина, визначається фізичною величиною, яка називається *активністю* речовини.

Активністю речовини називається кількість розпадів ядер за

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad (6.63.)$$

одиницю часу:

де ΔN – кількість розпадів за проміжок часу Δt .

Враховуючи вище вказаних співвідношення, можна знайти:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N \quad (6.64.)$$

В системі СІ одиницею активності є *беккерель* (Бк) – це така активність речовини, при якій за 1 с відбувається 1 розпад ядра.

Позасистемною, але широко вживаною одиницею активності є *кюрі* (Ки). 1 Ки – це активність 1 г чистого радію. Співвідношення між кюрі і беккерелем:

$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$$

Радіоактивне випромінювання певним чином впливає на речовину, на яку воно падає. При цьому в речовині може ініціюватись велика кількість різних фізичних, хімічних та інших процесів, які досить важко охарактеризувати кількісно, якщо одночасно опромінюються різні типи речовин, кожна з яких по-різному реагує на радіоактивне опромінення. В той же час, такі кількісні характеристики необхідно мати, щоб була можливість порівнювати умови перебування у різних радіоактивних зонах та визначати небезпечні границі цих умов для тканин живих організмів та інших органічних і неорганічних речовин.

З цією метою використовуються кількісні характеристики двох основних чинників впливу радіоактивного опромінення на речовину: енергетичного та іонізуючого. У відповідності до цього визначаються дві величини для характеристики радіоактивного опромінення: *поглинута доза* і *експозиційна доза* опромінення.

Поглинутою дозою називається енергія випромінювання, поглинута одиницею маси речовини.

Одиницею поглинутої дози в системі СІ є *грей* (Гр). Це така доза опромінення, при якій речовині масою 1 кг передається енергія іонізуючого випромінювання 1 Дж:

$$1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг.}$$

Експозиційною дозою називається сума електричних зарядів іонів одного знаку, створених при опроміненні одиниці маси повітря.

Одиницею експозиційної дози в системі СІ є *кулон на кілограм* (Кл/кг). Позасистемною, але широко вживаною одиницею є *рентген* (Р). Співвідношення між цими одиницями:

$$1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг.}$$

Щоб охарактеризувати біологічний вплив іонізуючих випромінювань, використовують також таку фізичну величину, як *біологічна доза* опромінення. Найбільш поширеною одиницею вимірювання біологічної дози є *біологічний еквівалент рентгена* (скорочено *бер*). Бер – це доза будь-якого типу іонізуючого випромінювання, яка чинить таку ж біологічну дію, як і рентгенівське або гамма-випромінювання з експозиційною дозою 1 Р.

Для реєстрації і вимірювання радіоактивних випромінювань застосовуються різноманітні методи, які дозволяють визначати ті чи інші характеристики випромінювань, в залежності від методу вимірювання. В основі практично всіх методів лежить іонізуюча здатність випромінювань. Під час іонізації речовини відбуваються певні електричні, оптичні та хімічні ефекти, які використовуються у різних методах. Найбільш відомими та поширеними *методами реєстрації іонізуючих випромінювань* є такі:

1. Сцинтиляційний лічильник – прилад для реєстрації окремих іонізуючих часток, які здатні викликати *сцинтиляцію*, тобто світловий спалах при взаємодії частки високої енергії з певною речовиною. Для реєстрації сцинтиляцій використовуються спеціальні речовини – сцинтилятори (Zn S, Na I, Cs I, деякі органічні речовини), які є найбільш ефективними для спостереження сцинтиляцій. За допомогою фотоелектронних примножувачів (ФЕП) сцинтиляції перетворюються на електричні імпульси, інтенсивність яких пропорційна енергії частки в досить широкому інтервалі енергій. Це дає змогу автоматично реєструвати кількість та енергію часток іонізуючих випромінювань за допомогою електронної апаратури. Для реєстрації різних типів часток використовуються різні типи сцинтиляторів.

2. Іонізаційна камера – прилад, основу якого складає електричний конденсатор, заповнений газом і підімкнений до джерела постійної напруги. Кожна частка високої енергії, що влітає всередину іонізаційної камери, створює певну кількість іонів, які, рухаючись під дією електричного поля до пластин конденсатора, викликають імпульс електричного струму, який реєструється електронною апаратурою. Таким чином, іонізаційна камера дає змогу рахувати частки іонізуючого випромінювання.

3. Лічильник Гейгера-Мюллера багато в чому подібний до іонізаційної камери. Він також має конструкцію конденсатора, заповненого певним газом. Однією обкладкою конденсатора є циліндричний електрод, а другою – вольфрамовий провід, натягнутий вздовж осі циліндра. Головна відмінність від іонізаційної камери полягає в тому, що на конденсатор подається підвищена напруга, досить висока для того, щоб при іонізації газу часткою високої енергії, яка влітає ззовні, викликати потужний імпульс струму за рахунок виникнення самостійного газового розряду (лавина іонів). За рахунок лавиноподібного розвитку газового розряду відбувається підсилення імпульсу приблизно в 10^8 разів. Це дозволяє відмовитись від подальшого підсилення імпульсів у електронних підсилювачах, як це робиться в іонізаційних камерах, а здійснювати безпосередню реєстрацію імпульсів.

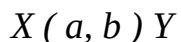
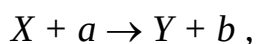
4. Камера Вільсона – це прилад, який дозволяє не лише реєструвати кількість та енергію окремих часток, але і спостерігати їх траєкторії у просторі. Це прозора посудина, заповнена пересиченою парою води або спирту. Стан пересичення пари досягається швидким розширенням об'єму камери в момент початку вимірювань за допомогою руху поршня. Швидка іонізуюча частка, що потрапляє ззовні в камеру, створює на своєму шляху іони, які є центрами конденсації крапель рідини (часток туману). Завдяки цьому вздовж усього шляху іонізуючої частки виникає туманний слід, який робить траєкторію частки видимою. Цей слід можна сфотографувати, і по радіусу закручування траєкторії частки у магнітному полі можна визначити її енергію, заряд або масу.

Крім згаданих, існують також багато інших методів реєстрації та визначення параметрів іонізуючих часток.

5. Реакція поділу ядер. Ланцюгова реакція

При взаємодії атомних ядер з іншими ядрами або з елементарними частками можуть відбуватись *ядерні реакції*, тобто перетворення одних атомних ядер в інші.

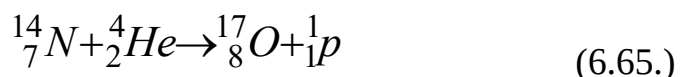
Застосовують 2 способи символічного запису ядерних реакцій:



де X та Y - початкове та кінцеве ядра,

a і b - ініціююча та випромінена в даній реакції частка.

В кожній ядерній реакції виконуються *закон збереження електричних зарядів* і *закон збереження масових чисел*. Вони полягають в тому, що алгебраїчна сума кожної з цих величин до реакції дорівнює їх алгебраїчній сумі після реакції. На практиці це означає, що при символічному записі ядерної реакції сума нижніх індексів часток у лівій частині рівняння повинна дорівнювати сумі нижніх індексів правої частини (закон збереження заряду), також як і сума верхніх індексів часток у лівій частині повинна дорівнювати сумі верхніх індексів правої частини (закон збереження масових чисел). Це можна продемонструвати на прикладі першої штучної ядерної реакції, виконаної в 1919 р. Е. Резерфордом при бомбардуванні азоту α - частками:

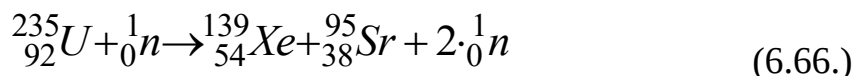


Закони збереження в даному випадку забезпечуються виконанням співвідношень для верхніх і нижніх індексів:

$$14 + 4 = 17 + 1$$

$$7 + 2 = 8 + 1$$

При опроміненні важких ядер нейтронами деякі з них здатні ділитись на 2 частини з виділенням великої кількості енергії. Реакції такого типу називаються *реакціями поділу* важких ядер. Прикладом є реакція поділу ядра урану:



Як зазначалось у попередній лекції, при поділі кожного ядра урану звільняється величезна енергія, понад 200 МеВ. Крім того, як це видно з запису реакції, при кожному поділі ядра урану утворюються 2 нейтрони, кожний з яких є здатним ініціювати таку саму реакцію поділу іншого ядра урану. Отже, в результаті кожної реакції поділу кількість утворених нейтронів зростає. Це робить принципово можливою *ланцюгову реакцію поділу*, під час якої кількість ядер, що приймають участь у реакції, зростає пропорційно кількості звільнених нейтронів.

Інтенсивність ланцюгової реакції поділу ядер може наростати або спадати, в залежності від умов протікання цієї реакції. Однією з головних умов є та, що новоутворені нейтрони не повинні покидати зону реакції до того, як вони прореагують з ядром урану. Тому кількість ядер урану (маса урану) повинна бути досить великою для того, щоб реакція поділу могла сама себе підтримувати.

Мінімальна маса ядерного пального, в якій може відбуватись ланцюгова реакція поділу атомних ядер, називається його критичною масою.

Крім урану, ланцюгова реакція поділу ядер може бути здійснена також з деякими іншими важкими хімічними елементами (торій, плутоній та ін.)

6. Принцип дії атомного реактора

Під час протікання ланцюгової реакції поділу важких атомних ядер виділяється величезна енергія, яка, з розрахунку на одиницю маси пального, у мільйони разів перевищує ефективність звичайного пального, яке використовується для отримання теплоти внаслідок реакції горіння. Ця особливість ядерного пального робить його надзвичайно привабливим для використання у народному господарстві з метою отримання енергії.

Оскільки під час реакції поділу ядер енергія виділяється, головним чином, у вигляді кінетичної енергії вторинних ядер, то це приводить до значного зростання температури в зоні реакції. Саме це дозволяє створювати енергоблоки на основі ядерних реакторів, які виробляють теплову енергію. Далі ця теплова енергія може бути використана безпосередньо (наприклад,

для нагрівання води в міських мережах гарячого водопостачання на ТЕЦ), або перетворена на електроенергію за допомогою парових турбін, об'єднаних з електрогенераторами (атомні електростанції).

Але для використання ядерної енергії в народному господарстві необхідно, щоб ланцюгова реакція поділу атомних ядер була *керованою*. Тобто необхідно створити умови протікання ланцюгової реакції, при яких процес виділення ядерної енергії відбувається не миттєво, а протягом тривалого часу, щоб можна було контролювати потужність виділення теплоти і керувати цим процесом.

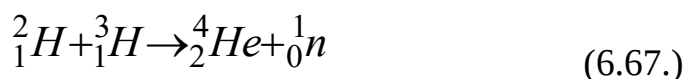
Типова схема ядерного реактора представлена на плакаті. Ядерне пальне у вигляді *теплотвірних елементів* 1 завантажується всередину реактора, основну масу якого складає *сповільнювач нейтронів* 2, який служить для гальмування новоутворених нейтронів, що підвищує ефективність їх взаємодії з ядрами урану. Охолоджує зону реакції і водночас виносить тепло *теплоносій*, тобто рідина, яка протікає по спеціальним *каналам* 3. Для збереження максимальної кількості нейтронів у зоні реакції і для захисту обслуговуючого персоналу від нейтронного опромінення служить *відбивач* 4, який є зовнішнім шаром реактора. Керованість ядерної реакції забезпечується спеціальними стрижнями, виготовленими з *поглиначів нейтронів* 5 (бор, кадмій), які можуть вводиться в реактор на ту чи іншу глибину, в залежності від того, з якою інтенсивністю протікає реакція. При повністю введених в реактор стрижнях поглиначів реакція припиняється, а при повністю виведених, навпаки, відбувається надмірне зростання її інтенсивності. Тому за допомогою переміщення поглиначів всередині реактора можна регулювати інтенсивність ядерної реакції, а, отже, і потужність реактора, в широких межах.

Некерована ядерна ланцюгова реакція здійснюється при утворенні понадкритичної маси ядерного пального і при відсутності поглиначів нейтронів. В цьому випадку ланцюгова реакція у всій масі ядерного пального протікає протягом мільйонних долей секунди, тобто вся енергія реакції звільняється у вигляді вибуху. Некерована ланцюгова реакція застосовується, в основному, у вигляді ядерної зброї.

6.1. Термоядерні реакції

З матеріалу попередньої лекції відомо, що ядерна енергія може бути звільнена не лише під час реакції поділу важких атомних ядер, але і під час реакції синтезу (злиття) легких ядер. При цьому утворюються більш важкі атомні ядра та звільняється велика кількість енергії. Прикладом такої реакції

є реакція синтезу важкого і надважкого водню (дейтерію і тритію), з утворенням гелію:



Енергетична ефективність реакцій синтезу навіть перевищує ефективність реакцій поділу важких ядер. Наприклад, під час вищенаведеної реакції синтезу на кожний нуклон звільняється енергія близько 3,5 МеВ, тоді як при реакції поділу – лише близько 0,8 МеВ на кожний нуклон.

Особливістю реакцій синтезу є те, що вони можуть протікати лише в умовах надзвичайно високих температур, понад 10 млн. кельвінів. Тому ці реакції називаються термоядерними.

На даний час термоядерні реакції здійснені лише в некерованому вигляді під час випробувань водневих бомб, в яких необхідна температура створювалась за рахунок одночасного вибуху звичайної ядерної бомби.

Керована термоядерна реакція поки що не здійснена, але в наукових лабораторіях уже кілька десяти років іде напружена робота по створенню термоядерного реактора. Це – надзвичайно складна науково-технічна задача, але вона і має величезне практичне значення для всього людства. Термоядерні реакції – це найбільш перспективний напрямок розвитку енергетики. Адже вирішення цієї проблеми дозволить забезпечити людство практично невичерпним джерелом енергії. Наприклад, кількість дейтерію в стакані звичайної води за енергетичним потенціалом еквівалентна 60 л бензину.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Дослід Резерфорда. Планетарна модель атома та її протиріччя.
2. Постулати Бора.
3. Модель атома Бора. Радіуси електронних орбіт.
4. Енергетичні рівні електронів у атомі. Спектр випромінювання атома.
5. Квантові числа електронів у атомі.
6. Електронні стани та їх умовні позначення. Кількість електронних станів. Електронні оболонки і підоболонки.
7. Принцип Паулі. Розподіл електронів по оболонках і підоболонках.
8. Енергетичні зони твердих тіл. Типи твердих тіл.
9. Напівпровідники. Власна і домішкова провідність напівпровідників. р-п-перехід.
10. Склад і характеристики атомного ядра.
11. Нуклони. Ізотопи та ізобари. Дефект маси. Енергія зв'язку. Питома енергія зв'язку та її залежність від масового числа. Ядерні сили.

12. Радіоактивність. Типи радіоактивних випромінювань.
13. Закон радіоактивного розпаду. Період піврозпаду. Активність речовини. Поглинута доза опромінення.
14. Методи реєстрації радіоактивних випромінювань.
15. Ядерні реакції. Реакція поділу.
16. Ланцюгова реакція. Критична маса. Керована і некерована ланцюгова реакція.
17. Принцип дії ядерного реактора. Термоядерна реакція.

ДОДАТКИ

Додаток 1. Грецький алфавіт

Букви	Назва	Букви	Назва	Букви	Назва
Αα	альфа	Ιι	йота	Ρρ	ро
Ββ	бета	Κκ	каппа	Σσ, ς	сигмасігма
Γγ	гамма	Λλ	лямбда	Ττ	тау
Δδ	дельта	Μμ	мю (мі)	Υυ	іпси́лон
Εε	епсилон	Νν	ню (ні)	Φφ	фі
Ζζ	дзета	Ξξ	ксі	Χχ	хі
Ηη	ета	Οο	омікрон	Ψψ	псі
Θθ	тета	Ππ	пі	Ωω	омега

Додаток 2. Фундаментальні фізико-хімічні сталі

Назва величини	Позначення	Рівняння	Значення величини
Швидкість світла у вакуумі	c	—	$2,99792458 \cdot 10^8$ м/с
Прискорення вільного падіння (стандартне значення)	g	—	$9,80665$ м/с ²
Гравітаційна стала	G	—	$6,6720 \cdot 10^{11}$ Н м ² /кг ²
Магнітна стала	μ_0	—	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м = $1,2566370614 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Електрична стала	ϵ_0	—	$8,85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Стала Планка	h	—	$6,626176 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Елементарний електричний заряд	e	—	$1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса спокою електрона	m_e	—	$9,109534 \cdot 10^{-31}$ кг = $5,4858026104$ а.о.м.
Маса спокою протона	m_p	—	$1,6726485 \cdot 10^{-27}$ кг = $1,007276470$ а.о.м.
Маса спокою нейтрона	m_n	—	$1,6749543 \cdot 10^{-27}$ кг =

Назва величини	Позначення	Рівняння	Значення величини
			1,008665012 а.о.м.
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$m(^{12}\text{C})/12$	$1,6605655 \cdot 10^{-27}$ кг
Число Авогадро	N_A	—	$6,022045 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Стала Больцмана	k	—	$1,380662 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Універсальна газова стала	R	kN_A	8,31441 Дж/(моль·К)
Молярний об'єм ідеального газу за нормальних умов ($T = 273,15$ К, $p = 101325$ Па)	V_H	RT/p	$22,41383 \cdot 10^3$ м ³ /моль
Стала Стефана – Больцмана	σ	$\frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2}$	$5,67032 \cdot 10^8$ Вт/(м ² К ⁴)
1 електронвольт	—	—	$1,6021892 \cdot 10^{-19}$ Дж
Абсолютний нуль температури	—	—	$-273,15$ °С
Атмосфера нормальна	—	—	101325 Па

Додаток 3. Одиниці вимірювання і розмірності фізичних величин (СІ)

3.1. Одиниці простору і часу

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Довжина	l	м	m	м
Час	t	с	s	с
Площа	S, A	м ²	m ²	м ²
Об'єм	V	м ³	m ³	м ³
Кутова швидкість	ω	рад/с	rad/s	с ⁻¹
Кутове прискорення	ε	рад/с ⁻²	rad/s ⁻²	с ⁻²
Швидкість	v	м/с	m/s	м/с
Прискорення	a	м/с ⁻²	m/s ⁻²	м/с ⁻²

3.2. Одиниці періодичних величин і пов'язаних з ними характеристик

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Частота	ν, n, f	Гц	Hz	с^{-1}
Кругова частота	ω	рад/с	rad/s	рад/с
Період	T	с	s	с
Довжина хвилі	λ	м	m	м
Хвильове число	σ	м^{-1}	м^{-1}	м^{-1}
Кругове хвильове число	k	рад/м	rad/m	рад/м
Коефіцієнт затухання	β	с^{-1}	с^{-1}	с^{-1}
Інтенсивність звуку	I	Вт/м^2	W/m^2	кг/с^3
Гучність	E	фон	phon	1

3.3. Механічні одиниці

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Маса	m	кг	kg	кг
Момент інерції	I, J	$\text{кг}\cdot\text{м}^2$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	$\text{кг}\cdot\text{м}^2$
Густина	ρ	кг/м^3	kg/m^3	кг/м^3
Питома вага	γ	Н/м^3	N/m^3	$\text{кг}/(\text{м}^2\cdot\text{с}^2)$
Питомий об'єм	ν	$\text{м}^3/\text{кг}$	m^3/kg	$\text{м}^3/\text{кг}$
Імпульс	P	$\text{кг}\cdot\text{м/с}$	$\text{kg}\cdot\text{m/s}$	$\text{м}\cdot\text{кг/с}$
Сила	F	Н	N	$\text{м}\cdot\text{кг/с}^2$
Імпульс сили	I	$\text{Н}\cdot\text{с}$	$\text{N}\cdot\text{s}$	$\text{м}\cdot\text{кг/с}$
Момент імпульсу	L	$\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$	$\text{м}^2\cdot\text{кг/с}$
Момент сили, момент пари сил, обертаючий момент	M	$\text{Н}\cdot\text{м}$	$\text{N}\cdot\text{m}$	$\text{м}^2\cdot\text{кг/с}^2$

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Імпульс моменту сили	H	$\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}$
Тиск	p	$\text{Па}, \text{Н} / \text{м}^2$	$\text{Pa}, \text{N} / \text{m}^2$	$\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с}^2)$
Нормальне напруження	σ	$\text{Па}, \text{Н} / \text{м}^2$	$\text{Pa}, \text{N} / \text{m}^2$	$\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с}^2)$
Дотичне напруження	τ	$\text{Па}, \text{Н} / \text{м}^2$	$\text{Pa}, \text{N} / \text{m}^2$	$\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с}^2)$
Модуль лінійного розтягування (модуль Юнга)	E	$\text{Па}, \text{Н} / \text{м}^2$	$\text{Pa}, \text{N} / \text{m}^2$	$\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с}^2)$
Модуль зсуву	G	$\text{Па}, \text{Н} / \text{м}^2$	$\text{Pa}, \text{N} / \text{m}^2$	$\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с}^2)$
Енергія	E	Дж	J	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$
Робота	A, W	Дж	J	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$
Кінетична енергія	$E_{\text{кін}}, T$	Дж	J	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$
Потенційна енергія	$E_{\text{пот}}, U$	Дж	J	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$
Об'ємна густина енергії	w	$\text{Дж} / \text{м}^3$	J / m^3	$\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с}^2)$
Потужність	P, N	Вт	W	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^3$
Коефіцієнт корисної дії (ККД)	η	1	1	1
Коефіцієнт динамічної в'язкості (коефіцієнт внутрішнього тертя)	η	$\text{Па} \cdot \text{с}$	$\text{Pa} \cdot \text{s}$	$\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с})$
Коефіцієнт кінематичної в'язкості	ν	$\text{м}^2 / \text{с}$	m^2 / s	$\text{м}^2 / \text{с}$
Коефіцієнт поверхневого натягу	σ	$\text{Н} / \text{м}; \text{Дж} / \text{м}^2$	$\text{N} / \text{m}; \text{J} / \text{m}^2$	$\text{кг} / \text{с}^2$

3.4. Одиниці молекулярної фізики

Величина	Символ	Позначення одиниці	Розмірність у СІ
укр.	міжнар.		

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Ат. н.	Z	1	1	1
Відносна ат. м.	A_r	1	1	1
Відносна мол. м.	M_r	1	1	1
Молярна маса	M	кг/моль	kg/mol	кг/моль
Молярний об'єм	V_m	м ³ /моль	m ³ /mol	м ³ /моль
Об'ємна концентрація молекул або частинок	n	м ⁻³	m ⁻³	м ⁻³
Густина	ρ	кг/м ³	kg/m ³	кг/м ³
Коефіцієнт дифузії	D	м ² /с	m ² /s	м ² /с
Коефіцієнт внутрішнього тертя (коефіцієнт в'язкості)	η	Па·с	Pa·s	кг/(м·с)

3.5. Теплові одиниці

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Температура	T	К	K	К
Температура за Цельсієм	t, θ	°С	°C	°C
Температурний коефіцієнт лінійного розширення	α_l	К ⁻¹	K ⁻¹	К ⁻¹
Теплота, кількість теплоти	Q	Дж	J	м ² ·кг/с ²
Тепловий потік	Φ	Вт	W	м ² ·кг/с ³
Поверхнева густина теплового потоку	Q, φ	Вт/м ²	W/m ²	·кг/с ³
Коефіцієнт теплопровідності	κ	Вт/(м·К)	W/(m·K)	м·кг/(с ³ ·К)
Коефіцієнти тепловіддачі і теплопередачі	K	Вт/(м ² ·К)	W/(m ² ·K)	кг/(с ³ ·К)
Коефіцієнт	a	м ² /с	m ² /s	м ² /с

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
температуропровідності				
Термічний опір	R	К/Вт	К/В	$\text{К} \cdot \text{с}^3 / (\text{м}^2 \cdot \text{кг})$
Теплоємність	C	Дж/К	Дж/К	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / (\text{с}^2 \cdot \text{К})$
Питома (масова) теплоємність	c	Дж/(кг·К)	Дж/(кг·К)	$\text{м}^2 / (\text{с}^2 \cdot \text{К})$
Молярна теплоємність	C_μ	Дж/(моль·К)	Дж/(моль·К)	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / (\text{с}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{моль})$
Енергія	E	Дж	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$
Внутрішня енергія	U	Дж	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$
Ентальпія	H	Дж	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$
Вільна енергія Гельмгольца	F	Дж	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$
Вільна енергія Гіббса	G	Дж	Дж	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^2$

3.6. Електричні і магнітні одиниці

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Електричний заряд	q	Кл	Кл	$\text{А} \cdot \text{с}$
Лінійна густина заряду	τ	Кл/м	Кл/м	$\text{А} \cdot \text{с} / \text{м}$
Поверхнева густина заряду	σ	Кл/м ²	Кл/м ²	$\text{А} \cdot \text{с} / \text{м}^2$
Об'ємна густина заряду	ρ	Кл/м ³	Кл/м ³	$\text{А} \cdot \text{с} / \text{м}^3$
Напруженість електричного поля	E	В/м	В/м	$\text{м} \cdot \text{кг} / (\text{А} \cdot \text{с}^3)$
Електрична індукція	D	Кл/м ²	Кл/м ²	$\text{А} \cdot \text{с} / \text{м}^2$
Електрична стала	ϵ_0	Ф/м	Ф/м	$\text{А}^2 \cdot \text{с}^4 / (\text{м}^3 \cdot \text{кг})$
Абсолютна діелектрична проникність	ϵ_a, ϵ	Ф/м	Ф/м	$\text{А}^2 \cdot \text{с}^4 / (\text{м}^3 \cdot \text{кг})$
Відносна діелектрична	ϵ_r, ϵ_t	1	1	1

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
проникність				
Потік електричної індукції	Ψ	Кл	С	$A \cdot c$
Електричний потенціал	φ	В	V	$m^2 \cdot kg / (A \cdot c^3)$
Напруга, різниця потенціалів	$U, \Delta\varphi$	В	V	$m^2 \cdot kg / (A \cdot c^3)$
Електрорушійна сила (ЕРС)	ε	В	V	$m^2 \cdot kg / (A \cdot c^3)$
Електроємність	C	Ф	F	$A^2 \cdot c^4 / (m^2 \cdot kg)$
Електричний дипольний момент	p	Кл·м	С·м	$A \cdot c \cdot m$
Вектор поляризації (поляризованість)	P	Кл/м ²	С/м ²	$A \cdot c / m^2$
Діелектрична сприйнятливість	χ	1	1	1
Сила струму. Густина	I	А	A	A
Густина струму	J	А/м ²	A/m ²	A/m ²
Електричний опір	R	Ом	Ω	$m^2 \cdot kg / (A^2 \cdot c^3)$
Електрична провідність	σ	См	S	$A^2 \cdot c^3 / (m^2 \cdot kg)$
Питомий електричний опір	ρ	Ом·м	$\Omega \cdot m$	$m^3 \cdot kg / (A^2 \cdot c^3)$
Питома електрична провідність	γ, σ	См/м	S/m	$A^2 \cdot c^3 / (m^3 \cdot kg)$
Рухливість іонів	b	м ² /В·с	m ² /(V·s)	$A \cdot c^2 / kg$
Напруженість магнітного поля	H	А/м	A/m	A/m
Магнітна стала	μ_0	Гн/м	H/m	$m \cdot kg / (A^2 \cdot c^2)$
Абсолютна магнітна проникність	μ_a, μ	Гн/м	H/m	$m \cdot kg / (A^2 \cdot c^2)$
Відносна магнітна проникність	μ, μ_r	1	1	1
Магнітна індукція	B	Тл	T	$kg / (A \cdot c^2)$
Магнітний потік	Φ	Вб	Wb	$m^2 \cdot kg / (A \cdot c^2)$
Магнітний момент	p_m	A·м ²	A·m ²	$A \cdot m^2$

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Вектор інтенсивності намагнічення (намагніченість)	M	А/м	А/м	А/м
Індуктивність і взаємна індуктивність	L	Гн	Н	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / (\text{А}^2 \cdot \text{с}^2)$
Магнітна сприйнятливість	κ, χ	1	1	1
Магніторушійна сила	F	А	А	А
Магнітний опір	R_m	А/Вб	А/Вб	$\text{А}^2 \cdot \text{с}^2 / (\text{м}^2 \cdot \text{кг})$
Ємнісний опір	X_C	Ом	Ω	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / (\text{А}^2 \cdot \text{с}^3)$
Індуктивний опір	X_L	Ом	Ω	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / (\text{А}^2 \cdot \text{с}^3)$
Імпеданс, повний електричний опір	Z	Ом	Ω	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / (\text{А}^2 \cdot \text{с}^3)$
Добротність	Q	1	1	1
Об'ємна густина енергії електромагнітного поля	w	Дж/м ³	Дж/м ³	$\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с}^2)$
Вектор Пойнтинга	I, S	Вт/м ²	Вт/м ²	$\text{кг} / \text{с}^3$

3.7. Оптичні одиниці

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Сила світла	J	кд	cd	кд
Світловий потік	Φ	лм	lm	кд·ср
Освітленість	E	лк	lx	кд·ср·м ⁻²
Спектральна об'ємна густина енергії випромінювання (при даній довжині хвилі)	W_f	Дж/м ⁴	Дж/м ⁴	$\text{кг} / (\text{м}^2 \cdot \text{с}^2)$
Потужність випромінювання, потік енергії випромінювання	P, Φ	Вт	W	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{с}^3$
Густина потоку енергії	φ, ψ	Вт/м ²	W/m ²	$\text{кг} / \text{с}^3$

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
випромінювання				
Енергетична світимість	Re	Вт/м ²	W/m ²	кг/с ³
Оптична густина	D	1	1	1
Натуральний (лінійний) показник послаблення	μ, μ_i	м ⁻¹	м ⁻¹	м ⁻¹
Коефіцієнт поглинання	α	м ⁻¹	м ⁻¹	м ⁻¹
Молярний показник поглинання	ε	м ² /моль	м ² /mol	м ² /моль
Абсолютний показник заломлення	n	1	1	1
Відносний показник заломлення	n_{ij}	1	1	1
Фокусна відстань	f	м	m	м
Оптична сила лінзи	D	дптр	D	м ⁻¹
Кут повороту площини поляризації	α	рад	rad	рад

3.8. Одиниці атомної та ядерної фізики

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Атомний номер (ат. н.)	Z	1	1	1
Число нейтронів	N	1	1	1
Масове число, число нуклонів	A	1	1	1
Магнітний момент частинки або ядра	μ	А·м ²	А·m ²	А·м ²
Гіромагнітне відношення	γ	А·м ² /(Дж·с)	А·m ² /(J·s)	А·с/кг
g-Фактор атома або електрона	g	1		1
g-Фактор ядра чи ядерної	g	1	1	1

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
частинки				
Кутова частота Лармора	ω_L	рад/с	rad/s	рад/с
Кутова частота прецесії	ω_N	с^{-1}	s^{-1}	с^{-1}
Циклотронна кутова частота	ω_C	рад/с	rad/s	рад/с
Орбітальне квантове число	l_i, L	1	1	1
Спінове квантове число	s_i, S	1	1	1
Спін	S	Дж·с	J·s	кг·м ² /с
Квантове число повного моменту імпульсу	j_i, J	1	1	1
Квантове число ядерного спіну	I	1	1	1
Головне квантове число	n	1	1	1
Магнітне квантове число	m, M	1	1	1
Дефект маси	Δm	кг	kg	кг
Середній час життя (радіонукліда)	τ	с	s	с
Активність (радіонукліда в джерелі)	A	Бк	Bq	с^{-1}
Стала радіоактивного розпаду (радіонукліда)	λ	с^{-1}	s^{-1}	с^{-1}
Період напіврозпаду радіонукліда	$T_{1/2}$	с	s	с
Переріз взаємодії	σ	м ²	m ²	м ²
Лінійний коефіцієнт послаблення	μ, μ_l	м ⁻¹	m ⁻¹	м ⁻¹
Масовий коефіцієнт послаблення	μ_m	м ² /кг	m ² /kg	м ² /кг
Молярний коефіцієнт послаблення	μ_c	м ² /моль	m ² /mol	м ² /моль
Атомний коефіцієнт послаблення	μ_a, μ_{at}	м ²	m ²	м ²

Величина	Символ	Позначення одиниці		Розмірність у СІ
укр.	міжнар.			
Шар половинного послаблення	$d_{1/2}$	м	m	м
Середній лінійний пробіг частинки	R, R_l	м	m	м
Лінійна густина іонізації	N_{il}	м^{-1}	м^{-1}	м^{-1}
Середня довжина вільного пробігу	l, λ	м	m	м
Експозиційна доза	$D_{\text{екс}}$	Кл/кг	C/kg	$\text{А} \cdot \text{с} / \text{кг}$
Потужність експозиційної дози	$P_{\text{екс}}$	Кл/(кг·с)	C/(kg·s)	A/кг
Поглинена доза	$D_{\text{пог}}$	Гр	Gy	$\text{м}^2/\text{с}^2$
Потужність поглиненої дози	$P_{\text{пог}}$	Гр/с	Gy/s	$\text{м}^2/\text{с}^3$
Еквівалентна доза	H	Зв	Sv	$\text{м}^2/\text{с}^2$
Потужність еквівалентної дози	$\dot{H}$	Зв/с	Sv/s	$\text{м}^2/\text{с}^3$

Додаток 4 . Позасистемні одиниці, їх зв'язок з одиницями СІ

Найменування величини	Одиниці вимірювання			
	найменування	позначення		співвідношення з одиницею СІ
укр.		міжнар.		
Довжина	мікрон	мк	μ	1 мк = 10^{-6} м
	ангстрем	Å	Å	1 Å = 10^{-10} м
Маса	тонна	т	t	1 т = 10^3 кг
	центнер	ц	q	1 ц = 100 кг
	атомна одиниця маси	а.о.м.	u	1 а.о.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Час	хвилина	хв	min	1 хв = 60 с
	година	год	h	1 год = 3600 с
	доба	доба	d	1 доба = 86 400 с
Об'єм	літр	л	L (l)	1 л = 10^{-3} м ³

Найменування величини	Одиниці вимірювання			
	найменування	позначення		співвідношення з одиницею СІ
укр.		міжнар.		
Кут повороту	оберт	об	rev	1 об = 2π рад
Робота	ват-год	Вт-год	Wh	$1 \text{ Вт-год} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$
Енергія	електрон-вольт	eV	eV	$1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Теплота	калорія	кал	cal	1 кал = 4,19 Дж
Потужність	кінська сила	к. с.	h. p.	1 к. с. = 735,5 Вт
Тиск	бар	бар	bar	1 бар = 10^5 Па
	міліметр ртутного стовпчика	мм рт. ст.	mm Hg	$1 \text{ мм рт.ст.} = 133,3224 \text{ Па}$
	міліметр водяного стовпчика	мм вод. ст.	mm H ₂ O	1 мм вод. ст. = 9,81 Па
	стандартна атмосфера	атм	atm	$1 \text{ атм} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$
	кілограм-сила на квадратний сантиметр	кгс/см ²	kgf/cm ²	$1 \text{ кгс/см}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}$
	технічна атмосфера	ат	at	1 ат = $9,81 \cdot 10^4$ Па
Температура	градус Цельсія	°C	°C	1°C = 1 К
Напруження (механічне)	кілограм-сила на квадратний міліметр	кгс/мм ²	kgf/mm ²	$1 \text{ кгс/мм}^2 = 9,81 \cdot 10^6 \text{ Па}$

Додаток 5. Похідні одиниці СІ, що мають власні найменування

Величина	Одиниця		Вираження похідної одиниці	
	найменування	позначення		через основні та додаткові одиниці СІ
укр.		міжнар.		
Частота	герц	Гц	Hz	— с ⁻¹

Величина	Одиниця			Вираження похідної одиниці	
	найменування	позначення		через інші одиниці СІ	через основні та додаткові одиниці СІ
укр.		міжна р.			
Рівень інтенсивності звуку, звукового тиску	бел, децибел	Б, дБ	B, dB	1	1
Сила, вага	ньютон	Н	N	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Тиск, механічне напруження, модуль пружності	паскаль	Па	Pa	$\text{Н}/\text{м}^2$	$\text{м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Енергія, робота, кількість теплоти	джоуль	Дж	J	$\text{Н} \cdot \text{м}$	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Потужність, потік енергії	ват	Вт	W	$\text{Дж}/\text{с}$	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$
Електричний заряд	кулон	Кл	C	$\text{А} \cdot \text{с}$	$\text{А} \cdot \text{с}$
Електрична напруга, електричний потенціал, електрорушійна сила	вольт	В	V	$\text{Вт}/\text{А}$	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$
Електрична ємність	фарада	Ф	F	$\text{Кл}/\text{В}$	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$
Електричний опір	ом	Ом	Ω	$\text{В}/\text{А}$	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$
Електрична провідність	сіменс	См	S	Ом^{-1}	$\text{м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$
Магнітний потік, потік магнітної індукції	вебер	Вб	Wb	$\text{В} \cdot \text{с}$	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Магнітна індукція, густина магнітного потоку	тесла	Тл	T	$\text{Вб}/\text{м}^2$	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$
Індуктивність	генрі	Гн	H	$\text{Вб}/\text{А}$	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$
Оптична сила	діоптрія	дптр	D	м^{-1}	м^{-1}
Світловий потік	люмен	лм	lm	$\text{кд} \cdot \text{ср}$	$\text{кд} \cdot \text{ср}$
Освітленість	люкс	лк	lx	$\text{лм}/\text{м}^2$	$\text{кд} \cdot \text{ср} \cdot \text{м}^{-2}$

Величина	Одиниця			Вираження похідної одиниці	
	найменування	позначення		через інші одиниці СІ	через основні та додаткові одиниці СІ
укр.		міжна р.			
Активність радіоактивного джерела	беккерель	Бк	Bq	с^{-1}	с^{-1}
Поглинена доза	грей	Гр	Gy	Дж/кг	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$
Еквівалентна доза	зиверт	Зв	Sv	Дж/кг	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$

Додаток 6. Температурні шкали. Співвідношення між одиницями (градусами) різних шкал

Одиниця	К	°С	°F	°Rank	°R
Кельвін, К	1	1	1,8	1,8	0,8
Градус Цельсія, °С	1	1	1,8	1,8	0,8
Градус Фаренгейта, °F	0,556	0,556	1	1	0,445
Градус Ренкіна, °Ra	0,556	0,556	1	1	0,445
Градус Реомюра, °R	1,25	1,25	2,25	2,25	1

Додаток 7. Властивості деяких твердих тіл

Речовина	Густина, кг/м^3	Температура плавлення, К	Питома теплоємність, Дж/(кг·К)	Питома теплота плавлення, Дж/кг	Коефіцієнт теплового розширення, К^{-1}
Алюміній	$2,7 \cdot 10^3$	932	$9,2 \cdot 10^2$	$3,8 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Залізо	$7,8 \cdot 10^3$	1803	$4,6 \cdot 10^2$	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Цинк	$7,1 \cdot 10^3$	692	$4,0 \cdot 10^2$	$1,18 \cdot 10^5$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Мідь	$8,9 \cdot 10^3$	1356	$3,8 \cdot 10^2$	$1,8 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^{-5}$
Латунь	$8,5 \cdot 10^3$	1173	$3,8 \cdot 10^2$	—	$1,9 \cdot 10^{-5}$
Олово	$7,3 \cdot 10^3$	505	$2,5 \cdot 10^2$	$5,8 \cdot 10^4$	$2,1 \cdot 10^{-5}$
Свинець	$1,14 \cdot 10^4$	600	$1,2 \cdot 10^2$	$2,5 \cdot 10^4$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Срібло	$1,05 \cdot 10^4$	1233	$2,5 \cdot 10^2$	$8,8 \cdot 10^4$	$1,9 \cdot 10^{-5}$
Платина	$2,15 \cdot 10^4$	2043	$1,25 \cdot 10^2$	$1,13 \cdot 10^5$	$9 \cdot 10^{-6}$
Скло	$2,5 \cdot 10^3$	—	$8,4 \cdot 10^2$	—	$9 \cdot 10^{-6}$

Речовина	Густина, кг/м ³	Температура плавлення, К	Питома теплоємність Дж/(кг·К)	Питома теплота плавлення, Дж/кг	Коефіцієнт теплого розширення, К ⁻¹
Цегла	1,8·10 ³	—	7,5·10 ²	—	(3–9)·10 ⁻⁶
Лід	0,9·10 ³	273	2,09·10 ³	3,35·10 ⁵	5,1·10 ⁻⁵

Додаток 8. Пружні властивості деяких речовин

Речовина	Границя міцності, Н/м ²	Модуль Юнга, Н/м ²
Алюміній	1,1·10 ⁸	6,9·10 ¹⁰
Бетон	—	~2·10 ¹⁰
Залізо	2,94·10 ⁸	19,6·10 ¹⁰
Мідь	2,45·10 ⁸	11,8·10 ¹⁰
Свинець	0,2·10 ⁸	1,57·10 ¹⁰
Срібло	2,9·10 ⁸	7,4·10 ¹⁰
Сталь	7,85·10 ⁸	21,6·10 ¹⁰
Цегла	—	~2,8·10 ¹⁰

Додаток 9. Теплопровідність деяких речовин (Вт/м·К)

Алюміній	210	Сухий пісок	0,325
Залізо	58,7	Цегла силікатна	1,1
Мідь	390	Бетон із гравієм	1,5
Срібло	460	Шлакобетон	0,15 – 0,4
Деревина (сосна)	0,1	Ебоніт	0,174
Скло	0,8 – 1	Войлок	0,046

Додаток 10. Властивості деяких рідин при 20°C

Рідина	Густина , кг/м ³	Питома теплоємність, Дж/(кг·К)	Коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м	Динамічна в'язкість, Па·с
Вода	1 000	4 190	0,072	0,001
Ацетон	792	—	0,024	0,00033
Спирт етиловий	790	2 510	0,022	0,0012
Гліцерин	1 200	2 430	0,059	1,5
Бензол	880	1 720	0,03	0,00065
Гас	800	2 140	0,024	—
Бензин	700	—	0,029	0,00065
Касторове масло	900	1 800	0,033	1,0
Ртуть	13 600	138	0,47	16

Додаток 11. Параметри критичного стану деяких речовин

Речовина	T_K , К	p_K , Па	ρ_K , кг/м ³
Водяна пара	647	$22 \cdot 10^6$	329
Азот	126	$3,4 \cdot 10^6$	311
Аргон	151	$4,87 \cdot 10^6$	531
Водень	33	$1,3 \cdot 10^6$	31
Вуглекислий газ	304	$7,4 \cdot 10^6$	464
Гелій	5,2	$0,23 \cdot 10^6$	69
Кисень	154	$5,07 \cdot 10^6$	430
Спирт етиловий	516	$6,4 \cdot 10^6$	—

Додаток 12. Діаметри молекул деяких газів, м.

Азот	$3,7 \cdot 10^{-10}$	Вуглекислий газ	$4,5 \cdot 10^{-10}$
Аргон	$3,6 \cdot 10^{-10}$	Гелій	$2,1 \cdot 10^{-10}$
Водень	$2,7 \cdot 10^{-10}$	Кисень	$3,5 \cdot 10^{-10}$

Додаток 13. Діелектрична проникність деяких речовин

Гас	2	Слюда	6
Парафін	2	Фарфор	6
Ебоніт	2,6	Скло	6 – 10
Кварц	2,7	Вода	81

Додаток 14. Електричні властивості матеріалів при 20°C

Матеріал	Питомий опір, $10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	Темпер. коефіц. опору, К^{-1}	Матеріал	Питомий опір, $10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	Темпер. коефіц. опору, К^{-1}
Алюміній	2,7	0,0038	Константан	48	0,00002
Мідь	1,72	0,0043	Нікелін	40	0,000017
Срібло	1,6	-	Ніхром	100	0,00026
Залізо	9,8	0,0062	Ртуть	94	0,0009
Сталь	12	0,006	Свинець	22	0,0042
Вольфрам	5,5	0,0051	Графіт	800	-

Додаток 15. Робота виходу A електронів з металу, еВ

Метал	A	Метал	A	Метал	A
Вольфрам	4,5	Магній	3,5	Срібло	4,5
Залізо	4,5	Мідь	4,5	Тантал	4,1
Золото	4,7	Молібден	4,2	Цинк	4,0
Калій	2,0	Нікель	5,0	Рубідій	2,13
Літій	2,4	Платина	5,3	Цезій	1,97

Додаток 16. Абсолютні показники заломлення видимого світла

Алмаз	2,42	Повітря	1,00029
Вода	1,33	Скло	1,5
Лід	1,31	Скипидар	1,47
Кварц	1,54	Сірковуглець	1,63

Додаток 17. Періоди піврозпаду деяких ізотопів

C^{14}	5 730 років	Ra^{226}	1 620 років
Co^{58}	71 доба	Th^{232}	$1,41 \cdot 10^{10}$ років
Sr^{90}	28 років	U^{238}	$4,5 \cdot 10^9$ років
Po^{210}	140 діб	U^{239}	23,5 хвилини
Rn^{222}	3,82 доби	Pu^{239}	24 390 років

Додаток 18. Атомні маси деяких атомних ядер, а.о.м.

H ¹	1,007825	Si ³¹	30,975350
H ²	2,014108	P ³¹	30,973762
H ³	3,016028	Ca ⁴⁴	43,95549
He ³	3,016045	Ti ⁵⁰	49,944736
He ⁴	4,002596	Ti ⁵¹	50,949858
Li ⁶	6,015110	Ra ²²⁶	226,025279
Li ⁷	7,016046	Th ²³²	232,038112
Be ⁷	7,016925	U ²³⁸	238,050637
B ¹¹	11,009304	U ²³⁹	239,054149
C ¹⁴	14,003217	Pu ²³⁹	239,052037
N ¹⁴	14,00307	електрон	0,000545

Додаток 19. Відповідність рухів

Поступальний рух		Обертальний рух	
Назва	Позначення або формула	Позначення або формула	Назва
Радіус-вектор	$\vec{r}$	$\vec{\phi}$	Кут повороту
Швидкість	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$	Кутова швидкість
Прискорення	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$	Кутове прискорення
Маса	T	J	Момент інерції
Сила	$\vec{F}$	$\vec{M}_z$ або $\vec{M}$	Момент сили
Імпульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{L}_z = J_z \vec{\omega}$	Момент імпульсу
Основний закон динаміки	$\vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{M}_z = J_z \vec{\varepsilon}$ $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$	Основний закон динаміки
Кінетична енергія	$T = \frac{mv^2}{2}$	$T = \frac{J_z \omega^2}{2}$	Кінетична енергія

ЛІТЕРАТУРА

1. Виноградов А. Г. Загальна фізика: Підручник. – Черкаси: Видавець Ю. А. Чабаненко, 2005.
2. Лопатинський І. Є., Зачек І. Р., Кравчук І. М., Романишин Б. М., Габа В. М., Гончар Ф. М. Курс фізики. Підручник – Львів: Афіша, 2003. – 376 с.
3. Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики, кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка: Навч. посіб. – К.: Вища шк., 2002 – 375 с.
4. Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики, кн. 2 . Електрика і магнетизм: Навч. посіб. – К.: Вища шк., 2003 – 278 с.
5. Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики, кн. 3 . Оптика. Фізика атома та атомного ядра: Навч. Посіб. – К.: Вища шк., 2003 с.
6. Бланк О. Я. Фізика: Посібник для абітурієнтів вищих навчальних закладів. – Х.: Факт, 2003. 344 с.
7. Загальний курс фізики: Збірник задач (за ред. І.П. Гаркуші). – К.: Техніка, 2003.
8. Соколович Ю. А. Фізика: довідник з прикладами розв'язування задач / Ю. А. Соколович, Г. С. Богданова. – 2-ге вид. перероб. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2006. – 464 с.
9. І.Є. Лопатинський, І.Р. Зачек, Г.А. Ільчук, Б.М. Романишин. Фізика. Підручник. – Львів: “Афіша”, 2005. – 394 с.
10. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики.: Навчальний посібник – Т. 2. Електрика і магнетизм. – К.: Техніка, 2003. – 452 с.
11. Шаповаленко О.Г., Бондар В.М. Основи електричних вимірювань - К.: Либідь, 2002. – 319 с.